



# Mathématiques

Accompagnement  
Personnalisé

## Résoudre des problèmes grâce à la notion de multiple

### Domaine

Comprendre, s'exprimer en utilisant les langages mathématiques, scientifiques et informatiques (D1.3)

### Sous domaine

Comprendre et utiliser les notions de divisibilité et de nombres premiers (1.1)

### Compétences mathématiques

Chercher, calculer, communiquer

## Objectifs

- Résoudre un problème relevant d'une structure multiplicative.
- Résoudre un problème en utilisant la notion de multiple et/ou de diviseur.

Ces pistes pour une séance d'AP peuvent constituer une réponse à la faible réussite d'une classe ou d'un groupe d'élèves au test de positionnement ou à l'outil de positionnement à mi-parcours pour la classe de 3<sup>e</sup> « Nombres et calculs »<sup>1</sup> (en particulier la question 6).

<sup>1</sup> Outil de positionnement pour la classe de troisième : Nombres et calcul. <https://eduscol.education.fr/3046/suivi-et-accompagnement-des-eleves-de-3e-et-de-2de-en-mathematiques>.

# Modalités

- 55 min
- Travail de groupe (2, 3 ou 4 élèves)
- Calculatrice interdite

## Énoncé de l'activité d'accompagnement personnalisé

1. Lelia est cheffe dans un restaurant. Elle souhaite commander entre 100 et 130 pains pitas. Elle veut pouvoir tous les ranger soit par paquets de 2, soit par paquets de 3, soit par paquets de 5. Combien de pains doit-elle commander ?



2. Le restaurant de Lelia a du succès. Elle souhaite maintenant commander entre 500 et 540 pains qu'elle pourrait ranger soit par paquets de 3, soit par paquets de 5, soit par paquets de 7. Combien doit-elle en commander ? Commentaires de l'activité

## Analyse de l'activité

### Procédures correctes pour résoudre la tâche

*Pour la question 1*

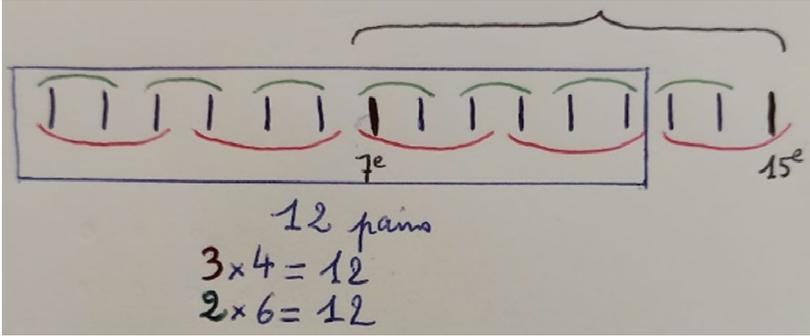
- tester la divisibilité par 2, 3 et 5 des nombres entiers compris entre 100 et 130 ;
- dresser les listes de multiples de 2, de 3 et de 5, puis chercher le nombre compris entre 100 et 130 commun aux trois listes ;
- dresser la liste des multiples d'un des trois nombres entiers (2, 3 ou 5), puis tester la divisibilité des nombres de la liste par les deux autres nombres ;
- procédure experte : rechercher un multiple de 30 (produit et plus petit commun multiple de 2, 3 et 5), compris entre 100 et 130.

La procédure experte s'appuie sur la propriété suivante : *Si un nombre est un multiple de trois nombres entiers, alors il est un multiple du plus petit commun multiple de ces trois nombres.* Cette propriété n'étant pas au programme du cycle 4, il semble préférable de considérer l'activité proposée comme un problème à prise d'initiative et non une tâche d'entraînement. Un travail complémentaire visant une compréhension plus fine de cette propriété à travers des exemples numériques est proposé à la fin de ce document.

*Pour la question 2*

- tester la divisibilité par 3, 5 et 7 des nombres entiers compris entre 500 et 540 ;
- dresser les listes de multiples de 3, de 5 et de 7, puis chercher le nombre compris entre 500 et 540 commun aux trois listes ;
- dresser la liste des multiples d'un des trois nombres entiers (3, 5 ou 7), puis tester la divisibilité des nombres de la liste par les deux autres nombres ;
- procédure experte : rechercher un multiple de 105 (produit et plus petit commun multiple de 3, 5 et 7), compris entre 500 et 540.

