

## Utiliser les nombres pour comparer, calculer et résoudre des problèmes : les fractions

### Un exemple de tâche intermédiaire Vitesse moyenne lors d'un aller-retour

#### ATTENDUS DE FIN DE CYCLE ; CONNAISSANCES ET COMPÉTENCES ASSOCIÉES

Utiliser les nombres pour comparer, calculer et résoudre des problèmes :

- pratiquer le calcul exact ou approché, mental, à la main ou instrumenté ;
- vérifier la vraisemblance d'un résultat, notamment en estimant son ordre de grandeur ;
- calculer avec des nombres relatifs, des fractions ou des nombres décimaux (somme, différence, produit, quotient).

Utiliser le calcul littéral :

- résoudre des équations ou des inéquations du premier degré ;
- utiliser le calcul littéral pour prouver un résultat général, pour valider ou réfuter une conjecture.

#### COMPÉTENCES TRAVAILLÉES

Chercher, raisonner, calculer, communiquer.

## Énoncé

Lors d'un entraînement, un cycliste effectue à plusieurs reprises l'aller-retour suivant :

- ascension d'un col à une vitesse moyenne de 10 km/h,
- redescente immédiate, par la même route, vers le point de départ à une vitesse moyenne  $v$ .

On admet que la vitesse moyenne  $V$  du cycliste sur l'aller-retour est donnée par la formule :

$$\frac{2}{V} = \frac{1}{10} + \frac{1}{v}.$$

1. Quelle est la vitesse moyenne du cycliste sur l'aller-retour s'il redescend à la vitesse moyenne de 10 km/h ? de 30 km/h ?
2. À quelle vitesse moyenne le cycliste devrait-il redescendre pour que sa vitesse moyenne sur l'aller-retour soit de 18 km/h ?
3. La vitesse moyenne du cycliste sur l'aller-retour peut-elle être de 20 km/h ?

## Pistes pédagogiques

Cette activité peut être développée dans le cadre d'un EPI avec la physique-chimie.

Cette tâche intermédiaire peut être proposée à partir de la classe de 4<sup>e</sup> lorsque l'on dispose des notions de vitesse moyenne et d'inverse d'un nombre non nul.

Le fait que les distances parcourues ne soient pas données peut accentuer la difficulté liée au caractère « non naturel » de la relation entre  $v$  et  $V$ . Un travail préalable aura pu être conduit afin d'amener les élèves à constater et à montrer que la vitesse moyenne sur un aller-retour n'est pas, en général, la moyenne arithmétique des vitesses moyennes à l'aller et au retour.

Des relances visant à aider les élèves à expliciter des démarches calculatoires sont à prévoir.

Une démarche par « essais-erreurs » est possible aux questions 2 et 3. Le tableur peut utilement être employé pour sa mise en œuvre.

La question 3 est l'occasion de raisonner par l'absurde. Cela pourra être identifié et consigné dans la trace écrite des élèves afin de concourir à l'apprentissage du raisonnement.

La preuve du résultat général (moyenne harmonique) peut être envisagée en guise de prolongement et en différenciant le travail proposé :

- preuve à l'aide d'un exemple générique (la distance aller ou la vitesse moyenne à l'aller peuvent être données) ;
- démonstration dans le cas général.