

## MATHÉMATIQUES

### Nombres et calculs

# Comprendre et utiliser les notions de divisibilité et de nombres premiers

## Un exemple de tâche avec prise d'initiative : système monétaire

#### ATTENDUS DE FIN DE CYCLE ; CONNAISSANCES ET COMPÉTENCES ASSOCIÉES

Comprendre et utiliser les notions de divisibilité et de nombres premiers :

- multiples et diviseurs ;
- division euclidienne (quotient, reste) ;
- déterminer si un entier est ou n'est pas multiple ou diviseur d'un autre entier.

Écrire, mettre au point et exécuter un programme simple :

- écrire, mettre au point (tester, corriger) et exécuter un programme en réponse à un problème donné.

#### COMPÉTENCES TRAVAILLÉES

Chercher, modéliser, raisonner, calculer

## Énoncé

Dans un pays où le système monétaire n'est constitué que de pièces de 3 et de 5, il s'agit d'aider les habitants en créant un programme qui donne le nombre de pièces nécessaires à tout achat d'un montant entier supérieur ou égal à 8.

*Source : d'après PISA, items libérés*

## Pistes pédagogiques

L'utilisation d'un tableur permet de se convaincre que l'on peut obtenir tous les nombres supérieurs ou égaux à 8. La création d'un programme s'avère particulièrement performante pour la résolution du problème. L'expérimentation sur certaines valeurs permet de mettre en place le raisonnement sous-jacent ; c'est également un élément de différenciation.

Pour les valeurs 1 ; 2 ; 4 et 7 en entrée, l'algorithme renvoie des valeurs dans  $Z$ . Ces montants ne peuvent pas être obtenus autrement mais, dans un contexte monétaire où l'appoint n'est pas obligatoire, on peut les obtenir par échange. Par exemple, 7 est obtenu en donnant deux pièces de 5 et en recevant une pièce de 3.

Ce type de tâche peut-être proposé aux élèves dès le début et tout au long du cycle.

On peut envisager un prolongement, notamment dans le cadre du travail « hors du temps de classe » ou de l'accompagnement personnalisé, en conduisant l'ensemble de la classe ou certains élèves à :

- analyser les réponses fournies par l'algorithme pour les montants inférieurs ou égaux à 7 ;
- modifier l'algorithme pour résoudre le même problème dans un système monétaire dans lequel on ne dispose que de pièces de 2 et de 4 ;
- proposer un autre système monétaire « viable ».

## Algorithme possible

Dans le cas d'un système monétaire constitué de quelques pièces, comme dans l'énoncé précédent, l'algorithme pour réaliser un achat d'un montant  $S$  consiste à :

- payer le maximum possible avec la plus grosse pièce dont le montant ne dépasse pas  $S$  (en procédant par soustractions ou par division euclidienne) ;
- puis à continuer ainsi indéfiniment pour le montant restant à payer jusqu'à atteindre la somme souhaitée.

Travaux d'élèves (avec le logiciel Scratch) :

- Niveau 5e : [Camille](#)
- Niveau 4e : [Lilian](#)

Ces productions diffèrent essentiellement par le calcul du reste et de l'utilisation d'instructions conditionnelles : « si ... » – « si ... sinon ... ».

Retrouvez Éduscol sur

