MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION
NATIONALE
ET DE LA JEUNESSE
Liberté
Égalité
Fraternité

VOIE PROFESSIONNELLE

CAP | 2DE | 1RE | TLE

Mathématiques

Accompagnement renforcé

Résoudre un problème du premier degré

Domaine

Nombres et calculs (utiliser le calcul littéral) pour le cycle 4.

Algèbre-analyse (résolution d'un problème du premier degré) pour la seconde professionnelle.

Capacités

- Traduire un problème par une équation du premier degré à une inconnue.
- Résoudre algébriquement une équation du premier degré à une inconnue.
- Choisir et mettre en œuvre une méthode de résolution adaptée au problème (seconde professionnelle).

Connaissances

- Notions d'inconnue, d'équation (cycle 4).
- Équation du premier degré à une inconnue (seconde professionnelle).

Compétences du cycle 4 associées

- Développer, réduire des expressions algébriques dans des cas simples.
- Utiliser le calcul littéral pour modéliser une situation.
- Mettre un problème en équation en vue de sa résolution.

Compétences mathématiques

S'approprier, analyser, raisonner, réaliser, communiquer

Objectifs

L'activité proposée vise à développer des automatismes dans la mise en équation d'un problème du premier degré. Elle permet en outre de consolider les compétences algébriques travaillées en cycle 4 pour en faire des outils mobilisables au lycée.

Modalités

Durée de la séance : une séance de 55 minutes.

- Un travail en binômes ou en groupes est préconisé durant la séance.
- La constitution de binômes et/ou groupes de besoin est à prioriser. Ces binômes et/ou groupes sont à établir grâce à l'exploitation des tests de positionnement de début de seconde et/ou des tests de mi-parcours.
- La séance proposée est à destination d'un groupe d'élèves éventuellement issus de différentes classes et ayant été identifiés comme présentant des difficultés dans le domaine : « Résolution algébrique de problème » lors des tests de positionnement d'entrée en seconde et/ou des tests de mi-parcours.

Énoncé de l'activité d'Accompagnement Renforcé

Trois associés souhaitent déstocker les 50 vestes restantes de leur dernière collection :

- le premier d'entre eux réussit à en vendre 12 unités en les positionnant dans la vitrine de son magasin ;
- le second en a vendu 6 exemplaires avec une remise de 10 € ;
- le dernier est parvenu à vendre le reste du stock à moitié prix.

Déterminer le prix initial d'une de ces vestes sachant que la recette totale s'élève à 2 830 €.

Commentaires de l'activité

Cette activité est à traiter au cours d'une séance d'accompagnement renforcé, et plus particulièrement dans le cadre d'un travail autour de la consolidation des acquis.

Indicateurs de réussite

- Poser l'inconnue correspond au prix initial de la veste
- Mettre en équation le problème
- Réduire l'équation pour arriver à l'écriture suivante : $34x - 60 = 2830$
- Résoudre l'équation
- Conclure que le prix initial des vestes est 85 €.

Déroulé

Une phase de 55 minutes

Modalité de travail	Objectifs
Phase individuelle (5 min)	Présentation de l'activité et lecture silencieuse par les élèves Phase d'appropriation et de recherche Élaboration des premières représentations
Phase collective (5 min)	Vérification de la compréhension de l'activité et de la consigne Reformulation de la situation par les élèves Phase de questionnement afin de s'assurer de la compréhension de l'activité et explicitation
Phase de travail en îlots (25 min)	Accompagnement des élèves selon leurs besoins – Questionnement sur les démarches envisagées Résolution de l'activité - Différenciation
Phase collective (10 min)	Explicitation par les élèves, à l'oral, de leurs diverses propositions de démarche
Phase collective (10 min)	Décontextualisation - Institutionnalisation Trace écrite

Analyse

Procédures utilisées par les élèves pour résoudre la tâche.

Toute démarche proposée par l'élève doit être prise en compte dans le scénario pédagogique, qu'elle soit erronée, incomplète ou aboutie.

Obstacles pouvant être rencontrés par les élèves

Obstacle 1 : l'élève ne parvient pas à s'approprier la situation.

Obstacle 2 : l'élève ne parvient pas à mettre en place une stratégie de résolution.

Obstacle 3 : l'élève n'est pas en mesure de mettre en équation le problème.

Obstacle 4 : l'élève ne prend pas en compte la réduction accordée par le vendeur sur les 6 exemplaires.

Obstacle 5 : l'élève ne parvient pas à rendre compte de la démarche.

