MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION
NATIONALE,
DE LA JEUNESSE
ET DES SPORTS

Liberté
Égalité
Fraternité

LES AUTOMATISMES AU COLLÈGE

Introduction

Sous un terme générique, le mot « automatisme » peut prêter à diverses interprétations. Si chaque professeur adhère à l'objectif partagé de développer des automatismes chez les élèves, les opinions divergent dès qu'il s'agit de définir les automatismes à atteindre en fin d'année scolaire et les méthodes pour y parvenir.

L'objet de ce document est de proposer des pistes pour construire chez les élèves des automatismes, pour les ancrer dans la mémoire à long terme et permettre ensuite des transferts. Il comporte de nombreux exemples pour que chaque enseignant puisse puiser une inspiration qui s'adapte à sa pratique professionnelle.

Quels sont les automatismes à développer ? Quelle stratégie d'apprentissage peut être mise en œuvre ? Comment réguler les choix opérés ?

La maîtrise des automatismes n'est pas une fin en soi. L'objectif est de pouvoir les mobiliser à bon escient dans le cadre de la résolution de problèmes, et donc de s'engager plus facilement dans la recherche et le raisonnement. Le développement des automatismes chez les élèves doit également participer à renforcer leur confiance en eux pour mieux réussir et modifier leur rapport aux mathématiques.

Table des matières

1. La vision d’un chercheur en neurosciences : pourquoi développer les automatismes mathématiques chez les élèves ?

Par Jérôme Prado, chargé de recherche en Neurosciences de Lyon, INSERM, CNRS & Université de Lyon

Les psychologues et neuroscientifiques considèrent depuis longtemps que les automatismes sont indispensables aux apprentissages. En effet, ils sont pour notre cerveau l’un des principaux moyens de contourner ce qui est probablement l’une de ses limitations principales : sa capacité relative à stocker et manipuler des informations de façon temporaire afin d’accomplir certaines tâches. Cette capacité, appelée *mémoire de travail*, est constamment sollicitée dans la vie de tous les jours. C’est par exemple le cas lorsque l’on doit garder à l'esprit l'adresse d'une personne tout en écoutant des instructions sur la manière de s'y rendre, ou lorsque l’on écoute une série d'événements dans une histoire tout en essayant de comprendre ce que l'histoire signifie. Mais la mémoire de travail est également fondamentale pour les apprentissages, et en particulier les apprentissages mathématiques. Elle permet par exemple de garder en tête les opérandes ou résultats intermédiaires d’opérations lors d’un calcul mental. Elle permet aussi d’intégrer de nouvelles informations à celles déjà présentes lors de la résolution d’un problème, ainsi que de créer la représentation mentale correcte de ce problème.

Il est donc aisé de voir comment une mémoire de travail surchargée peut rendre difficile nombre d’apprentissages mathématiques. Ceci est d’autant plus susceptible de se produire que la capacité de notre mémoire de travail est fondamentalement limitée. Ainsi, les chercheurs s’accordent à penser que le nombre d’items qu’il est possible de garder à l’esprit tout en les manipulant excède rarement le nombre de cinq chez les jeunes adultes [1]. Comment, alors, faire en sorte que la mémoire de travail soit la plus libre possible lors de la résolution d’une tâche mathématique complexe ? Voilà précisément le rôle des automatismes.

Pour les psychologues, un processus automatique obéit à trois critères [2]. Premièrement, un processus automatique doit se produire **sans intention**. Il est donc « automatiquement » déclenché par la tâche à effectuer. Deuxièmement, un processus automatique est **inconscient**. En d’autres termes, nous n’avons pas une connaissance explicite de la façon dont ce processus se produit. Troisièmement, un processus automatique **n'interfère pas** avec une autre activité mentale en cours. Autrement dit, il se déroule parallèlement à une autre activité. Tout ceci est possible, car un processus automatique, par définition, ne va demander aucune ressource en mémoire de travail et donc la laisser libre pour accomplir d’autres tâches. Notre cerveau a automatisé une grande quantité de tâches que nous effectuons de façon répétée et auxquelles nous ne pensons plus en les réalisant. C’est par exemple le cas d’apprentissages qu’on pourrait appeler « moteurs » comme le vélo ou la conduite automobile, mais aussi bien sûr d’apprentissages scolaires comme la lecture.

Dans le domaine des mathématiques, l’exemple le plus étudié de processus automatique est sans nul doute l’arithmétique élémentaire [3]. Depuis des décennies, les chercheurs ont en effet souvent rapporté à quel point les opérations à un chiffre étaient très souvent complètement automatisées chez l’adulte, de telle sorte qu’un individu n’a souvent plus d’accès conscient à la façon dont ces opérations sont résolues. Ces automatismes dans le calcul arithmétique sont fondamentaux, car ils vont faciliter la résolution de tâches mathématiques plus complexes en libérant la mémoire de travail, et ainsi permettre de se concentrer sur des aspects plus conceptuels.

L’exemple de l’arithmétique élémentaire est aussi intéressant, car il illustre parfaitement le fait que différentes stratégies d’apprentissage permettent la construction d’automatismes [4]. Les tables de multiplication, par exemple, sont un exemple d’apprentissage qui est appelé « déclaratif ». Les élèves vont ainsi explicitement associer une combinaison d'opérandes (par exemple, 2 × 3) avec un résultat (ici, 6). L'une des caractéristiques de cet apprentissage est qu'il ne nécessite pas de comprendre la relation entre les opérandes et le résultat qui lui est associé. Mais cet apprentissage déclaratif n'est pas la seule façon de déboucher sur un automatisme. Il est également tout à fait possible d'automatiser des procédures. On appellera alors cet apprentissage « procédural ». Cela serait par exemple le cas pour des opérations qui sont moins systématiquement apprises dans des tables, mais calculées de façon répétée par les enfants au cours de l'apprentissage, comme les additions ou soustractions. Ainsi, des recherches récentes montrent que les procédures de comptage utilisées par les enfants au début de l'apprentissage de l'arithmétique pourraient être complètement automatisées chez l'adulte [5]. Nous n'en avons ainsi pas conscience, mais notre cerveau continuerait à « compter » lorsqu'il doit résoudre des opérations très simples comme 2+3 !

En fait, cette capacité du cerveau à créer des automatismes est tellement importante que celle-ci peut parfois se retourner contre nous. Par exemple, des études révèlent que les élèves peuvent penser que 1,45 est plus grand que 1,5 parce qu'ils ont automatisé le fait que plus un nombre comporte de chiffres, plus il est grand [6]. La représentation de la virgule comme séparateur peut également être la source de l'erreur : ici, les parties entières égales incitent l'élève à comparer 45 et 5 et à conclure de manière erronée. D'un point de vue du professeur, il est donc important de considérer ce qui devrait et ne devrait pas être automatisé lors de l'apprentissage. Quoi qu'il en soit, il ne fait pas de doute que certaines capacités sont primordiales à automatiser pour rendre les apprentissages ultérieurs plus aisés. C'est le cas de l'arithmétique élémentaire, puisque de nombreuses études ont mis en évidence que l'automatisation des faits arithmétiques est corrélée aux capacités mathématiques générales [7]. Malheureusement, ces capacités ont tendance à diminuer depuis ces 30 dernières années, que ce soit chez les adultes [7] (voir **Figure 1A**) ou chez les enfants [8] (voir **Figure 1B**). Par exemple, les performances moyennes en calcul d'élèves de CM2 en 2017 correspondent à des performances qui auraient été considérées comme parmi les plus faibles en 1987 [8]. Cette baisse extrêmement importante est inquiétante, car elle signifie que la plupart des élèves qui entrent au collège à l'heure actuelle ont probablement un manque d'automatismes en arithmétique élémentaire : ceci va les mettre en difficulté pour les apprentissages ultérieurs, car ils devront solliciter leur mémoire de travail bien plus que ne le faisaient les élèves il y a 30 ans. Par exemple, le fait de ne pas maîtriser les tables de multiplication rendra difficile pour l'élève la simplification ou les opérations sur les fractions.

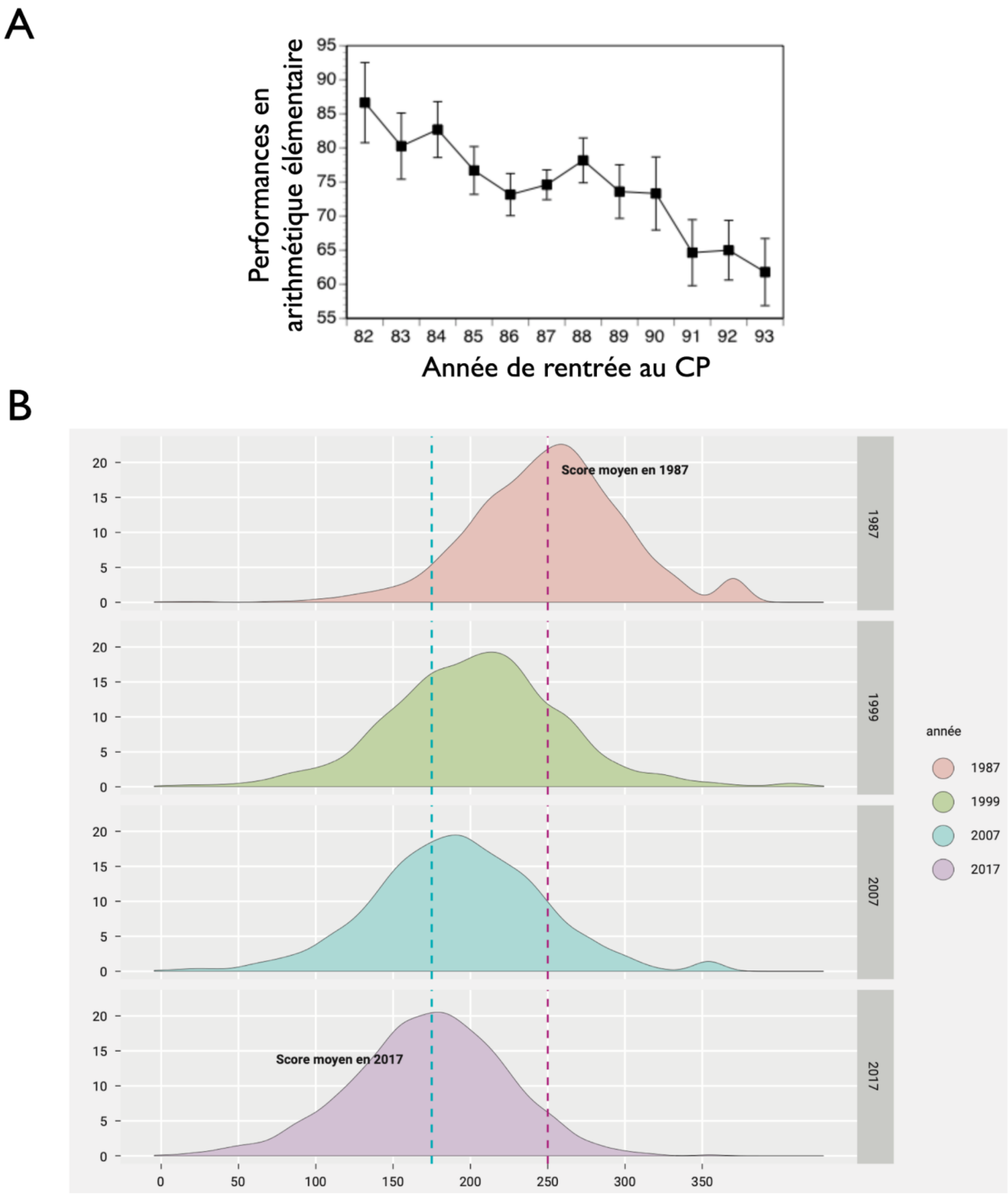


Figure 1. Les performances en calcul arithmétique des adultes comme des enfants régressent depuis plusieurs années.

(A) Score moyen obtenu dans un test mesurant les capacités de fluence arithmétique (le French kit) chez des adultes canadiens à l'université en fonction de l'année au cours de laquelle ils étaient entrés en CP. Les barres d'erreur indiquent l'erreur standard. Adapté de [7].

(B) Performances en calcul mesurées en France chez des élèves en CM2 dans le cadre de l'étude « Lire, écrire, compter » au cours des années. Adapté de [8].

Par ailleurs, un aspect souvent négligé du développement des automatismes est qu'il est susceptible d'augmenter de façon non négligeable la confiance en soi des élèves, leur évitant ainsi de rentrer dans une spirale négative qui peut aboutir à une anxiété vis-à-vis des mathématiques. En effet, plusieurs études ont mis en évidence une corrélation inverse entre le degré d'automatisation des faits arithmétiques et l'anxiété vis-à-vis des mathématiques, c'est-à-dire le sentiment d'appréhension qui peut apparaître chez certains élèves lors de tâches mathématiques [9]. Cette anxiété vis-à-vis des mathématiques est elle-même très problématique puisque ces pensées négatives tendent à envahir la mémoire de travail et à interférer avec les tâches mathématiques [10]. Les mathématiques étant une discipline fondamentalement cumulative (les apprentissages précoces vont servir de base aux apprentissages ultérieurs), la meilleure façon d'éviter l'apparition de cette anxiété est sans nul doute de consolider les automatismes le plus tôt possible afin de libérer le plus possible la mémoire de travail et de s'assurer que les apprentissages ultérieurs pourront se faire sans trop la solliciter.