## Quels erreurs et obstacles potentiels ? Quelles pistes de remédiation ?

Type d'erreurs et d'obstacles potentiels	Pistes de remédiation	
<b>Compréhension de l'énoncé</b>		
<p>Considérer que l'on peut effectuer des combinaisons de paquets de 2, 3 et 5 pains pitas pour trouver le nombre total de pains.</p>	<p>Proposer un énoncé similaire avec des nombres plus petits : entre 7 et 15 pains, rangés par paquets de 2 ou de 3. Cette simplification de l'énoncé rend possible une schématisation. Par exemple :</p>	<b>A</b>
<p>Se cantonner à tester la divisibilité des bornes de l'intervalle.</p>		
<b>Connaissances mathématiques</b>		
<p>Fausser les tests de divisibilité du fait d'erreurs de calcul.</p>	<p>Le travail en groupe rend possible une vérification des calculs par les pairs. Cela évite que les démarches entreprises restent entravées par des erreurs de calcul.</p>	<b>B</b>
<p>Ne pas maîtriser les critères de divisibilité par 2, 3 et 5.</p>	<p>Les critères de divisibilité par 2, 3 et 5 sont censés être connus depuis le cycle 3<sup>2</sup>. Après avoir laissé suffisamment de temps de recherche, il semble judicieux de faire un point de rappel de ces critères avec la classe.</p>	<b>C</b>
<p>Déterminer le nombre <i>résultat</i> en tâtonnant, sans prouver qu'il est unique.</p>	<p>Il est par exemple possible de proposer à l'élève un multiple de 2, 3 et 5 qui n'est pas dans l'intervalle, pour le convaincre qu'il en existe d'autres et que l'on doit vérifier l'unicité du résultat trouvé.</p>	<b>D</b>

<sup>2</sup> Programme du cycle 3 en vigueur à la rentrée 2020. p94

Type d'erreurs et d'obstacles potentiels	Pistes de remédiation	
Ne pas parvenir à amorcer la liste des multiples de 3 en raison d'une difficulté à trouver un premier multiple de 3 proche de 100 (Q1) et 500 (Q2). Idem pour les multiples de 7 (Q2).	Si besoin, communiquer à l'élève une multiplication par 3 ou 7, dont le produit est proche de 500 afin qu'il commence sa liste.	<b>E</b>
Ne pas parvenir à tester la divisibilité par 7 de nombres.	Rappeler qu'on peut tester la divisibilité par 7 en posant une division euclidienne par 7 et en examinant si le reste est nul.	<b>F</b>

## Déroulé

Phase	Conseils pour la mise en œuvre	Remédiation
<b>Question 1</b>		
<b>Phase 1</b> Compréhension de l'énoncé et amorce de la recherche <i>Individuel puis classe entière</i>	Avant d'autoriser le travail de groupe, laisser le temps à chaque élève de lire l'énoncé et de s'engager dans la résolution du problème.  S'assurer que tous les élèves ont compris l'énoncé.	<b>A</b>
<b>Phase 2</b> Recherche <i>En groupe, au moins en binôme</i>	Laisser le temps aux élèves de tâtonner et d'élaborer leurs procédures, même s'il s'agit d'impasses ou de procédures coûteuses en temps (écrire les trois listes de multiples, chercher les diviseurs de nombres entre 100 et 130...).	<b>B</b> <b>C</b> <b>D</b>