Pistes de différenciation

	Obstacle 1	Obstacle 2	Obstacle 3	Obstacle 4	Obstacle 5
Différenciation des contenus	Proposer un questionnement détaillé	Proposer des supports avec décomposition de la démarche	Proposer un autre exemple de mise en équation d'un problème		
Différenciation des processus	Proposer des supports de différents types (pour favoriser l'appropriation d'informations) : aide-mémoire, liste de vérification corrective, grille d'attendus, jokers, coups de pouce, QRcode, capsules vidéos, etc.				
Différenciation des productions					Laisser le libre choix à l'élève du mode de restitution
Différenciation des outils		Proposer un protocole de résolution	Permettre l'accès à différentes ressources	Proposer différents exemples mettant en exergue les propriétés de simple distributivité	Proposer un outil de présentation (carte mentale, diaporama, etc.)

Protocole de résolution à proposer

Les différentes étapes de ce protocole peuvent également être utilisées indépendamment, tout ou partie, et ainsi constituer des aides ponctuelles sous forme de jokers, QR code, etc.

- Indiquer la grandeur inconnue.
- Trouver l'expression algébrique correspondant à la recette des ventes de vestes pour chaque associé.
- Déduire l'équation relative au montant de la recette totale.
- Résoudre cette équation.
- Valider le résultat à l'aide d'une vérification.

Piste d'exploitation en amont

Automatismes

En plus de permettre à l'enseignant de diagnostiquer les difficultés persistantes en vue d'une remédiation ultérieure, l'instauration de rituels mathématiques en début de séance, ou de manière asynchrone présente un intérêt multiple :

- Répondre à la demande institutionnelle concernant le module « Automatismes »[1].
- Réactiver les prérequis du cycle 4 nécessaires à la séance.
- Consolider les acquis antérieurs.
- Rendre disponibles des réflexes en situation de résolution de problèmes.
- Exploiter les erreurs rencontrées.

Les éléments présentés ci-dessous ont pour objectif de traiter les automatismes calculatoires sous deux formes différentes : des questions flash et des activités de niveau intermédiaire. Ces propositions pourront être adaptées par l'enseignant pour créer des situations à prise d'initiative. Elles ont pour objectif de nourrir la réflexion des enseignants sur le développement des capacités et connaissances relatives au domaine de l'algèbre et de l'analyse. L'enseignant pourra en utiliser tout ou partie en prenant soin de les intégrer au moment de la séquence qu'il jugera le plus propice, en fonction des objectifs visés et de l'évolution du niveau de compréhension des apprenants.

Propositions de questions flash

❶ **Parmi les expressions suivantes, indiquer la forme développée de l'expression $(x + 5)(x - 3)$.**

☐ $x^2 + 2x + 2$ ☐ $x^2 + 2x - 15$ ☐ $2x + 2$ ☐ $x^2 + 8x - 15$

❷ **Parmi les propositions suivantes, indiquer celle qui correspond à l'expression réduite de**

$$\mathbf{5x^2 + 6x - 3 + 2x^2 + 2.}$$

☐ $12\,x^2$ ☐ $7x^2 + 5$ ☐ $13\,x^2 - 1$ ☐ $7x^2 + 6x - 1$

❸ On cherche à déterminer le prix x d'une baguette.

Donner l'équation relative à la situation.

☐ $6x = 5{,}15$ ☐ $3x + 2{,}60 + 1{,}10 + 5{,}15 = 0$

☐ $3x + 2{,}90 = 5{,}15$ ☐ $x^3 + 3{,}70 = 5{,}15$

2 croissants	1,80 €
1 pain aux raisins	1,10 €
3 baguettes	?
TOTAL	**5,15 €**

[1] https://eduscol.education.fr/document/25972/download

Question flash	Descriptif	Analyse des distracteurs selon les propositions de réponse
1	Développer une expression algébrique.	$\boldsymbol{x^2+2x+2}$: l'élève effectue un calcul erroné ($5 \times (-3) = 2$). $\boldsymbol{2x+2}$: l'élève calcule la somme des termes constituant les deux facteurs. $\boldsymbol{x^2+8x-15}$: l'élève calcule la somme $5x+3x$ au lieu de la différence $5x-3x$.
2	Réduire une expression algébrique.	$\boldsymbol{12\,x^2}$: l'élève calcule la somme de tous les coefficients et les affecte à x^2. $\boldsymbol{7x^2+5}$: l'élève réduit $6x-3+2$ en 5 sans différencier les termes constants du terme $6x$. $\boldsymbol{13\,x^2-1}$: l'élève calcule la somme des coefficients relatifs aux termes non constants pour l'affecter au terme x^2.
3	Mettre en équation un problème.	$\boldsymbol{6x=5,15}$: l'élève considère que le prix des 6 éléments est identique et inconnu. $\boldsymbol{3x+2,60+1,10+5,15=0}$: l'élève commet une erreur dans le choix du second membre de l'équation. $\boldsymbol{x^3+3,70=5,15}$: l'élève élève au cube la valeur de l'inconnue au lieu d'utiliser le triple de cette valeur.