Il est donc clair que la construction d'automatismes est fondamentale à l'apprentissage des mathématiques. Se pose alors la question d'une construction efficace de ces automatismes. Nous pouvons donner ici trois grands principes issus de la recherche en psychologie cognitive [11]. Premièrement, l'acquisition d'un automatisme va nécessiter **une pratique répétée** de la compétence en question. Ceci est non seulement vrai pour les compétences acquises de façon déclarative (afin de consolider les associations en mémoire), mais aussi pour ce qui est des compétences procédurales. En effet, sans pratique répétée, une procédure ne pourra jamais être complètement automatisée. Deuxièmement, l'acquisition d'un automatisme sera d'autant plus efficace que les périodes d'acquisitions sont **étalées dans le temps** et alternent avec d'autres apprentissages, plutôt que rassemblées les unes à la suite des autres. L'objectif est ici que chaque élève ait presque pu « oublier » avant de revenir sur le sujet, de façon à rendre le cerveau le plus actif possible à chaque répétition. Troisièmement, il est important que l'apprenant se teste au cours de la période d'apprentissage, non pas pour mesurer si la compétence est automatisée, mais plutôt parce que **se tester** est une opportunité d'apprentissage très efficace qui consolide les informations en mémoire. Il est aussi important qu'un retour sur erreur le plus instantané possible soit présent au moment de ces périodes de tests. Au final, de multiples activités peuvent être envisagées pour construire et consolider les automatismes, mais l'efficacité de ces activités sera en grande partie conditionnée au respect de ces principes.

En conclusion, il est donc plus que jamais fondamental de prêter attention au développement des automatismes chez les enfants lors de l'apprentissage des mathématiques. Non seulement ces automatismes restent la principale façon pour notre cerveau de pallier ses limites de mémoire de travail, mais ils sont aussi importants pour donner confiance aux élèves et permettre à tous d'acquérir les diverses compétences mathématiques qui sont devenues si importantes dans notre société actuelle.

Références :

[1] N. Cowan, “The Magical Mystery Four: How is Working Memory Capacity Limited, and Why?,” *Curr. Dir. Psychol. Sci.*, vol. 19, no. 1, pp. 51–57, Feb. 2010.

[2] J. B. Worthen and R. R. Hunt, “Automaticity in Memory,” in *Encyclopedia of the Sciences of Learning*, N. M. Seel, Ed. Boston, MA: Springer.

[3] J. I. Campbell and Q. Xue, “Cognitive arithmetic across cultures,” *J. Exp. Psychol. Gen.*, vol. 130, no. 2, pp. 299–315, Jun. 2001.

[4] J. Prado, “Chapter 2 - The Interplay Between Learning Arithmetic and Learning to Read: Insights From Developmental Cognitive Neuroscience,” in *Heterogeneity of Function in Numerical Cognition*, A. Henik and W. Fias, Eds. Academic Press, 2018, pp. 27–49.

[5] C. Thevenot, K. Uittenhove, and J. Prado, “La dyscalculie et l'automatisation des procédures de calcul,” *Développements: revue interdisciplinaire du développement cognitif normal et pathologique*, pp. 7–9, 2016.

[6] M. Roell, A. Viarouge, O. Houdé, and G. Borst, “Inhibitory control and decimal number comparison in school-aged children,” *PLoS One*, vol. 12, no. 11, p. e0188276, Nov. 2017.
[7] J.-A. LeFevre, M. Penner-Wilger, A. A. Pyke, T. Shanahan, and W. A. Deslauriers, “Putting two and two together: Declines in arithmetic fluency among young Canadian adults, 1993 to 2005. Technical report 2014-01,” ir.library.carleton.ca, 2014–01, Jan. 2014.
[8] Direction de l’évaluation, de la prospective et de la performance, “L’évolution des performances en calcul des élèves de CM2 à trente ans d’intervalle (1987-2017),” ministère de l’Éducation nationale, de la Jeunesse et des Sports, 19.02, Mar. 2019.
[9] R. A. Conlon, A. Hicks, C. Barroso, and C. M. Ganley, “The effect of the timing of math anxiety measurement on math outcomes,” *Learn. Individ. Differ.*, vol. 86, p. 101962, Feb. 2021.
[10] S. L. Beilock and E. A. Maloney, “Math Anxiety: A Factor in Math Achievement Not to Be Ignored,” *Policy Insights from the Behavioral and Brain Sciences*, vol. 2, no. 1, pp. 4–12, Oct. 2015.
[11] P. C. Brown, H. L. Roediger, and M. A. McDaniel, “Mets-toi ça dans la tête,” *Les stratégies d’apprentissage à la lumière des sciences cognitives. Genève: Editions Markus Haller*, p. P117, 2016.

2. Focus sur les tables de multiplication en classe de 6e

a. Déterminer le niveau de maîtrise des élèves

Les tables de multiplication sont construites à l'école élémentaire en cycle 2. Elles sont ensuite travaillées à des fins d'automatisation. La restitution des résultats ne doit pas être le fruit d'un calcul : en particulier, le résultat du calcul 7×5 doit être connu, et non reconstitué à l'aide de différentes procédures (par exemple, $7 \times 5 = 5 \times 5 + 2 \times 5 = 25 + 10 = 35$). Comme l'indique l'étude de M. Wong et D. Evans (2007), « réduire le temps de réponse force les élèves à abandonner les stratégies inefficaces s'appuyant sur des calculs et à tenter de retrouver les réponses de mémoire ».
Un déficit d'automatisation des tables de multiplication entraîne des difficultés dans la construction de notions ultérieures. Par exemple, pour simplifier la fraction $\frac{56}{49}$, l'élève doit reconnaître 56 et 49 comme étant tous les deux des multiples de 7. Celui qui a mémorisé les tables de multiplication uniquement dans le sens « 8 fois 7 égale 56 » ou qui les reconstruit sera en difficulté dans la situation proposée.

La maîtrise des tables de multiplication par les élèves, à l'entrée en 6e, est très inégale. Aussi, l'objectif de cette partie est-il de proposer des stratégies de remédiation de manière à ce que les élèves puissent répondre à une large typologie de questions comme, par exemple :

- 3×7 ?
- 40×8 ?
- Combien de fois 8 dans 64 ?
- Combien de fois 5 dans 5400 ?
- Combien de fois 200 dans 1400 ?
- Combien de fois 14 dans 56 ?
- Dans quelles tables trouve-t-on 32 ?
- Dans quelle table se trouvent à la fois 24 et 36 ?
- Combien de fois 7 dans 60 et combien reste-t-il ?
- Dans 32 combien de fois 5 et combien reste-t-il ?

Afin de proposer une remédiation adaptée, il est nécessaire de définir le niveau de maîtrise de chaque élève à l'aide de tests diagnostiques comme ceux présentés ci-dessous, à faire passer dans un temps contraint.

<table>
<tr><th>Niveau 1</th><th>Niveau 2</th><th>Niveau 3</th></tr>
<tr><td>Être capable de répondre rapidement à une question du type « $6 \times 7 = ?$ »</td><td>Être capable de répondre à une question du type
« Dans 42 combien de fois 6 ? »
« Dans 45 combien de fois 6 ? »</td><td>Être capable d’écrire une décomposition multiplicative d’un nombre.</td></tr>
<tr><td>Exemple de test diagnostique :
<table><tr><td>×</td><td>8</td><td>9</td><td>6</td></tr><tr><td>3</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>7</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>5</td><td></td><td></td><td></td></tr></table>Type 1</td><td>Exemple de test diagnostique :
<table><tr><td>×</td><td>6</td><td>5</td><td>9</td></tr><tr><td></td><td></td><td>35</td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td>81</td></tr><tr><td></td><td>48</td><td></td><td></td></tr></table>Type 2</td><td>Exemple de test diagnostique :
<table><tr><td>×</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td>36</td><td></td><td>24</td></tr><tr><td></td><td></td><td>49</td><td></td></tr><tr><td></td><td>45</td><td></td><td></td></tr></table>Type 3</td></tr>
<tr><td>Dans ce type d’activité, la reconstruction des résultats est encore possible dans un temps raisonnable.</td><td>Dans ce type d’activité, la reconstruction des résultats est encore possible, mais elle devient fastidieuse. Disposer de résultats mémorisés permet de répondre rapidement.</td><td>La connaissance des tables est testée dans un exercice complexe.
La réussite rapide à ce genre d’exercice témoigne de la capacité à utiliser les résultats mémorisés et dépend donc de leur disponibilité.
Ce type d’exercices correspond au niveau attendu pour un élève en fin de 6e.</td></tr>
</table>

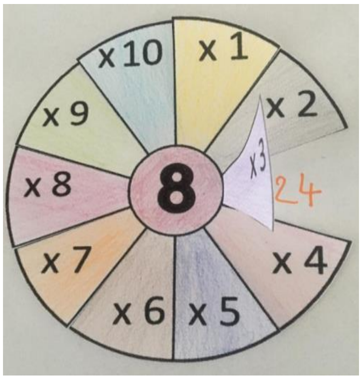
Pour les élèves qui, en début de 6e, ne réussissent pas les exercices de niveau 1, un travail spécifique de reconstruction des tables est nécessaire. Il peut, par exemple, être mené en accompagnement personnalisé.

Une fois le niveau de maîtrise déterminé, les exemples d’activités de manipulations ou de jeux ci-dessous permettent d’engager les élèves dans un travail différencié pour les faire progresser dans l’automatisation des tables de multiplication.

b. Exemples d’activités différenciées pour atteindre les niveaux visés (1, 2, 3)

Les activités et les jeux répertoriés ci-dessous ont pour objectif de permettre aux élèves d’atteindre les compétences décrites au niveau considéré. Pour certains d’entre eux, différents modes d’utilisation ou paramètres permettent de moduler le niveau de difficulté.

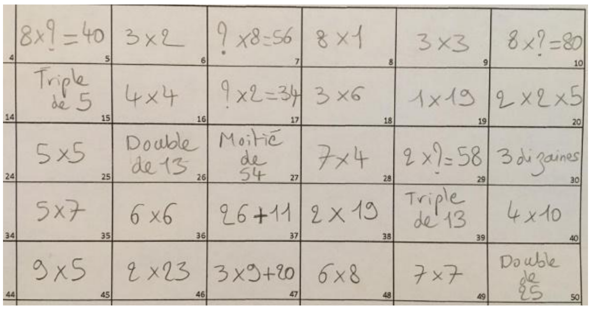
Les tables « marguerites » - Niveau 1 ou 2



Cette déclinaison ludique des « cartes flash » permet à l'élève de reconstruire une table de multiplication qu'il ne maîtrise pas suffisamment puis de s'entraîner seul sur la mémorisation des résultats.
Pour augmenter le niveau de difficulté, il est également possible de présenter les multiplications dans le désordre ou d'utiliser l'activité pour s'entraîner au niveau 2 en partant des résultats pour retrouver le facteur écrit sur le pétale de la marguerite.

Le loto - Niveau 1 ou 2

Exemple de grille professeur :

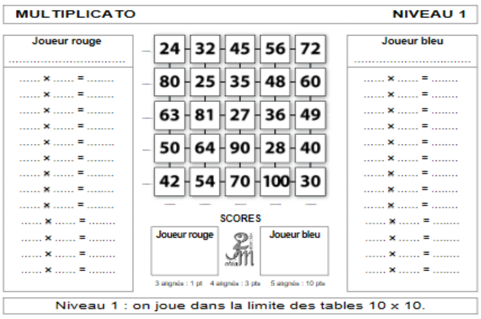


Exemple de grilles élèves :

Dans ce jeu collectif en petit groupe, le professeur prépare une grille avec des calculs dont les résultats sont les nombres de 1 à 90. Il lit à haute voix l'un des calculs de sa grille. Les élèves qui connaissent le résultat du calcul annoncé marquent la case correspondante sur leur grille (le professeur doit avoir un regard sur les propositions des élèves afin d'assurer une prise d'information utile). Le premier élève qui a une (ou plusieurs) ligne(s) remporte la partie. Des grilles thématiques peuvent être constituées pour répondre à des objectifs plus ciblés (table de multiplication par 9, doubles, triples, moitiés, etc.).

Source : Brochure IREM « Le calcul mental au collège : nostalgie ou innovation ? »

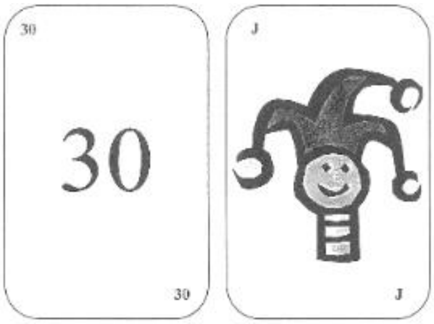
Multiplicato - Niveau 2 ou 3



https://jeux2maths.fr/multiplicato/

Ce jeu à 2 ou 3 joueurs, proposé par l'IREM de Caen, consiste à faire des alignements d'au moins 3 nombres, en choisissant des produits appartenant à des tables imposées par l'adversaire.
Il existe différents niveaux de grille selon les tables autorisées dans la partie (jusqu'à la table de 12).
Les stratégies à mettre en place pour remporter la partie peuvent relever d'un niveau 3.

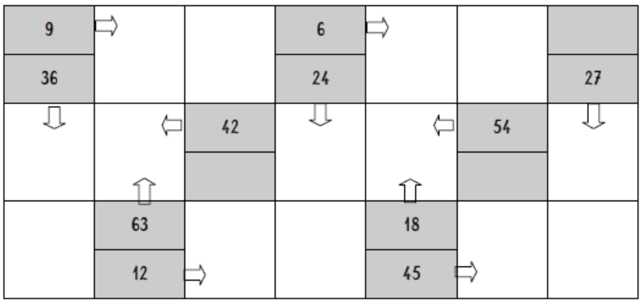
Jeu de carte des multiples et diviseurs - Niveau 3



Brochure arithmétique IREM Lyon (page 77)

Ce jeu de cartes de 2 à 5 joueurs permet de travailler la notion de multiples et diviseurs.
À son tour, un élève propose un des diviseurs du nombre présent sur la carte qu'il pose. L'élève suivant doit alors poser une carte multiple de ce diviseur (alternance de diviseurs et de multiples). Le vainqueur est le premier élève qui n'a plus de cartes.

Activités de Grimuku - Niveau 3



Pour cette grille, il faut utiliser uniquement les tables de multiplication par 3, 6 et 9

Comme dans un jeu de mots fléchés, l'élève complète la grille en plaçant un nombre à un chiffre par case de manière à ce que le nombre qui précède la flèche soit le produit des nombres qui suivent.

