

## MATHÉMATIQUES

### Nombres et calculs

## Puissances

### Un exemple d'activité avec prise d'initiative : l'arbre fractal

#### ATTENDUS DE FIN DE CYCLE ; CONNAISSANCES ET COMPÉTENCES ASSOCIÉES

Utiliser les nombres pour comparer, calculer et résoudre des problèmes :

- calculer avec des fractions ou des nombres décimaux ;
- effectuer des calculs numériques simples impliquant des puissances ;
- vérifier la vraisemblance d'un résultat, en estimant son ordre de grandeur.

Comprendre l'effet de quelques transformations sur des grandeurs géométriques :

- comprendre l'effet d'un agrandissement ou d'une réduction sur les longueurs et les aires.

Utiliser les notions de géométrie plane pour démontrer :




- triangles semblables ;
- théorème de Pythagore.

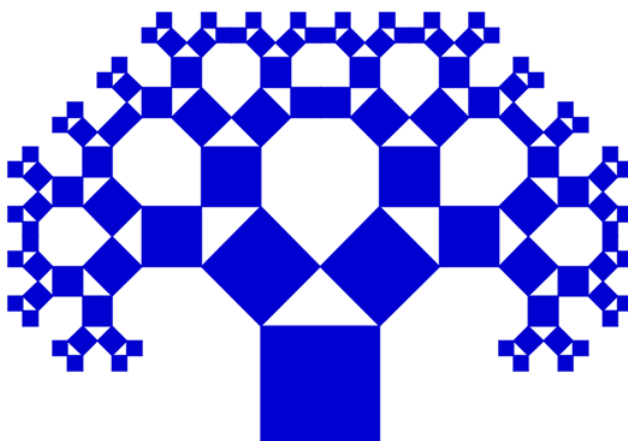
#### COMPÉTENCES TRAVAILLÉES

Chercher, représenter, calculer, raisonner, communiquer.

### Énoncé [3<sup>e</sup>]

On veut décorer le mur d'une salle de classe en y peignant un arbre stylisé, construit à partir de carrés de la façon suivante :

ÉTAPE 0	ÉTAPE 1	ÉTAPE 2
On part d'un carré de côté 80 cm, peint à partir du sol.	On construit deux autres carrés analogues, en laissant un vide en forme de triangle rectangle isocèle.	Sur chaque carré construit à l'étape 1, on construit deux autres carrés à l'extérieur, comme à l'étape 1.
		



On continue jusqu'à l'étape 4, en rajoutant chaque fois deux carrés sur ceux construits à l'étape d'avant. À partir de l'étape 5, on ne construit les nouveaux carrés que s'ils ne chevauchent pas les précédents. La figure ci-dessus représente l'arbre à l'étape 6.

1. Déterminer le côté des carrés construits à l'étape 2, à l'étape 3, à l'étape 7.
2. On réalise l'arbre, jusqu'à ce qu'il atteigne le plafond de la salle, haut de 3 mètres, et on le peint en bleu. Chaque pot de peinture contient 0,5 L, et chaque litre de peinture permet de recouvrir 3 mètres carrés. Marie affirme que quatre pots de peinture suffiront. A-t-elle raison ?

## Pistes pédagogiques

### Réponses

1. À l'étape  $n$ , le côté (en cm) des nouveaux carrés est égal à  $80 \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n$ . Cette expression n'est cependant pas attendue des élèves, qui peuvent obtenir des valeurs approchées des côtés des carrés. On valorise même les réponses partielles.
2. Les étapes successives augmentent la hauteur de l'arbre selon les dimensions suivantes (en cm) : 80 (étape 0) ; 80 ; 40 ; 40 ; 20 ; 20 ; 10 ; 10 (étape 7). La hauteur de plafond est atteinte à la 7<sup>e</sup> étape, puisque la somme des hauteurs précédentes est juste égale à 300 cm. Les aires successives sont, après chaque étape (en m<sup>2</sup>) : 0,64 ; 1,28 ; 1,92 ; 2,56 ; 3,20 ; 3,76 ; 4,24 ; 4,62. Il faut un peu plus de 3 pots de peinture, donc Marie a raison.

### Scénarios de classe et aides possibles

L'activité se prête particulièrement bien à un travail de groupe « filé » sur plusieurs semaines. Elle sera d'autant plus motivante qu'elle aboutira à une réalisation effective, qui peut associer plusieurs disciplines, notamment les arts plastiques et la technologie.

Retrouvez Éduscol sur





*Photo d'un mur de la salle de classe*  
(Photo : Pierre Jacquemant)

Le professeur peut apporter des aides différenciées, selon le niveau d'avancement de la tâche (ou des sous-tâches) confiée(s) aux élèves :

- travailler sur la figure à l'étape 1 (dessin en vraie grandeur, calcul de coefficient de réduction d'un carré à l'autre, effet sur l'aire, vérification sur un logiciel de géométrie) ; l'élève peut travailler avec un coefficient de réduction arrondi décimal, tel que 0,707 ;
- remarquer qu'à chaque étape impaire, la hauteur augmente de la longueur du carré de l'étape paire qui précède ;
- remarquer que la surface augmente de  $0,64 \text{ m}^2$  à chaque étape, jusqu'à l'étape 4 ;
- etc.

Cette activité peut faire l'objet d'un développement dans le cadre d'un EPI relatif à la thématique : « Culture et création artistiques ».

Retrouvez Éduscol sur