Phase	Conseils pour la mise en œuvre	Remédiation
<p><b>Phase 3</b></p> <p>Mise en commun</p> <p><i>Classe entière</i></p>	<p>Choisir les procédures élèves à exposer de manière à ce que les procédures listées plus haut soient représentées (cf. analyse <i>a priori</i>). Laisser toutes les traces écrites des procédures présentées apparentes pour l'ensemble de la classe.</p> <p>Si les élèves n'ont pas utilisé la procédure experte, il n'est pas nécessaire de la présenter au tableau lors de cette première mise en commun.</p> <p>Discuter des articulations entre les procédures afin que les élèves soient en mesure d'utiliser une procédure plus efficace que celle mobilisée précédemment pour répondre à la question qui suit.</p>	
<b>Question 2</b>		
<p><b>Phase 4</b></p> <p>Compréhension de l'énoncé et amorce de la recherche</p> <p><i>En groupe</i></p>	<p>Laisser la trace écrite de résolution de la question 1 apparente.</p> <p>Demander aux élèves d'utiliser une procédure plus efficace que celle qu'ils ont utilisée à la question précédente.</p>	
<p><b>Phase 5</b></p> <p>Recherche</p> <p><i>Classe entière</i></p>	<p>Laisser le temps aux élèves de mettre en œuvre leurs procédures.</p>	<p><b>E</b></p> <p><b>F</b></p>
<p><b>Phase 6</b></p> <p>Mise en commun</p> <p><i>Classe entière</i></p>	<p>Présenter un panel représentatif de la diversité des procédures, mettre en lumière leurs articulations et comparer leur efficacité.</p> <p>Discuter collectivement des erreurs intéressantes commises par les élèves.</p> <p>Si la procédure experte n'a pas été mobilisée par les élèves lors de la séance, il peut être pertinent pour l'enseignant de la présenter.</p>	

## Verbalisation

- Demander aux élèves de verbaliser leurs procédures au sein du groupe, puis face à la classe.
- Inciter les élèves à formuler et reformuler leurs réponses afin qu'ils emploient le lexique approprié : multiple, diviseur, produit...

## Traces écrites

La trace écrite pourra être composée de la diversité des procédures retenues par l'enseignant lors de la mise en commun. L'enseignant jugera au regard de la dynamique de classe s'il est judicieux de mettre en exergue ou d'introduire la procédure experte dans la trace écrite.

## Différenciation pour les élèves ayant terminé en avance

### Consigne supplémentaire n° 1

À la question 1, il fallait trouver un multiple de 30 (produit de 2, 3 et 5). Et à la question 2, un multiple de 105 (produit de 3, 7 et 5). À présent, la restauratrice souhaite pouvoir grouper les pains par paquets de 3, de 5 ou de 9, sachant que le nombre total de pains est compris entre 440 et 490. Combien doit-elle commander de pains ? Ce nombre est-il un multiple du produit de 3, 5 et 9 ?

### Consigne supplémentaire n° 2

La restauratrice doit commander à présent entre 440 et 490 pains. Elle souhaite qu'il lui reste toujours un pain de côté quand elle groupe ses pains soit par paquets de 3, soit par paquets de 5, soit par paquets de 8. Combien de pains pita doit-elle commander ?

## Pistes de prolongements

### Problème 1

Dans ma ville, il y a quatre clubs :

- celui des judokas se réunit tous les 5 jours ;
- celui des joueurs d'échecs se réunit tous les 6 jours ;
- celui des danseurs se réunit tous les 9 jours ;
- le club *journal* se réunit tous les 2 jours.

Aujourd'hui, tous les clubs se sont réunis. Dans combien de jours se réuniront-ils tous à nouveau ?

## Problème 2

Deux exoplanètes (planètes qui n'appartiennent pas au système solaire) tournent autour de leur étoile X. Aujourd'hui, le Soleil, l'étoile X et les deux exoplanètes sont alignés dans l'ordre du schéma. On suppose que le Soleil et l'étoile X sont fixes. La première exoplanète Exo1 tourne autour de l'étoile X en 120 jours terrestres. La deuxième exoplanète Exo2 tourne autour de l'étoile X en 90 jours terrestres. Dans combien de jours terrestres, le Soleil, l'étoile X et les deux exoplanètes seront de nouveau alignés dans l'ordre du schéma ? (Le schéma ci-dessous n'est pas à l'échelle.)



## Problème 3

Trouver le nombre de zéros qui termine le produit des nombres entiers consécutifs de 1 à 100.

## Problème 4

- Démontrer que la somme de trois nombres entiers consécutifs est un multiple de 3.
- Démontrer que le produit de trois nombres entiers consécutifs est un multiple de 6.

## Ressource complémentaire

<https://eduscol.education.fr/document/17257/download>