Source : Au fil des maths - numéro spécial « Premier degré » (pages 34-37) : L'APMEP joue et gagne.
https://publimath.univ-irem.fr/numerisation/AAB/AAB20056/AAB20056.pdf

Jeu de Juniper Green - Niveau 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Ce jeu de stratégie se joue à deux joueurs.
Le premier joueur barre un nombre pair puis, tour à tour, chaque joueur barre un nombre parmi les multiples ou les diviseurs du nombre barré par son adversaire. Un joueur gagne la partie lorsque son adversaire ne peut plus jouer.
Le jeu de Juniper Green, selon les grilles et les stratégies utilisées, a suffisamment d'intérêt pour être proposé tout au long du collège. Il permettra également de travailler, au cycle 4, la notion de nombre premier.

Source : Brochure arithmétique IREM Lyon (page 89)
https://publimath.univ-irem.fr/numerisation/LY/ILY04002/ILY04002.pdf

Jeu de Pénélope - Niveau 3

24	24
3×8	6×4
$3 \times 2 \times 4$	$2 \times 3 \times 4$
$3 \times 2 \times 2 \times 2$	$2 \times 3 \times 2 \times 2$
$6 \times 2 \times 2$	$6 \times 2 \times 2$
12×2	12×2
24	24

Source : Brochure arithmétique IREM Lyon (page 45)
https://publimath.univ-irem.fr/numerisation/LY/ILY04002/ILY04002.pdf

Dans ce jeu collectif, les élèves proposent à chaque ligne une décomposition du nombre entier donné au départ contenant un facteur de plus qu'à la ligne précédente. Quand la décomposition est maximale, on recompose le nombre dans l'autre sens, en s'interdisant d'utiliser une décomposition déjà écrite.
Cette activité permet de travailler les différentes décompositions multiplicatives d'un nombre ainsi que les propriétés de commutativité et d'associativité de la multiplication.

Le compte est bon multiplicatif - Niveau 3

2 ; 2 ; 3 ; 3 ; 4 ; 5 ; 5 ; 6 ; 7 ; 7 ; 8 ; 9 ; 25

Séance 1 :	Séance 2 :	Séance 3 :	Séance 4 :	Séance 5 :
2800	540	240	140	3600
720	1200	450	108	112
175	105	162	490	126

Exemple inspiré d'une activité proposée dans la brochure calcul mental IREM Lyon

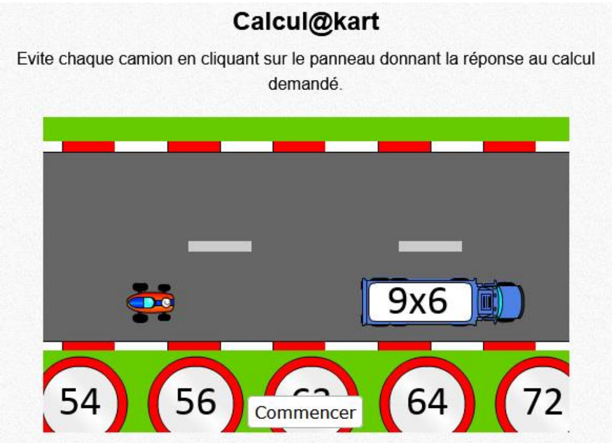
Pour atteindre chacun des nombres cibles, les élèves doivent proposer une chaîne de multiplications en utilisant au maximum une fois les nombres de la liste. Par exemple, le facteur 7 peut être utilisé au maximum deux fois dans la décomposition alors que le facteur 6 ne peut être utilisé au maximum qu'une fois.
En plus de proposer un entraînement de niveau 3 sur les tables de multiplication, cette activité permet de travailler efficacement les critères de divisibilité.

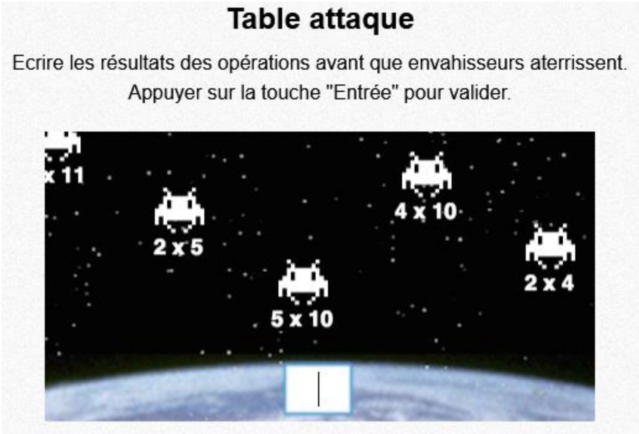
c. Des jeux numériques autocorrectifs

Sur calcul@tice

https://calculatice.ac-lille.fr/spip.php?rubrique2

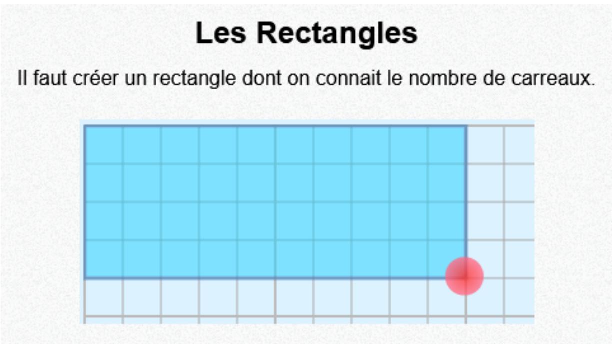
Niveau 1 : Quadricalc, Multiclic, Calcul@kart et Table attaque

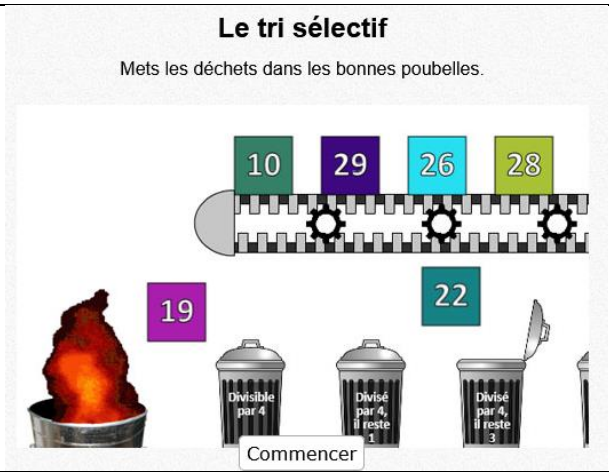




Niveau 2 : Opérations à trou

Niveau 3 : Les rectangles, le tri sélectif

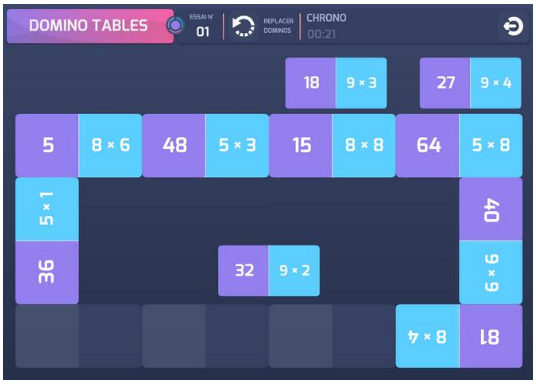
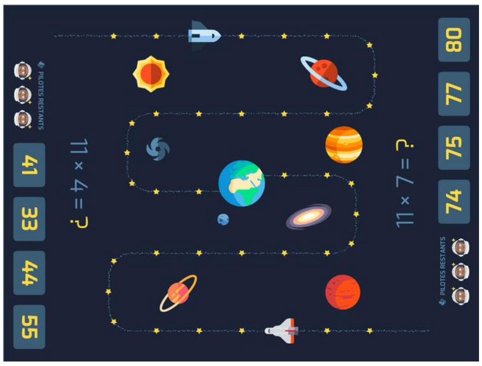




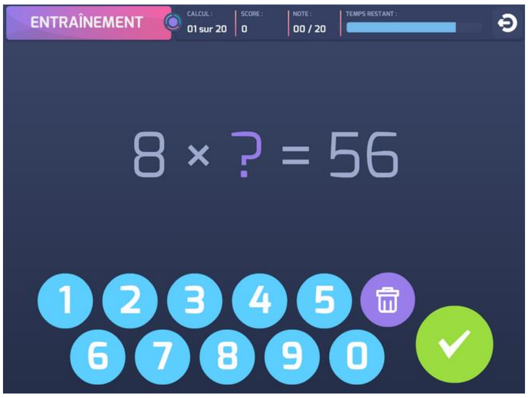
Défi Tables 2 sur tablette

http://mathematiques.ac-dijon.fr/spip.php?article197

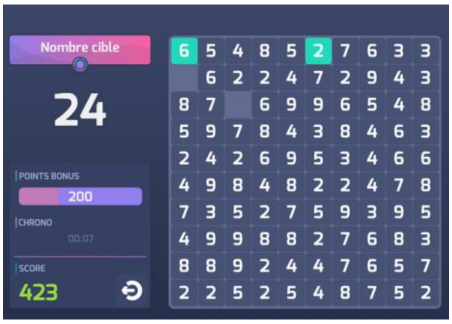
Niveau 1 : Entraînement tables sens direct, domino tables, lost in space

Domino Tables	Lost in space en mode duo
	

Niveau 2 : Entraînement tables sens indirect, tables dans les 2 sens en mode duo

Entraînement : Tables sens indirect	Tables dans les 2 sens en mode duo
	

Niveau 3 : Nombre cible



d. Évaluer les progrès des élèves

Chaque équipe disciplinaire peut proposer deux fois le même test, tout d'abord à l'entrée en 6e puis en fin d'année scolaire, de manière à évaluer les progrès des élèves. Un tel test consisterait à déterminer le nombre d'opérations qu'un élève effectue de manière correcte en un temps limité.
La comparaison des résultats permet à la fois de mesurer les progrès de chaque élève durant l'année et d'évaluer la stratégie d'apprentissage mise en œuvre.

Exemple de test :

Ce test se déroule à l'écrit en une minute. Les questions ne sont pas à traiter dans l'ordre et à l'issue de la passation, on compte le nombre de bonnes réponses obtenues par chaque élève.

$5 \times 7 = \cdots$	$7 \times 6 = \cdots$	$12 = \cdots \times 4$	$2 \times 6 = \cdots$	$5 \times 5 = \cdots$
$6 \times 3 = \cdots$	$3 \times \cdots = 3$	$21 = \cdots \times 7$	$8 \times 4 = \cdots$	$15 = \cdots \times 5$

$8 \times 3 = \cdots$	$10 = \cdots \times 5$	$2 \times 2 = \cdots$	$1 \times 9 = \cdots$	$45 = \cdots \times 5$
$20 = \cdots \times 5$	$4 \times 3 = \cdots$	$9 \times 9 = \cdots$	$40 = \cdots \times 8$	$10 \times 7 = \cdots$

$54 = \cdots \times 6$	$42 = \cdots \times 7$	$24 = \cdots \times 6$	$6 \times 6 = \cdots$	$10 \times 8 = \cdots$
$9 \times 8 = \cdots$	$27 = \cdots \times 9$	$7 \times 7 = \cdots$	$48 = \cdots \times 6$	$2 \times 7 = \cdots$

$1 \times 8 = \cdots$	$4 \times 9 = \cdots$	$56 = \cdots \times 7$	$63 = \cdots \times 9$	$18 = \cdots \times 6$
$54 = \cdots \times 6$	$7 \times 5 = \cdots$	$10 \times 5 = \cdots$	$5 \times 3 = \cdots$	$16 = \cdots \times 4$

Des précautions sont à prendre concernant la mise en œuvre de ces tests avec les élèves à besoins éducatifs particuliers. Les plans d'accompagnement personnalisé pour les élèves concernés prévoient déjà des aménagements. Dans le cadre d'activités chronométrées, des adaptations supplémentaires pourront être nécessaires.

3. Programmer la construction des automatismes

a. Méthodologie de construction d'une progression des automatismes

La première partie du document met en avant trois leviers sur lesquels s'appuyer pour une automatisation efficace chez l'élève :

- la répétition ;
- l'espacement dans le temps en alternance avec d'autres apprentissages ;
- le test pour consolider les apprentissages.

Ces trois axes serviront de fil directeur dans la construction de la progression sur un niveau.

Le bulletin officiel du 30 juillet 2020 liste des automatismes à construire au cours des apprentissages :

- Dans le thème « Nombre et calculs » :

À l'issue d'activités rituelles de calcul et de verbalisation de procédures et la résolution de problèmes, menées tout au long du cycle, d'abord dans le cadre numérique, puis dans le cadre algébrique, les élèves doivent avoir mémorisé ou automatisé :

- les règles de calcul sur les nombres relatifs et les fractions, notamment la condition d'égalité de deux fractions (si $ad = bc$, alors $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ et réciproquement) ;
- les conventions d'écritures du calcul littéral ;
- les formules de distributivité simple et double ;
- l'identité $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$;
- les procédures de résolution d'équations du type $ax = b$ et $a + x = b$.

- Dans le thème « Organisation et gestion des données, fonctions » :

À l'issue d'activités rituelles de calcul et de verbalisation des procédures et la résolution de problèmes, menées tout au long du cycle, les élèves doivent avoir mémorisé ou automatisé :

- différentes procédures de calcul d'une quatrième proportionnelle ;
- l'allure de la représentation graphique d'une fonction affine ou linéaire ;
- les procédures d'application et de calcul d'un pourcentage ou d'une échelle ;
- les procédures de recherche d'image et d'antécédent d'un nombre par une fonction.

- Dans le thème « Grandeurs et mesures » :

À l'issue d'activités rituelles de calcul et de verbalisation de procédures et la résolution de problèmes, effectuées tout au long du cycle, les élèves doivent avoir mémorisé et automatisé les formules donnant les longueurs, aires, volumes des figures et solides figurant au programme, ainsi que les procédures de conversion d'unités.