Propositions de situations de niveau intermédiaire

❹ Un chef d'entreprise envisage de répartir une prime de 3 000 € entre trois employés proportionnellement à leur ancienneté dans l'entreprise :

- Employé A : 3 ans ;
- Employé B : 8 ans ;
- Employé C : 4 ans.

Calculer le montant de la prime pour l'employé B.

□15 € □1 000 € □1 600 € □375 €

❺ On considère un rectangle de périmètre 40 cm et dont la longueur est le triple de sa largeur.

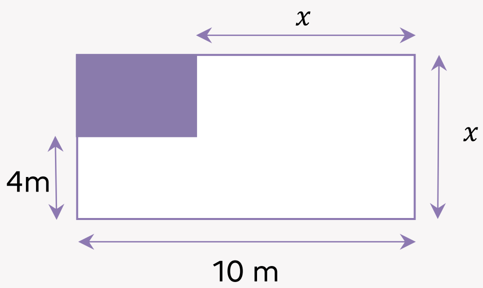
Déterminer l'équation qui permet de déterminer la largeur de ce rectangle.

□$2(x+3x)=40$ □ $x+3x=40$ □ $2x+2x^3=40$ □ $x \times 3x = 40$

❻ Déterminer l'expression algébrique représentant l'aire, en m², de la surface colorée.

□ $x^2 - 40$ □ $4x + 10x + 40$

□ $x^2 - 14x + 40$ □ $-x^2 + 14x - 40$



❼ Une famille décide de passer une journée dans un grand parc d'attractions qui propose deux tarifs ;
- 2 adultes achètent le billet « Classique » ;
- 3 enfants prennent la formule « Mini » qui coûte 22 € de moins ;

Sachant que le montant total s'élève à 309 €, calculer le montant d'un billet « Classique ».

□66,20 € □61,80 € □57,40 € □75,00 €

Situation	Descriptif	Analyse des distracteurs selon les propositions de réponse
4	Traduire un problème par une équation du premier degré à une inconnue.	**15 €** : l'élève calcule la somme des anciennetés. **1000 €** : l'élève divise la prime en trois parts égales sans tenir compte des anciennetés. **375 €** : l'élève calcule le quotient du montant total de la prime par l'ancienneté de l'employé B.
5	Traduire un problème par une équation du premier degré à une inconnue.	$\boldsymbol{x + 3x = 40}$: l'élève ne prend pas en compte le facteur 2 dans la formule du périmètre d'un rectangle. $\boldsymbol{2x + 2x^3 = 40}$: l'élève élève au cube la valeur de la largeur au lieu de la tripler. $\boldsymbol{x \times 3x = 40}$: l'élève utilise la formule de l'aire d'un rectangle au lieu de son périmètre.

6	Développer et réduire une expression algébrique.	$\boldsymbol{x^2-40}$: l'élève calcule la différence des valeurs inconnues et des valeurs numériques connues. $\boldsymbol{4x+10x+40}$: l'élève propose une expression au hasard. $\boldsymbol{x^2-14x+40}$: l'élève développe le produit de $(x-10)$ par $(x-4)$.
7	Développer et réduire une expression algébrique.	**66,20 €** : l'élève met en équation le problème en oubliant de placer des parenthèses ($2x+3x-22=339$). **61,80 €** : l'élève calcule le quotient de la somme totale par le nombre de billets. **57,40 €** : l'élève prend en compte la différence de 22 € sur un seul billet « Mini ».

Piste d'exploitation en aval

Activité de prolongement

En plus d'être un levier afin de susciter l'intérêt et la motivation, l'abord des mathématiques par le jeu[2] présente un certain nombre d'avantages dans la formation des apprenants en les amenant à :

- s'inscrire dans une démarche de résolution de problème ;
- faire preuve d'initiative ;
- développer leur esprit critique vis-à-vis d'un résultat ;
- prendre confiance en eux ;
- pratiquer l'expérimentation par essai-erreur ;
- être force de proposition quant aux démarches de résolution.