- Dans le thème « Espace et géométrie » :

À l'issue d'activités rituelles de construction et de verbalisation des procédures et la résolution de problèmes, effectuées tout au long du cycle, les élèves doivent avoir mémorisé des images mentales (configurations de Pythagore et de Thalès, lignes trigonométriques dans un triangle rectangle) et automatisé les procédures de repérage et de constructions géométriques liées aux figures et aux transformations du programme.

Ces automatismes sont de différentes natures et concernent aussi bien des règles de calcul, des conventions, des formules, des procédures ou des images mentales. Ils se construisent selon des modalités variées. Des invariants sous-tendant la méthodologie de construction d'une progression peuvent cependant être énoncés.

1) À partir de ces éléments de programme, chaque équipe de mathématiques peut établir une liste d'automatismes à construire pendant l'année scolaire. Pour permettre les réinvestissements réguliers, cette liste des automatismes retenus pour une année ne doit pas être trop longue. Cette remarque impose donc aux équipes de professeurs de faire des choix.

2) Les notions qui sous-tendent les automatismes choisis doivent d'abord être introduites, construites, manipulées, verbalisées, utilisées. Ce processus requiert du temps. La découverte d'une notion ne peut pas être immédiatement suivie de l'automatisation. On peut estimer que si une notion est introduite l'année n, les automatismes afférents à cette notion ne peuvent pas être maîtrisés par l'ensemble des élèves avant l'année $n+1$.

3) Il est nécessaire de maîtriser certains automatismes avant d'en développer d'autres. Par exemple, si on souhaite déterminer l'image de -2 par la fonction *f* définie par $f(x) = 3x - 2$, on doit remplacer x par -2 dans l'expression algébrique puis effectuer le calcul $3 \times (-2) - 2$. Le calcul numérique avec les nombres relatifs doit avoir été préalablement automatisé. Ainsi, la réalisation complète de la tâche nécessite de maîtriser plusieurs automatismes.

4) L'évaluation, qu'elle soit formative ou sommative, participe à l'apprentissage. Elle permet notamment un retour sur d'éventuelles erreurs. Le professeur peut alors rectifier immédiatement chez un élève un apprentissage erroné avant son automatisation. En cela, les pratiques orales s'avèrent un levier particulièrement efficace. De plus, le retour sur les erreurs constitue une opportunité supplémentaire pour asseoir les automatismes.

   Concernant le calcul, il ne s'agit pas de renoncer systématiquement au calcul instrumenté. Ainsi, les évaluations peuvent prendre différentes formes : sans calculatrice et centrées sur les automatismes, en autorisant la calculatrice ou encore en proposant un sujet en deux parties, avec ou sans calculatrice.

5) Outre l'évaluation des élèves, il importe qu'en fin d'année scolaire, chaque équipe disciplinaire évalue la stratégie d'apprentissage mise en œuvre au sein du collège. Les automatismes identifiés en début d'année scolaire sont-ils effectivement maîtrisés en fin d'année ?
   Dans cette perspective, un test court, sans réactivation préalable, avec une contrainte de temps raisonnable, ciblant les automatismes identifiés en amont, pourrait être proposé à tous les élèves d'un niveau de classe de l'établissement.
   Son analyse *a posteriori*, question par question, devrait ainsi permettre d'ajuster la programmation des automatismes et les modalités pédagogiques à retenir pour l'année suivante. Elle pourra conduire les équipes à s'interroger sur la pertinence de la liste des automatismes choisis.

Ces principes induisent différentes conséquences quant à la construction des automatismes sur les quatre années du collège :

- Impulser, dans le cadre de la liaison école-collège, un travail collectif sur les automatismes attendus en début de 6e ;
- Identifier en équipe disciplinaire une liste d'automatismes privilégiés à développer sur chaque niveau de classe et limitée en nombre ;

- S’assurer au sein de l’établissement de la cohérence des automatismes développés sur chaque niveau de classe et d’un niveau à l’autre ;
- Intégrer la progression des automatismes à celle des notions mathématiques abordées durant l’année ;
- Entretenir et consolider les automatismes développés l’année précédente ;
- Évaluer la mise en place des automatismes régulièrement afin de réguler les apprentissages ;
- Évaluer la stratégie d’apprentissage des automatismes mise en œuvre afin d’ajuster les progressions, les modalités pédagogiques et réinterroger la liste des automatismes.

b. Identifier les automatismes, définir la stratégie d’apprentissage et l’évaluer

Chaque équipe disciplinaire est libre de définir une liste d’automatismes dans le cadre des programmes officiels. Cependant, afin d’illustrer le propos du paragraphe précédent, un exemple de liste d’automatismes choisis pour une classe de 4^{e} est présenté dans le tableau suivant :

Thème	**Thème**	**Automatisme de type déclaratif ou procédural**
Nombres et calculs	Nombre décimaux relatifs	1) Addition et Soustraction
	Arithmétique	2) Décomposition en produit de facteurs premiers inférieurs à 30
	Fractions	3) Addition et multiplication de fractions
	Calcul littéral	4) Propriété de distributivité simple et reconnaissance somme-produit 5) Évaluation d’une expression
Grandeurs et mesures	Conversions	6) Aire, volume, durée
	Grandeurs quotients	7) Vitesse
Organisation des données, fonctions	Proportionnalité	8) Calcul d’une quatrième proportionnelle
Espace et géométrie	Théorème de Thalès	9) Égalité des rapports
	Théorème de Pythagore	10) Calcul de longueur
	Transformation du plan	11) Image d’une figure par une translation
	Repérage	12) Coordonnées de points dans le plan, dans l’espace

La déclinaison des thèmes de cette liste ne suffit pas à harmoniser les objectifs visés au sein d’une équipe disciplinaire. Par exemple, les procédures pour obtenir les résultats de $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$ et $\frac{4}{7}-\frac{3}{8}$ sont les mêmes, mais pas la complexité des calculs intermédiaires. Ainsi, l’équipe de mathématiques du collège doit se mettre d’accord sur le degré de difficulté des attendus.

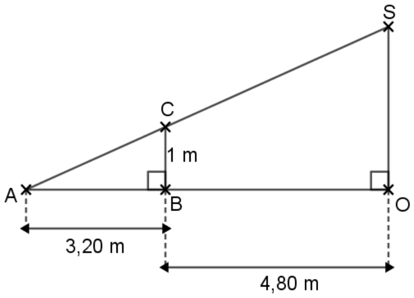
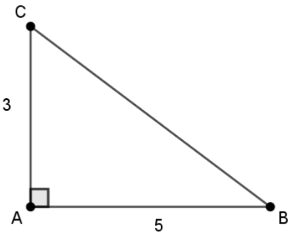
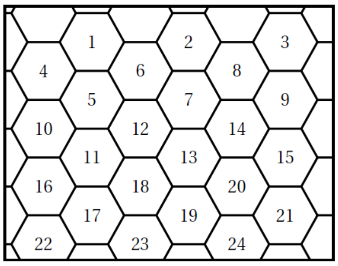
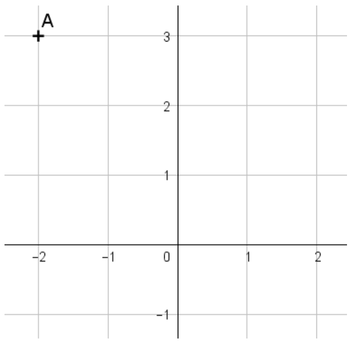
Une fois la liste des automatismes constituée, il est nécessaire de définir, individuellement ou collectivement, une stratégie d’apprentissage. Celle-ci peut se décliner en plusieurs axes :

- L’intégration dans la progression annuelle des automatismes identifiés est à prévoir de manière à articuler la découverte des notions nouvelles avec les automatismes à construire ou à réactiver.
- Les modalités pédagogiques (voir partie 4) doivent être choisies en fonction des objectifs et peuvent différer selon le type d’automatisme travaillé.
  En particulier, la construction d’un nouvel automatisme nécessite une répétition et une concentration des questions posées sur l’automatisme visé en évitant la dispersion. Les questions flash constituent une modalité qui s’y prête, mais elles ne peuvent, à elles seules, assurer la construction d’automatismes nouveaux.
- La programmation, dans le temps, des évaluations doit être pensée, avec une alternance d’auto-évaluation des élèves (à chaque séance), d’évaluations formatives et d’évaluations sommatives permettant de s’assurer de la pérennité des apprentissages.
- Le travail personnel de l’élève (à l’aide des cartes flash, sous forme de travaux hors la classe, dans le cadre du dispositif « Devoirs faits » pour certains élèves) est également un levier pour contribuer à la construction ou à l’entretien des automatismes.

Par ailleurs, de manière à objectiver le niveau de maîtrise des automatismes travaillés durant l’année, un test court soumis à tous les élèves d’un niveau de classe, en fin d’année scolaire et sans réactivation préalable peut être proposé. L’analyse des taux de réussite de chaque question pourra conduire les équipes à réinterroger la stratégie d’apprentissage des automatismes déployée durant l’année.

L’exemple suivant propose un test à faire passer à tous les élèves de quatrième en fin d’année scolaire.

<table>
<tr><th></th><th>Questions</th><th>Réponses</th></tr>
<tr><td>1.a)</td><td>Calculer $-5+3$</td><td></td></tr>
<tr><td>1.b)</td><td>Calculer $-7-2$</td><td></td></tr>
<tr><td>2.</td><td>Décomposer 60 en produit de facteurs premiers</td><td></td></tr>
<tr><td>3.a)</td><td>Calculer $\frac{1}{2}+\frac{1}{5}$</td><td></td></tr>
<tr><td>3.b)</td><td>Calculer $\frac{3}{2}\times\frac{5}{4}$</td><td></td></tr>
<tr><td>4.</td><td>Développer $4(x-3)$</td><td></td></tr>
<tr><td>5.</td><td>Calculer x^2+3x-5 pour $x=-3$</td><td></td></tr>
<tr><td>6.</td><td>La réunion a commencé à 8 h 50 et a fini à 11 h 42.
Quelle est la durée de la réunion ?</td><td></td></tr>
<tr><td>7.</td><td>Anthony court à 12 km/h pendant 1 h 30.
Quelle distance a-t-il parcourue ?</td><td></td></tr>
<tr><td>8.</td><td>On considère le tableau de proportionnalité suivant :
<table><tr><td>Grandeur n°1</td><td>15</td><td>9</td></tr><tr><td>Grandeur n°2</td><td>5</td><td></td></tr></table>
Quelle est la valeur manquante du tableau ?</td><td></td></tr>
</table>

9.	Quelle méthode peut-on utiliser pour calculer AC ? 	
10.	 Déterminer la valeur exacte de la longueur BC.	
11.	On considère la translation qui transforme l'hexagone 2 en l'hexagone 12. Quelle est alors l'image de l'hexagone 14 ? 	
12.	 Quelles sont les coordonnées du point A ?	

c. Progressivité dans la construction d'un automatisme

Cette partie a pour objectif d'illustrer sur deux exemples les principes énoncés précédemment :

- La nécessité de maîtriser des automatismes afin d'en développer d'autres ;
- La progressivité à mettre en œuvre sur les quatre années du collège ;
- L'automatisation de procédures pour libérer la mémoire de travail ;
- L'articulation entre les années n et $n + 1$.

- **Exemple 1 : le calcul littéral**

(i) Des automatismes pour développer d'autres automatismes : l'exemple des conventions d'écriture

Le travail d'automatisation des conventions d'écritures s'inscrit dans la continuité du travail engagé sur les priorités opératoires. Les exemples ci-dessous proposent des activités possibles.

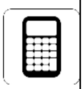
En début d'année de cinquième, les exemples suivants participent à la construction de l'automatisme sur les conventions d'écriture.

Simplifier les écritures suivantes : ◦ $2 \times a$ ◦ $a \times b$ ◦ $2 + 3 \times b$ ◦ $a \times 2 + 4 \times b$ ◦ $(2 + 3) \times b$ ◦ $a \times a$ ◦ $3a \times (-7a)$ ◦ $(-2a) \times (-4a)$	Cherchez l'intrus : ◦ $4 \times a$ ◦ $2 \times a \times 2$ ◦ $(3 + 1) \times a$ ◦ $2 + 2 \times a$

L'automatisme sur les conventions d'écriture est ensuite réinvesti, par exemple pour reconnaître (entre une somme ou un produit) la dernière opération à effectuer.

Est-ce une somme ou un produit ? ◦ $2(3+4)$ ◦ $2 \times 4 + 6$ ◦ $2 \times 3 + 4 \times 7$	Est-ce une somme ou un produit ? ◦ $2(a+4)$ ◦ $2a + 6$ ◦ $2a + 4b$

Un autre exemple possible est l'évaluation d'une expression littérale pour une valeur donnée, par un calcul mental ou instrumenté. Il faut remarquer que des automatismes de calcul instrumenté sont également à construire.

Calculer ◦ $2a$ pour $a = 3$ ◦ a^2 pour $a = 4$ ◦ $3(a + 2)$ pour $a = 6$	Calculer  ◦ a^2 pour $a = -2$ ◦ $3(a+2)$ pour $a = \frac{1}{3}$ ◦ $a^2 - 3a + 2$ pour $a = -4$

Le choix de variables didactiques simples doit faciliter le travail sur les conventions d'écritures en évitant les éventuelles difficultés techniques liées aux calculs numériques.

(ii) Progressivité dans la construction des automatismes : l'exemple des formules de distributivité

L'objectif, ici, est d'automatiser les procédures sur la formule de distributivité simple et de faciliter le travail sur la distributivité double.
La classe de 6e est l'occasion de réactiver des procédures de calcul mental déjà travaillées en école élémentaire, de verbaliser la structure d'une expression et les priorités opératoires.

Calculer : ◦ 7×12 ◦ 8×21 ◦ $17 \times 5 + 3 \times 5$ ◦ $47 \times 96 + 3 \times 96$ ◦ 32×19	Arthur calcule mentalement $3 + 4 \times 8$ et trouve 35. Alice fait le même calcul et trouve 56. Qui a raison ?

En classe de 5e, en plus des exemples précédents, la réduction d'écriture avec des lettres prépare le travail sur la formule de simple distributivité.

Simplifier si possible : ◦ $2x + 3x$ ◦ $2x + 5$ ◦ $2x + 3y$ ◦ $x + 2x$ ◦ $2x^2 + 5x$	Chercher l'intrus : ◦ $2x + 3x$ ◦ $4x + x$ ◦ $4x + 1$ ◦ $(2 + 3)x$

En classe de 4e, les exemples suivants facilitent la manipulation de la formule de distributivité simple, à la fois pour développer et pour factoriser.

Développer : ◦ $2(3-5x)$ ◦ $4x(2 + 3x)$ ◦ $x(5-x)$	Peut-on appliquer la formule de distributivité ? ◦ $2 + (3-5a)$ ◦ $2(3-5a)$ ◦ $(3-5a) \times 2$ ◦ $2(3 \times 5a)$	Factoriser : ○ $3x + 12$ ○ $x^2 + 5x$

En classe de 3e, les automatismes construits en classe de 4e sont réactivés et éventuellement combinés entre eux.

Simplifier : ◦ $3a \times (-7a)$ ◦ $(-2a) \times (-4a)$	Développer et réduire : ○ $2(x + 5)$ ○ $2(x + 5) - (x - 7)$	Réduire si possible : ◦ $2x + 3x$ ◦ $2x + 5$ ◦ $2x^2 + 5x$

En classe de 3e, l'automatisme lié à la formule de double distributivité est progressivement construit puis réactivé, afin de permettre une stabilisation en classe de 2de.

Peut-on appliquer la formule de double distributivité, la simple, ou aucune des deux ? ◦ $(2 + 3a)(4a + 1)$ ◦ $2 + 3a(4a + 1)$ ◦ $2 + 3a \times 4a + 1$	Développer et réduire : ◦ $(x - 1)(x + 3)$ ◦ $(2x - 3)(2x + 7)$ ◦ $(x + 6)^2$ en développant $(x + 6)(x + 6)$

(iii) L'automatisation de procédures pour libérer la mémoire de travail : l'exemple de la résolution d'équations du premier degré.

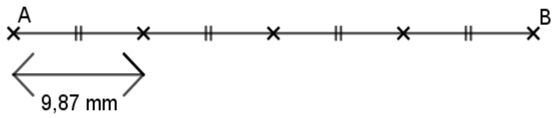
L'automatisation de procédures permet à l'élève de se concentrer sur des tâches de plus haut niveau cognitif. Par exemple, au lycée, la résolution d'équations du premier degré est régulièrement mobilisée, quelle que soit la notion étudiée. La procédure doit ainsi être rapidement accessible, y compris sans réactivation préalable. Elle nécessite un travail préparatoire sur le statut de la lettre et le sens des opérations. L'acquisition de réflexes techniques est menée conjointement à la recherche de problèmes.

Un travail préliminaire pour tester si une valeur est la solution d'une équation permet de mieux appréhender le statut de la lettre dans une équation.
L'automatisation du calcul instrumenté fait partie des objectifs à ne pas négliger. En effet, certaines erreurs d'élèves peuvent découler de mauvaises manipulations de la calculatrice et non pas de difficultés théoriques.

Pour chaque valeur donnée, dire si elle est solution de l'équation $x(x+5) = 2(2x-1)$ • 1 • 2 • 3 • 4	Pour chaque valeur donnée, dire si c'est une solution de l'équation $3x(5x-3) = 2(x-1)$ • $0{,}4$ • $\frac{1}{3}$ • -1 

Avant d'automatiser le travail technique de résolution d'une équation, le choix de l'opération dans différents contextes permet de travailler sur le sens des opérations.
Le choix de variables didactiques plus complexes semble nécessaire pour éviter une résolution intuitive.
Il est également possible d'autoriser la calculatrice. Une adaptation de la consigne sera alors nécessaire pour demander la valeur de l'inconnue.

Quelle opération doit-on faire pour trouver la valeur manquante ? • $3 \times \Delta = 1$ • $5 \times$ ☺ $= 28$ • $287 +$ ♣ $= 548$ • $497 =$ ♫ $+ 242$	Quelle opération doit-on faire pour trouver la valeur manquante ? • $3a = 1$ • $5b = 28$ • $287 + c = 548$ • $497 = d + 242$

Quelle opération doit-on choisir pour résoudre chacun des problèmes suivants ?	
Un litre d'essence coûte $1{,}488$ €. J'ai payé $66{,}96$ €. Combien de litres ai-je achetés ?	J'ai parcouru $38\,053$ mètres. Pour terminer une course longue de $42\,195$ mètres, combien de mètres me reste-t-il à parcourir ?
Quelle est la longueur du segment $[AB]$? 	Dans le programme suivant, quel nombre dois-je choisir pour trouver 29 ? ● Choisir un nombre ● Soustraire 187 Afficher le résultat

Un travail régulier de réactivation de la procédure de résolution technique d'une équation est nécessaire pour automatiser cette tâche.

Résoudre les équations suivantes : • $3x = 21$ • $3x = 1{,}5$ • $3x = 4{,}44$ • $3x = 7$ • $-3x = 16$	Résoudre les équations suivantes : • $3 + x = 0$ • $2{,}55 + x = 0$ • $-5 + x = 0$ • $-27 + x = 0$	Résoudre les équations suivantes : • $13 + x = 28$ • $28 + x = 13$ • $2{,}5 + x = 5{,}8$ • $1564 + x = 2000$

Un danger de l'automatisation sans analyse critique est que l'élève applique, sans réflexion préalable, des procédures à des situations qui ne sont pas adaptées. Ainsi, réactiver le travail des années précédentes sur la structure d'une expression (somme ou produit) peut éviter cet écueil.

Est-ce une équation “produit nul” ? ◦ $(2 + 3a)(4a + 1) = 0$ ◦ $2 + 3a \times 4a + 1 = 0$ ◦ $(2 + 3a)(4a + 1) = 8$ ◦ $(2 + 3a)4a + 1 = 0$	Résoudre les équations suivantes : ◦ $3x + 6 = 0$ ◦ $2x - 10 = 0$ ◦ $40x + 8 = 0$ ◦ $2{,}5x - 10 = 0$

(iv) L'articulation entre les années n et $n+1$: l'exemple du calcul littéral entre les classes de troisième et de seconde

Certaines notions introduites en fin de cycle 4 se prolongent par la construction d'automatismes au lycée. Par exemple, les automatismes liés à la formule de double distributivité et à la résolution d'équations du premier degré seront consolidés en classe de seconde. Le travail préparatoire sur les identités remarquables sera complété par un travail spécifique sur les identités.

Développer : ○ $(5a + 4)(9a + 4)$ ○ $(5b + 7)(b + 10)$ ○ $(-4a + 1)(7a + 2)$ ○ $(3c + 6)(3c - 6)$	Résoudre les équations : ○ $y + 10 = -2y + 18$ ○ $3x - 3 = 2x + 6$ ○ $9x - 2 = 6x - 11$ ○ $4t + 6 = 3t$

Factoriser : ○ $x^2 - 25$ ○ $36 - x^2$ ○ $(x + 1)^2 - 16$ ○ $49 - 9y^2$	Factoriser :  ○ $6{,}25a^2 - 17{,}64$ ○ $289 - 529c^2$

Remarque : dans le dernier exemple, malgré l'absence d'automatismes attendus autour de la racine carrée, l'activité proposée permet de travailler cette notion et sa manipulation sur la calculatrice.

(v) Bilan

Le tableau ci-dessous donne une liste non exhaustive d'exemples d'automatismes sur le thème du calcul littéral.

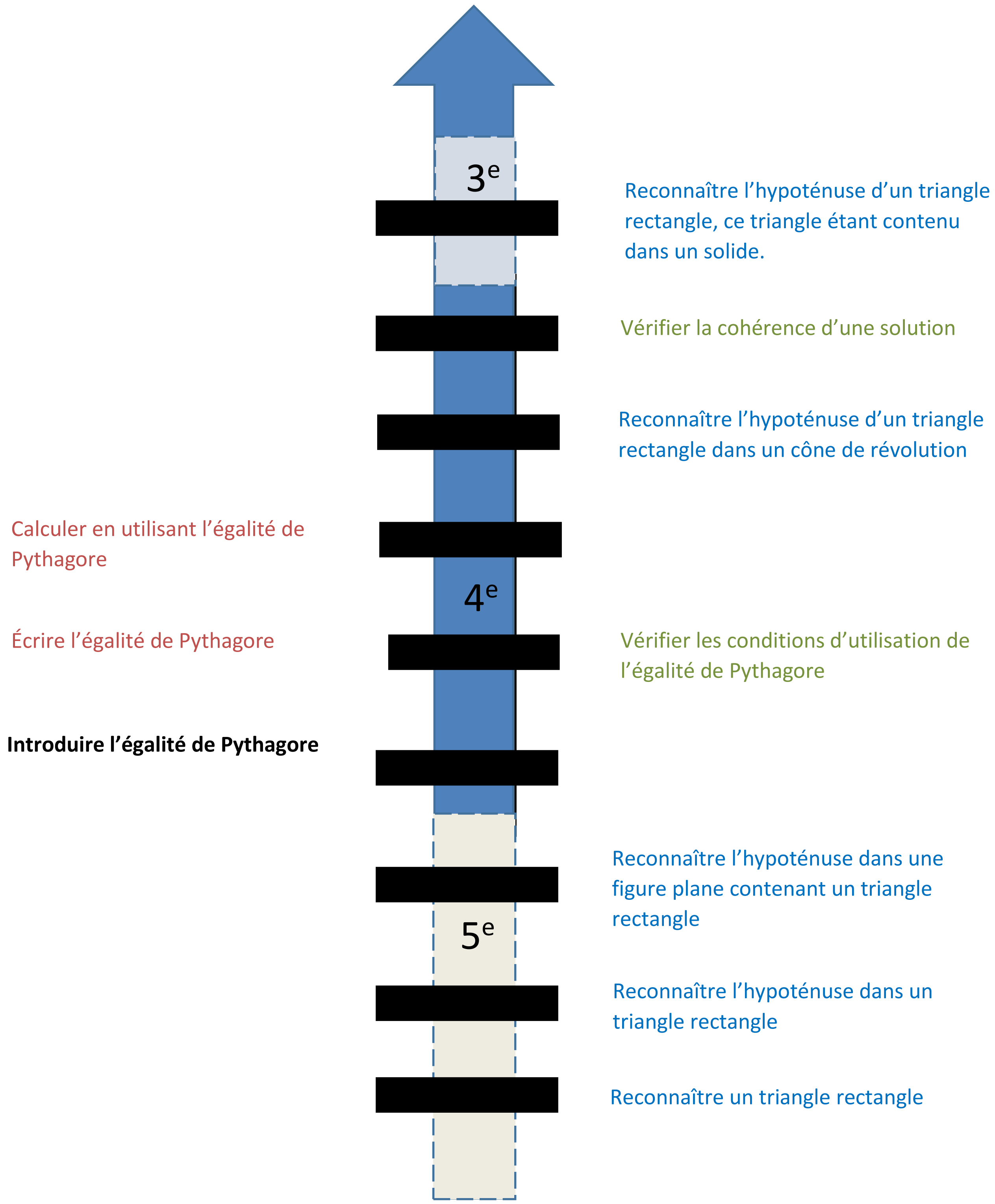
	Nombres décimaux, relatifs, fractions, puissances, divisibilité, nombres premiers…		**Expressions littérales**	**Distributivité**		**Équations**
6e	$2+8\times 3$	$5\ \times$ ☺ $= 28$				
5e	$3\times(-2)-2$	$3\ \times$♫$= -6$	Simplifier si possible $2\ +\ 3\ \times\ b$	Calculer 12×50		
4e			Simplifier $3a\times(-7a)$	Calculer $3(x+5)$		Résoudre $3x=6$ et $x+5=-2$
3e			Si $f(x)=3x-2$ Alors $f(-2)=$		Développer $(x+1)(x-2)$	Résoudre $4x+3=2x-1$

- **Exemple 2 : l'égalité de Pythagore**

Cette partie présente un exemple détaillé de progression autour de l'égalité de Pythagore sur le cycle 4. L'objectif est de proposer une variation des activités d'automatisation autour de la notion principale selon le contexte, le registre ou la compétence travaillée.

Dès la classe de 5e, des automatismes sont mis en place sur la reconnaissance de triangles rectangles et d'hypoténuses dans différents contextes. En classe de 4e, l'égalité de Pythagore est introduite dans un contexte simple puis réinvestie dans des figures géométriques plus complexes du plan ou de l'espace. Enfin, en classe de 3e, l'automatisme est réactivé et s'enrichit d'un regard critique systématique sur le résultat obtenu.

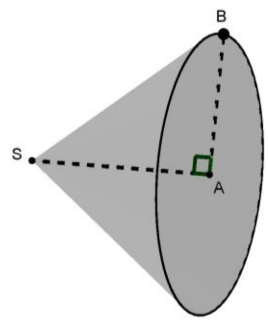
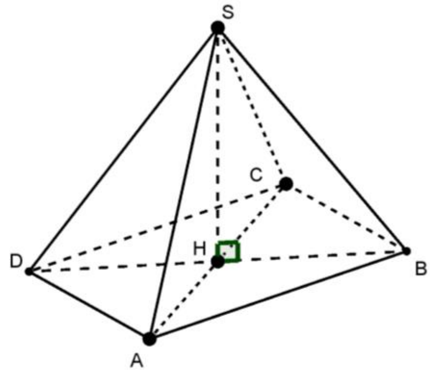
Le schéma ci-dessous récapitule les différents aspects de la mise en place de “l’automatisme de Pythagore” et prend en compte les repères de progressivité présentés.