Dans cette optique, une activité permettant de réaliser un travail de remédiation par le spectre d'un jeu sérieux ou d'un escape game pédagogique peut être envisagée. L'idée n'est bien évidemment pas ici de traiter la partie mise en œuvre pédagogique du jeu mais plutôt de proposer quelques exemples d'énigmes. Il conviendra à l'enseignant d'envisager un scénario pédagogique permettant de développer les automatismes[3] calculatoires en rapport avec les connaissances relevant du domaine « Nombre et calculs » bien qu'une exploitation éventuelle d'autres thèmes soit possible.

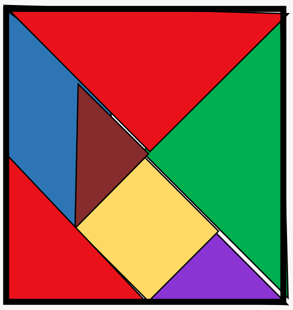
À titre d'exemple, on peut demander aux apprenants de trouver une lettre de l'alphabet afin de découvrir un mot mystère (dont les lettres sont dans le désordre). Bien qu'étant des activités de niveau intermédiaire, les propositions suivantes pourront faire l'objet d'éventuelles adaptations

[2] https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Maths_par_le_jeu/92/4/01-RA16_C3_C4_MATH_math_jeu_641924.pdf
[3] https://eduscol.education.fr/document/25972/download

afin de privilégier la prise d'initiative des apprenants. Pour chacune d'entre elles, on précise le sous-domaine ainsi que les connaissances du cycle 4 visées.

Exemple 1 - Comparaison de nombres (égalité de fractions).

On considère le Tangram ci-dessous.



Déterminer, sous forme de fraction irréductible, l'aire de la surface bleue par rapport à la surface totale de la figure ci-contre.

Indiquer la première lettre du nombre correspondant au dénominateur de cette fraction :

Lettre :

Exemple 2 - Comprendre et utiliser les notions de divisibilité et des nombres premiers (multiples et diviseurs, division euclidienne).

Un artisan chocolatier souhaite créer des ballotins en utilisant la totalité des 247 chocolats noirs et des 209 chocolats au lait de la production du jour, répartis équitablement dans les ballotins.

Déterminer le nombre de ballotins qu'il pourra proposer dans sa vitrine.
Ce nombre correspond au rang alphabétique de la lettre recherchée :

Lettre :

Exemple 3 - Utiliser le calcul littéral (notion d'inconnue et d'équation).

Dans la cour de récréation, 6 amis se partagent un sac de 70 billes :
- les triplés obtiennent le même nombre de billes ;
- leur cousin récupère 2 billes de plus que chaque triplé ;
- les jumelles ont reçu chacune 5 billes de moins que chaque triplé.

Calculer le nombre de billes obtenues par chaque triplé.

Ce nombre correspond au rang alphabétique de la lettre recherchée :

Lettre :

Exemple 4 - Comparaison de nombres (ordre sur les nombres rationnels en écriture décimale ou fractionnaire), comprendre et utiliser les notions de divisibilité (fractions irréductibles).

Un panier de fruits est composé de $\frac{1}{3}$ de bananes, $\frac{4}{40}$ d'abricots, de $\frac{4}{15}$ de pommes et le reste de poires.

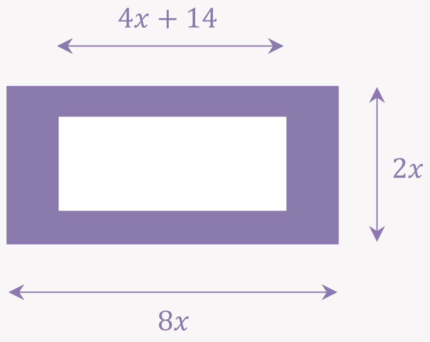
Déterminer le fruit que l'on trouve en plus petite quantité dans ce panier.

Indiquer l'initiale de ce fruit :

Lettre :

Exemple 5 - Utiliser le calcul littéral (factorisation de $a^2 - b^2$ ou développement)

On considère le nombre réel x strictement positif.
L'aire de la surface colorée est de 196 cm^2.



1 - Exprimer la largeur du rectangle blanc en fonction de x. [4]

2 - Calculer la valeur de x sachant que la largeur du rectangle blanc vaut 6 cm.

Le produit de ce nombre par 4 correspond au rang alphabétique de la lettre recherchée :

Lettre :

Remarque : Une solution alternative à la dernière étape des énigmes (recherche de la lettre) pourrait être réalisée à l'aide de cadenas virtuels[5] donnant accès à différentes ressources (les lettres ici).

[4] En fonction des difficultés rencontrées, on pourra proposer un étayage supplémentaire.
[5] https://lockee.fr/