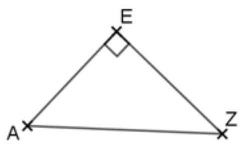
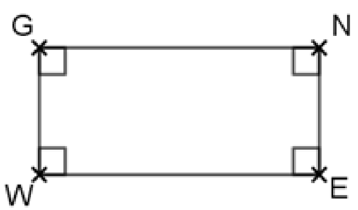
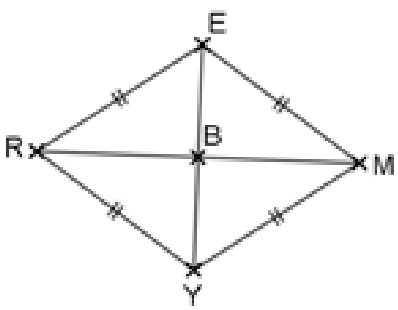


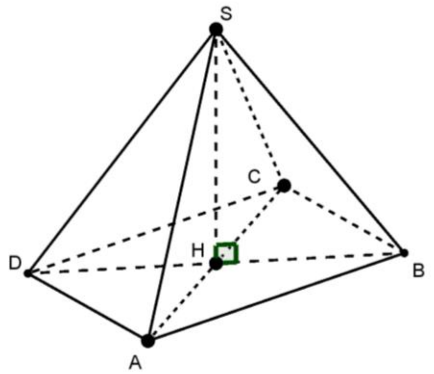
Repères dans l’automatisation de l’égalité de Pythagore

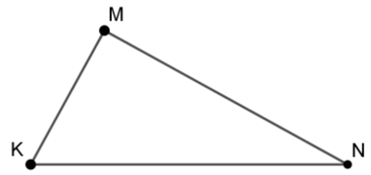
Reconnaître un triangle rectangle puis son hypoténuse
Mettre en place l’automatisme sur l’égalité de Pythagore
Développer un regard critique sur les conditions d’utilisation et les résultats obtenus

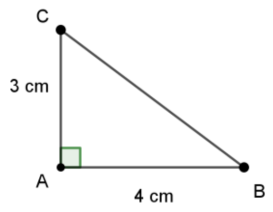
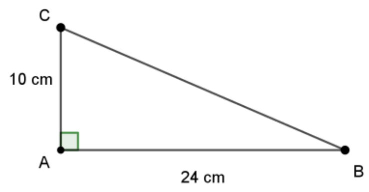
Les tableaux suivants donnent des exemples de questions permettant de travailler les différents items présentés dans les repères précédents.

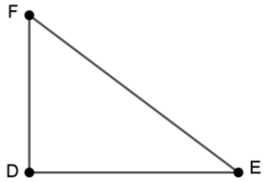
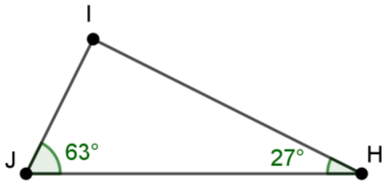
Item	**Reconnaître un triangle rectangle**
Ce qui est demandé à l'élève	*Dépasser la géométrie perceptive, gestion du codage* *Extraire des informations « immédiates » : rectangle, hauteur de triangle, hauteur de cône ou de pyramide*
Exemples	**Énoncé 1** : Repérer le triangle rectangle dans le solide ci-dessous.  .
	Énoncé 2 : Combien de triangles rectangles sont représentés dans la pyramide à base rectangulaire ci-dessous ? Préciser lesquels. 

Item	**Reconnaître l'hypoténuse dans un triangle rectangle**
Ce qui est demandé à l'élève	*Dépasser la géométrie perceptive, gestion du codage* *Extraire des informations « immédiates » : rectangle, hauteur de triangle, hauteur de cône ou de pyramide…*
Exemples	**Énoncé 1** : Préciser l'hypoténuse dans a) le triangle ci-contre  b) un triangle IJK rectangle en J
	Énoncé 2 : Nommer tous les triangles rectangles dans les figures ci-dessous et préciser, dans chaque cas, l'hypoténuse. 

	Énoncé 3 : Quelle est l'hypoténuse du triangle ABC ? 

Item	Écrire l'égalité de Pythagore
Ce qui est demandé à l'élève	*Dépasser la géométrie perceptive, gestion du codage* *Extraire des informations « immédiates » : quadrilatère particulier, hauteur de triangle, hauteur de cône ou de pyramide…*
Exemples	**Énoncé 1** : Énoncer l'égalité de Pythagore dans le triangle ci-contre : 
	Énoncé 2 : Dans chaque cas, réaliser une figure à main levée pour laquelle l'égalité proposée est vraie : a) $AD^2 = AB^2 + BD^2$ b) $FB^2 = BC^2 - FC^2$
	Énoncé 3 : REMY est un losange de centre O tel que RM = 10 cm et EY = 4,6 cm. Écrire l'égalité de Pythagore permettant de calculer la longueur du côté [RE].

Item	Calculer en utilisant l'égalité de Pythagore
Ce qui est demandé à l'élève	*Calculer la longueur de l'hypoténuse dans une figure simple*
Exemples	**Énoncé** : Calculer la longueur AC dans chaque triangle ABC a)  b) 

Item	Vérifier les conditions d’utilisation de l’égalité
Ce qui est demandé à l’élève	*Vérifier si le triangle est rectangle ou non* *Repérer le nombre de longueurs disponibles*
Exemples	**Énoncé** : Dans chaque cas, dire si on peut appliquer le théorème de Pythagore. Expliquer la réponse. **a)**  **b)** 

Item	Vérifier la cohérence d’une solution
Ce qui est demandé à l’élève	*Avoir un regard critique sur un résultat*
Exemples	**Énoncé** : RST est un triangle rectangle en R tel que RS = 3,3 cm et RT = 5,6 cm. Éric affirme que TS = 4,5 cm. La réponse peut-elle être juste ? Expliquer.

4. Modalités pédagogiques pour construire et entretenir les automatismes

Cette partie a vocation à présenter une liste de modalités pédagogiques visant à construire, développer et entretenir les automatismes.

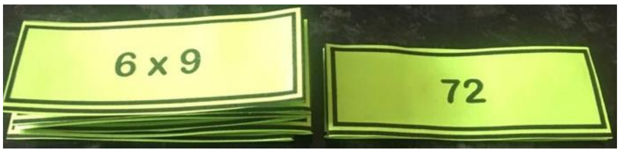
- les cartes flash sont très utiles dans la mémorisation d'apprentissages de type déclaratif ;
- les questions flash se prêtent bien à la répétition et à l'entretien des automatismes, qu'ils soient de type déclaratif ou procédural ;
- des problèmes pour automatiser des stratégies de résolution ;
- les parcours différenciés proposent une solution appropriée à la gestion de l'hétérogénéité des classes,
- les classes puzzles utilisent une stratégie d'apprentissage coopératif et sont bien adaptées à la réactivation de procédures,
- les jeux participent à la réactivation et à l'entretien de connaissances ou de procédures.

Ces dispositifs sont complémentaires et peuvent être librement combinés selon les objectifs visés. Ils permettent de diversifier les modalités de mise en œuvre : individuelles ou en groupes, écrites ou orales.

a. Cartes Flash

Les cartes flash (ou flashcards) sont des cartes imprimées en recto verso, qui posent une question sur une face et y répondent sur l'autre. Quelles qu'en soient les modalités, l'utilisation de ces cartes répond à trois principes nécessaires à une bonne mémorisation :

- l'élève teste ses connaissances, avec un retour (feedback) immédiat sur ses erreurs éventuelles ;
- la répétition étant nécessaire à l'amélioration du processus de mémorisation, certaines modalités d'organisation permettent aux élèves de se confronter plus fréquemment aux questions qui ont posé des difficultés par le passé ;
- l'organisation dans le temps doit être pensée afin que l'élève produise un effort pour retrouver une information qui n'est plus dans la mémoire de travail.



<u>Conception :</u>
Les cartes peuvent être fabriquées par le professeur. Il existe notamment des logiciels dédiés qui génèrent des cartes flash, comme Anki (https://apps.ankiweb.net/)
Les élèves peuvent également créer leur propre jeu de cartes flash. Cette phase est certes un peu chronophage, mais elle participe à l'appropriation et la première phase de mémorisation des automatismes mis en jeu dans ces cartes.

<u>Organisation :</u>
Les modalités d'utilisation de ces cartes sont très nombreuses et peuvent participer de différentes façons au travail personnel de l'élève.

Les cartes peuvent être utilisées en classe ou hors la classe (à la maison ou dans des dispositifs spécifiques comme « *Devoirs faits* »).
Il est possible d'utiliser les cartes de manière solitaire et autonome comme d'organiser un travail collaboratif avec un ou plusieurs élèves de la classe.
Au sein de la séance, plusieurs temps dédiés peuvent être consacrés à l'utilisation de ces cartes : rituels de début de séance, travail spécifique en accompagnement personnalisé, modalité proposée dans un plan de travail, etc.

<u>Différentes versions :</u>
La version la plus simple consiste à répondre à l'intégralité des questions dans l'ordre dans lequel elles se présentent et de vérifier, au verso, si la réponse donnée est exacte.

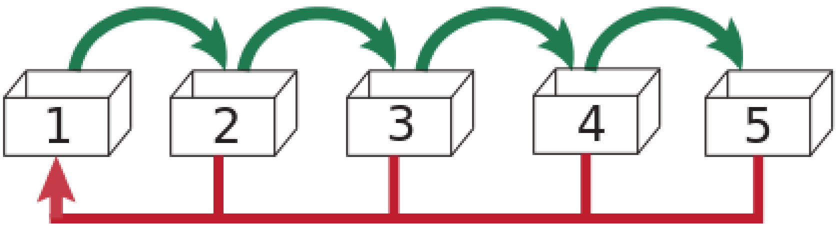
Une version plus sophistiquée est d'utiliser 3 petites boîtes (dites boîtes de Leitner) ou enveloppes.

- Dans un premier temps, toutes les cartes sont placées dans la boîte n°1. Pour chacune des cartes :
  - si l'élève répond correctement à la question, il place la carte dans la boîte 2 ;
  - sinon, il la remet dans la boîte 1.
- Dans un deuxième temps, les cartes tirées sont celles de la boîte 2.
  - si l'élève répond correctement à la question, il place la carte dans la boîte 3 ;
  - sinon, il la remet dans la boîte 1.
- Dans un troisième temps, les cartes tirées sont celles de la boîte 3.
  - si l'élève répond correctement à la question, la carte reste dans la boîte 3 ;
  - sinon, il la remet dans la boîte 1.

Le rythme des apprentissages est à adapter à chacun, mais, à titre indicatif, il pourrait être :

- quotidien pour la boîte 1
- hebdomadaire pour la boîte 2
- bimensuel pour la boîte 3

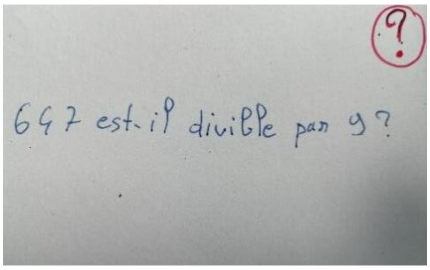
Il est possible d'ajouter des boîtes (par exemple, 5 en tout). Le schéma ci-dessous résume le principe d'utilisation des boîtes :

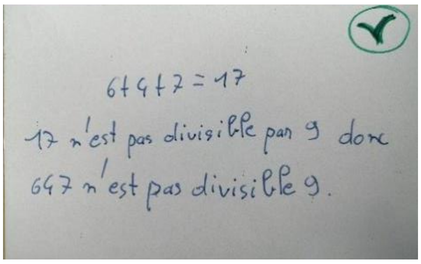


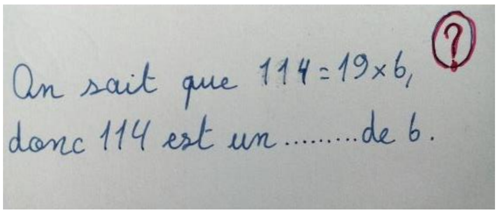
Cette répétition espacée est basée sur la courbe de l'oubli : c'est une technique de mémorisation qui prend en compte la façon dont fonctionne notre cerveau et sur le fait qu'il y a un moment idéal pour réviser ce que l'on a appris. Ainsi, les questions les moins bien maîtrisées seront posées plus souvent alors que les mieux maîtrisées seront plus rarement réinterrogées.

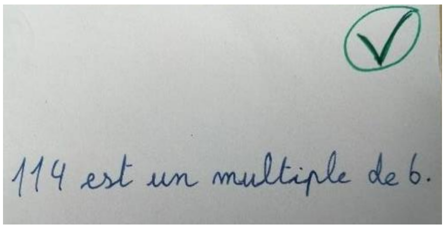
Il est également possible d'ajouter une contrainte de temps dans l'utilisation des cartes flash. Par exemple, un objectif à viser ultérieurement serait de répondre à toutes les questions de la boîte 5 en un minimum de temps.

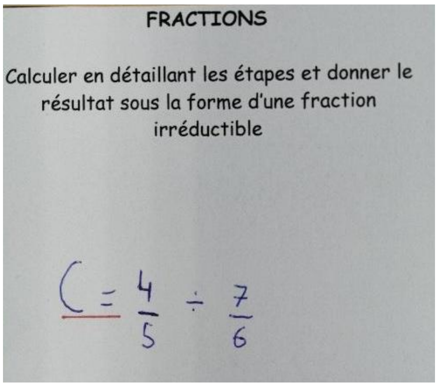
Exemples de cartes flash :

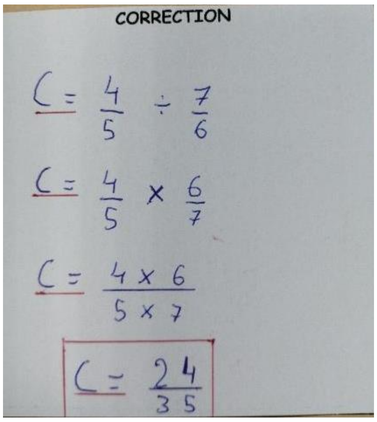


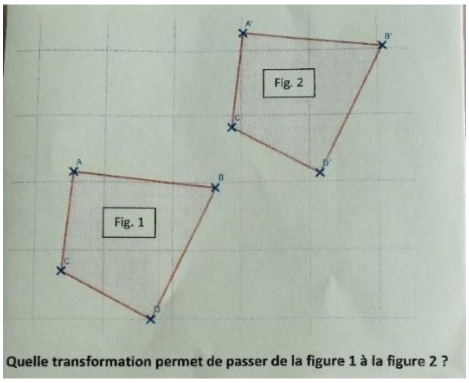


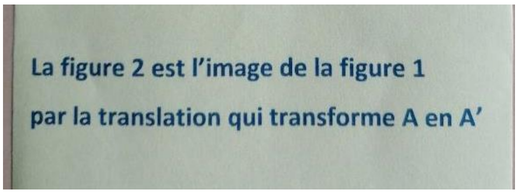












b. Les questions flash

La construction d'automatismes nécessite de systématiser la pratique des questions flash. Les questions doivent être limitées en nombre (5 maximum) afin de permettre un retour sur les erreurs. Le temps de recherche des élèves et de la correction ne doit pas excéder, au total, une dizaine de minutes.
Estimer, à l'issue de chaque séance de questions flash, le taux de réussite des élèves permet une régulation en ayant recours à d'autres modalités pour renforcer les apprentissages, si nécessaire, ou en passant à d'autres automatismes. Des tests formatifs courts sont également nécessaires : ils constituent également une modalité d'apprentissage.
Les évaluations sommatives seront l'occasion de vérifier l'inscription dans la mémoire à long terme des automatismes qui auront été travaillés plusieurs mois auparavant. Dans cette

optique, il est nécessaire d'entretenir les automatismes construits en prenant appui sur différentes modalités pédagogiques en classe ou hors la classe.

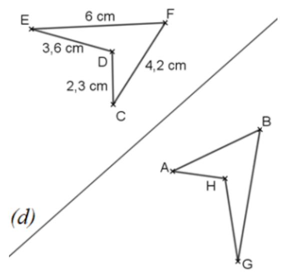
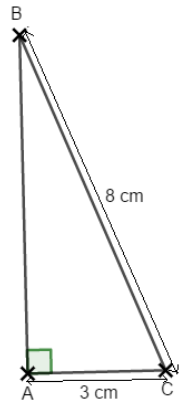
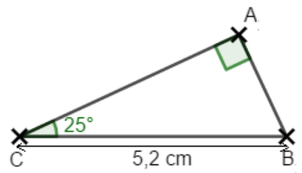
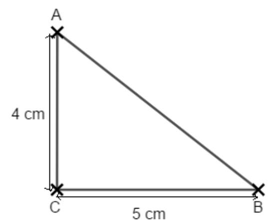
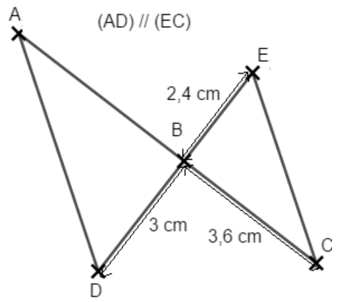
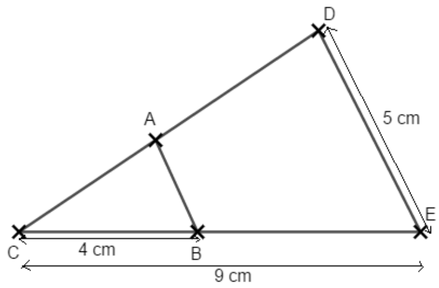
Ces éléments sont explicités dans le document disponible sur éduscol intitulé « Type de tâches ». Celui-ci précise que : « *La pratique de questions « flash » vise à renforcer la mémorisation de connaissances et l'automatisation de procédures afin de faciliter un travail intellectuel ultérieur par leur mise à disposition immédiate. Une tâche de ce type relève d'une activité mentale attendue sur un temps court (quelques minutes). Elle peut mobiliser une connaissance, un savoir-faire, un traitement automatique ou réfléchi. Pour être efficaces, les questions flash doivent être proposées de façon régulière, tout au long du cycle, et s'inscrire dans une stratégie d'enseignement qui articule de façon cohérente entraînement, évaluation, remédiation et consolidation. Elles se prêtent à l'utilisation de supports variés : papier, diaporama, enregistrement oral.* ».

L'utilisation d'applications telles que Plickers, QCMcam, learningapps peut être un appui pour un travail sur les questions flash. Certaines permettent d'obtenir instantanément les réponses des élèves pour les exploiter à des fins de remédiation.

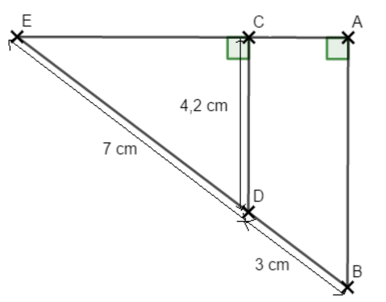
Quelques exemples de questions différenciées :

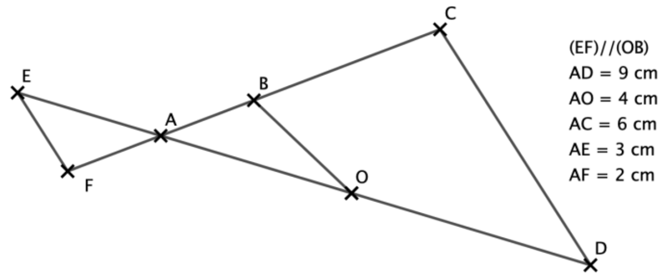
- Comment calculer une longueur à l'aide de configurations usuelles ?

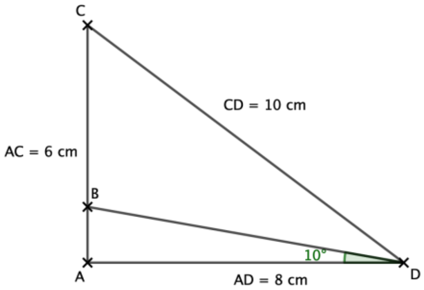
Dans chaque cas, expliquer si possible comment déterminer AB. ***On ne donnera pas la valeur numérique, mais on précisera la démarche à suivre.***

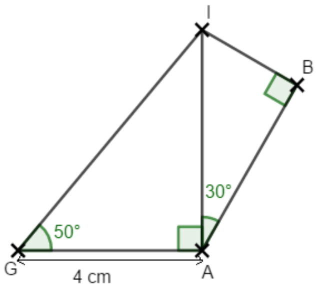
<table>
<tr><th colspan="3">Exemples de questions - Niveau 1 :</th></tr>
<tr>
<td rowspan="2">Le quadrilatère ABGH est le symétrique du quadrilatère EFCD par rapport à la droite (d).

</td>
<td rowspan="2">
</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>
</td>
<td colspan="2">
</td>
</tr>
</table>

Exemples de questions - Niveau 2 :









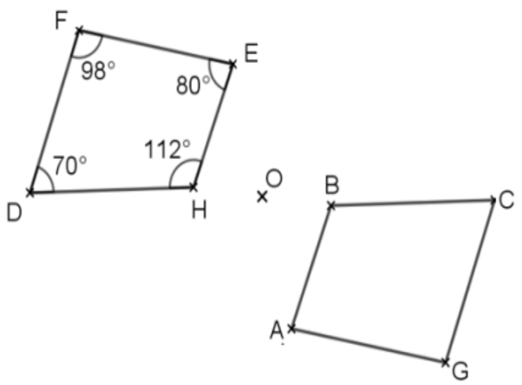
Remarque : pour les élèves ayant terminé le travail, il est possible de leur demander de chercher la valeur numérique de la longueur AB.

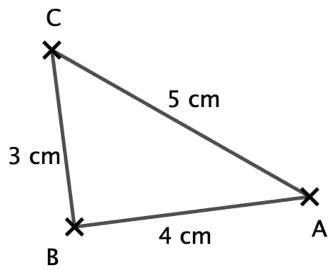
- Comment calculer la mesure d'un angle à l'aide de configurations usuelles ?

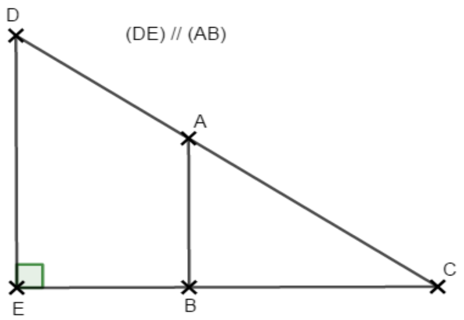
Dans chaque cas, expliquer si possible comment déterminer la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$. ***On ne donnera pas la valeur numérique, mais on précisera la démarche à suivre.***

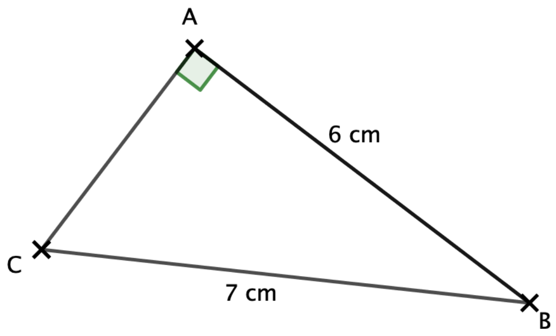
Exemples de questions - Niveau 1 :

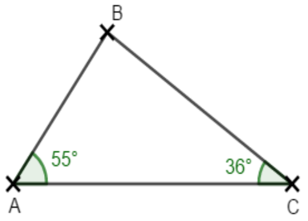
Le quadrilatère ABCG est le symétrique du quadrilatère FEDH par rapport au point O.

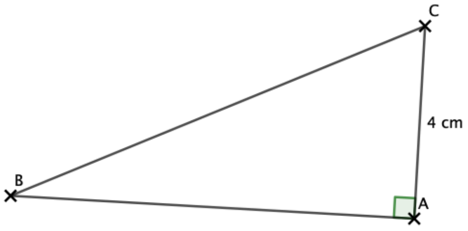




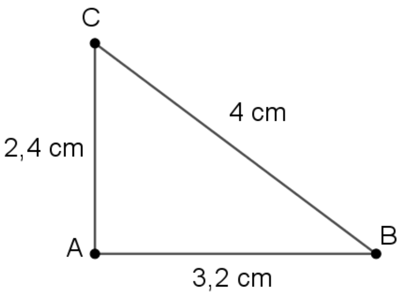


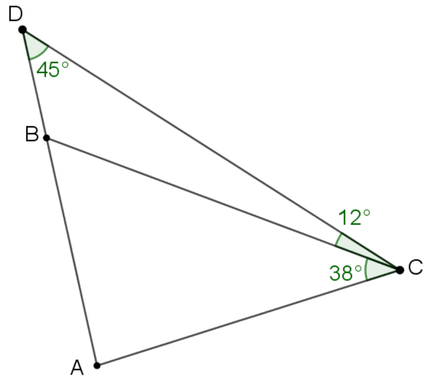


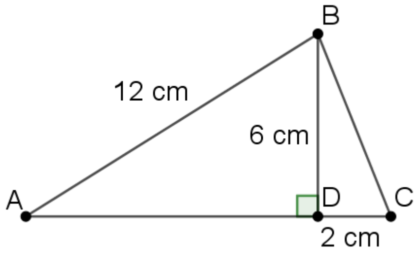




Exemples de questions - Niveau 2 :

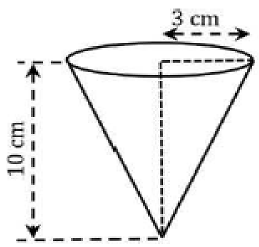






Remarque : pour les élèves ayant terminé le travail, il est possible de leur demander de chercher la valeur numérique de la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$.

- Grandeurs et mesures :

Déterminer la masse (en grammes) d’un cube en acier d’arête 2 cm. La masse volumique de l’acier est 8 000 kg/m^3.
On effectue un agrandissement d’une figure d’aire 100 cm^2. L’aire de la figure agrandie est 141 cm^2. Quel est le rapport d’agrandissement ?
Sur un plan à l’échelle $\frac{1}{500}$, un terrain a la forme d’un rectangle de longueur 6 cm et de largeur 5 cm. Quelle est l’aire réelle du terrain en m^2 ?
Donner le volume exact du cône ci-dessous : 

Des concours mathématiques sont également un levier pour renforcer le travail sur les automatismes : organisés à l’échelle académique ou à celle des établissements, ils agissent sur la motivation des élèves. La préparation à ces concours vise à développer leurs aptitudes pour le calcul réfléchi et à développer de multiples automatismes numériques et géométriques. Par exemple, l’épreuve de la « course aux nombres » consiste à répondre dans un délai de 9 minutes à 30 questions d’activités mentales.

Source : https://www.ac-strasbourg.fr/pedagogie/mathematiques/competitions/can/

c. Automatiser des stratégies de résolution

Les questions flash ne sont pas une modalité adaptée à la construction des automatismes méthodologiques liés à la résolution de problèmes tels que le recours à la lettre, à l’essai-ajustement, au contre-exemple ou la reconnaissance d’une situation de proportionnalité. Ainsi, d’autres modalités pédagogiques sont à prévoir pour installer ces automatismes liés aux compétences « chercher », « modéliser » et « raisonner ».

À cet effet, il est intéressant de consacrer des temps courts et réguliers à la recherche de tâches à prise d’initiative. Ceux-ci s’organisent dans une programmation de séances consécutives ou espacées dont l’articulation et le caractère inédit des situations nécessitent pour l’élève de faire appel à sa mémoire à long terme, ce qui améliore l’encodage de la connaissance. Intercaler les thèmes permet un apprentissage expansif.

Les situations proposées peuvent répondre aux modalités de mise en œuvre suivantes :

- La tâche proposée est indépendante du chapitre en cours. L’identification par les élèves des notions mathématiques en jeu est l’un des objectifs.
- La créativité et l’esprit critique sont encouragés, les élèves savent que l’erreur est autorisée et servira de support à la réflexion collective à l’issue du temps de recherche. La production d’une solution complète en classe n’est pas nécessairement attendue et

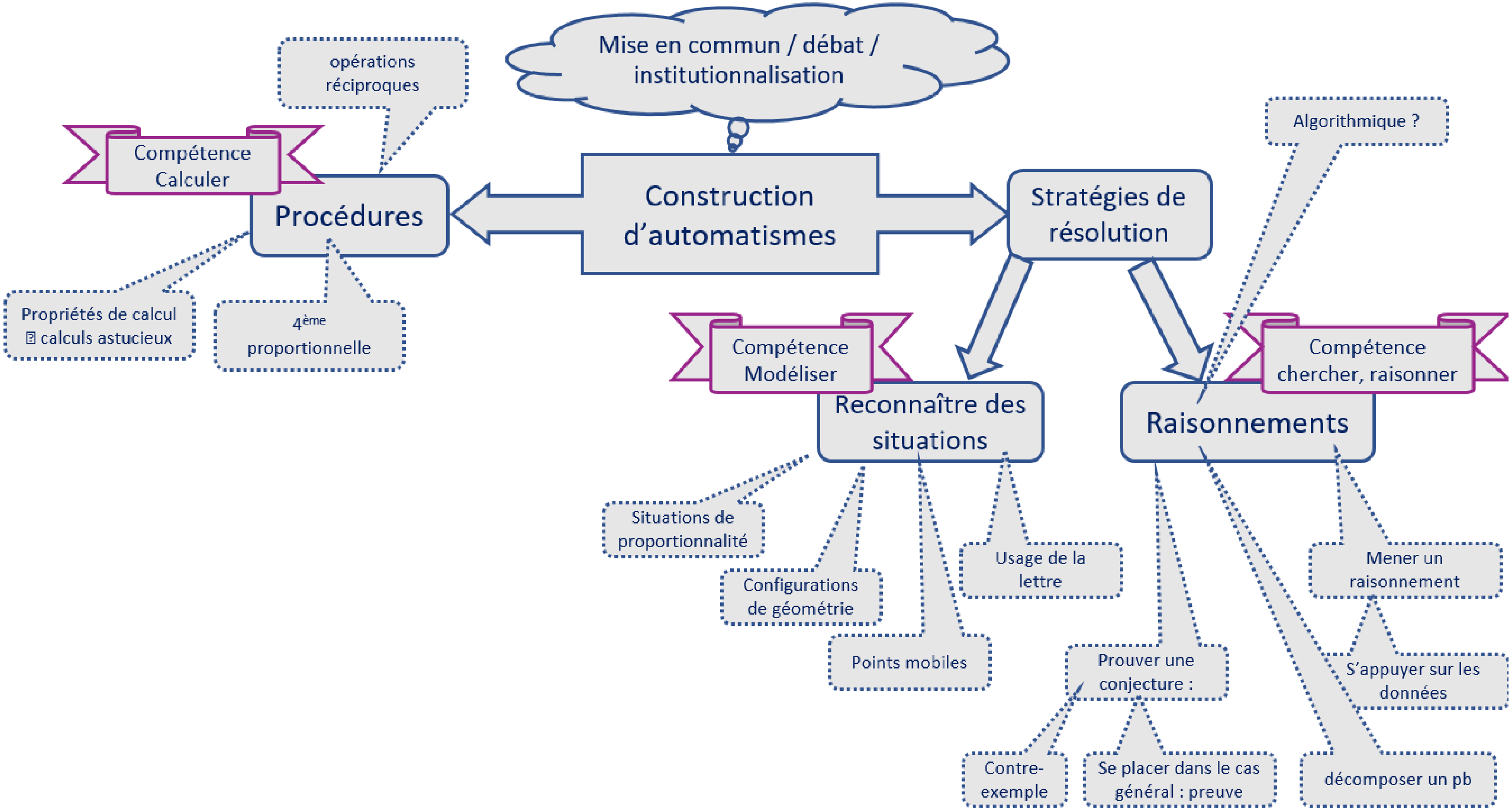
on pourra limiter le travail à la phase de recherche, à l'identification de pistes de travail ou à l'écriture d'un plan.

- Une mise en commun permet ensuite aux élèves de verbaliser leur recherche, de préciser les procédures mises en œuvre et les stratégies de recherche. Les élèves sont amenés à argumenter pour convaincre leurs camarades de la validité ou non des démarches.
- À l'issue de la mise en commun, un bilan est construit par la classe et validé par le professeur. Il peut porter sur les notions travaillées, les procédures utilisées et les stratégies de recherche.

Pour une même tâche à réaliser, certains élèves mobilisent des connaissances en lien avec la notion visée par l'enseignant, tandis que d'autres développent des procédures différentes, quelquefois plus intuitives ou plus pragmatiques. Les échanges entre pairs permettent aux élèves de diversifier leurs procédures et stratégies de recherche et de travailler l'argumentation. Des représentations différentes des situations proposées peuvent donc émerger et être partagées pour construire des automatismes de reconnaissance des outils mathématiques à mobiliser.

L'institutionnalisation ciblée de situations travaillant une même notion dans différents contextes fait émerger les savoirs et savoir-faire communs de ces mêmes situations. Cela favorise chez les élèves l'élaboration de liens d'ordre mathématique entre les problèmes résolus plutôt que des liens thématiques ce qui concourt à l'acquisition d'automatismes méthodologiques en résolution de problèmes.

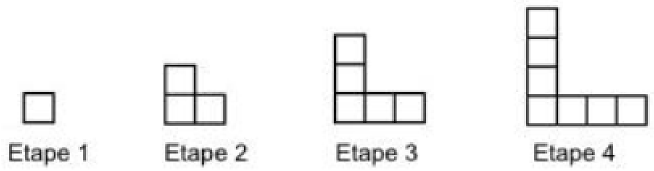
La carte mentale suivante montre différents champs dans lesquels ces situations peuvent concourir à la construction de ces automatismes méthodologiques.


Mise en commun / débat / institutionnalisation
Construction d'automatismes
Procédures
Compétence Calculer
opérations réciproques
Propriétés de calcul
 calculs astucieux
4ème proportionnelle
Stratégies de résolution
Reconnaître des situations
Compétence Modéliser
Situations de proportionnalité
Configurations de géométrie
Points mobiles
Usage de la lettre
Raisonnements
Compétence chercher, raisonner
Algorithmique ?
Mener un raisonnement
S'appuyer sur les données
décomposer un pb
Prouver une conjecture :
Contre-exemple
Se placer dans le cas général : preuve

Des exemples d'automatismes méthodologiques associés aux compétences mathématiques « modéliser », « chercher » et « raisonner » sont présentés ci-dessous :

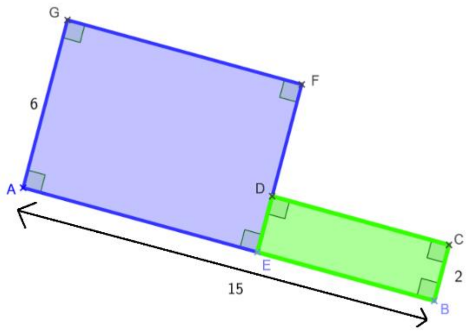
- Compétence « modéliser » : reconnaître un modèle, traduire une situation en langage mathématique.
    - « Reconnaître une situation de proportionnalité » :
      Les activités proposées questionnent, dans chaque situation, la pertinence du choix du modèle de proportionnalité. Le but est d'éveiller l'esprit critique des élèves et d'automatiser ce questionnement pour éviter un recours systématique et parfois à mauvais escient à ce modèle.
    - « Recourir à la lettre » :
      À travers des activités variées, les élèves sont amenés à recourir à la lettre pour modéliser une situation proposée à l'aide d'une expression algébrique ou d'une équation. Différents statuts de la lettre (variable, indéterminée ou inconnue) sont ainsi travaillés.

Exemple 1 : Trouver une façon de calculer le nombre de carrés nécessaires pour construire le motif en fonction du numéro de l'étape.



Source : attendus de fin d'année – classe de 5e

Exemple 2 : Le point E est un point du segment [AB].
Où placer le point E sur [AB] pour que les rectangles AGFE et BCDE aient la même aire ?



Source : http://pegame.ens-lyon.fr/

Exemple 3 : Deux élèves, Alice et Bertrand, ont chacun une calculatrice. Ils affichent le même nombre sur leur calculatrice. Alice multiplie le nombre affiché par 11 puis ajoute 5 au résultat obtenu. Bertrand, lui, multiplie le nombre affiché par 4 puis ajoute 9 au résultat obtenu.
Quand ils ont terminé, ils constatent que leurs calculatrices affichent exactement le même résultat.
Quel nombre ont-ils affiché au départ ?

Source : Ressource d'accompagnement programme cycle 4, thème « calcul littéral » du domaine « Nombres et Calculs »

- Compétence « chercher » : tester plusieurs pistes, développer une stratégie essai/ajustement, s'engager dans une démarche scientifique, décomposer un problème.

  - « Développer une stratégie essais / ajustement » :
    Par le biais d'activités portant par exemple sur des programmes de calcul ou des situations géométriques sur lesquels on peut émettre des conjectures, de problèmes d'optimisation ou de recherche de solutions d'équations avant la maîtrise des procédures expertes, les élèves acquerront l'automatisme de recours aux essais. On pourra, en lien avec l'usage des TICE, pousser les élèves à automatiser ces essais à l'aide du tableur, de la calculatrice ou de GeoGebra.

Exemple (en classe de 6^e) : Dans un troupeau composé de chameaux (2 bosses) et de dromadaires (1 bosse), on compte 12 têtes et 20 bosses. Combien y a-t-il de dromadaires ?

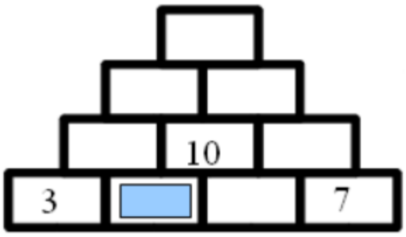
- Compétence « raisonner » : démontrer en s'appuyant sur les règles du débat mathématique.

  - « Valider ou invalider une conjecture » :
    Il s'agit de proposer des situations, par exemple des affirmations dans lesquelles les élèves doivent de manière autonome, trouver un contre-exemple ou se placer dans une situation générale pour prouver leur conjecture.

Exemple 1 : On ajoute trois nombres entiers consécutifs, quelle conjecture peut-on formuler ? Est-elle toujours vraie ?

Exemple 2 : Lorsque j'ajoute deux multiples de 3, j'obtiens toujours un multiple de 6. Cette affirmation est-elle vraie ?

Exemple 3 : On considère la pyramide additive ci-dessous.



Compléter en mettant 8 dans la case bleue. Recommencer en mettant 18. Qu'en penser ?

Source : Extrait de l'article Bulletin de l'APMEP n° 491 (pages 651-654) : « Petites gammes murales pour débutants dans l'algèbre de quatrième ».
https://publimath.univ-irem.fr/numerisation/AAA/AAA10086/AAA10086.pdf

Pour aller plus loin :
- un article et des ressources précisant cette organisation sont disponibles sur le site mathématique de l'académie de Lyon à l'adresse : https://maths.enseigne.ac-lyon.fr/spip/spip.php?article688
- Le site https://coopmaths.fr/ propose des outils de différenciation sous forme de plans de travail.

d. Les parcours différenciés

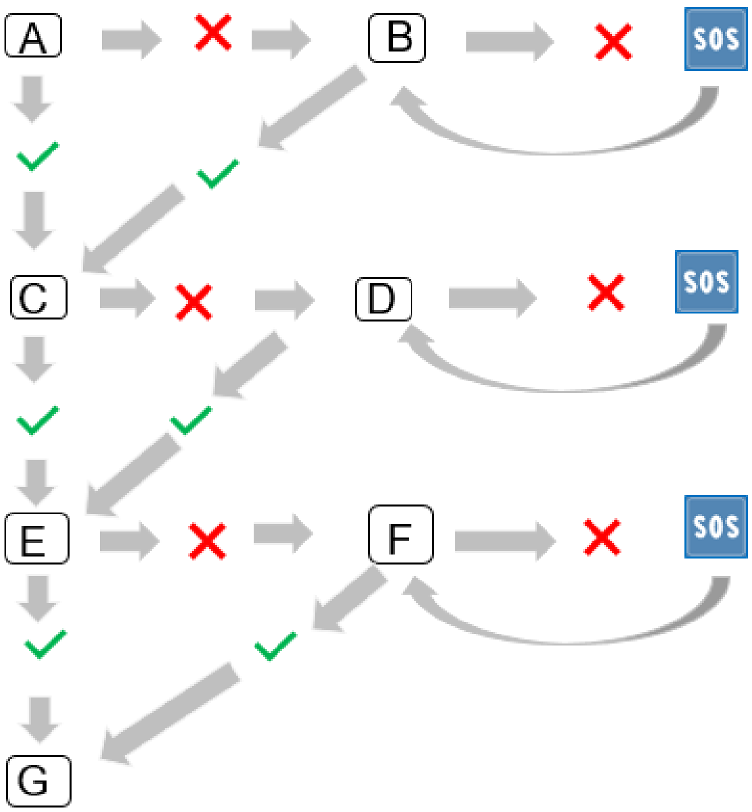
Les parcours différenciés sont une modalité pédagogique intéressante pour gérer l'hétérogénéité d'une classe dans l'automatisation d'une procédure. Ils sont une « brique » intégrable à un plan de travail sur les automatismes. Les élèves avancent à leur rythme sur la résolution des équations en suivant le parcours de réussite. La validation se fait par le professeur ou un(e) élève expert(e).
Voici un exemple de parcours différencié sur la résolution d'une équation du premier degré :

A) $8x = 35$
B) $-7x = 15$
C) $3x + 2 = 7$
D) $5x - 6 = 18$
E) $4(8x + 5) = 9$
F) $5(4x - 7) = 8x - 4$
G) $4x - 5(3 + 2x) = 4$

✔ Tu as su résoudre ton équation sans aide.

✘ Tu n'as pas réussi à résoudre ton équation ou tu as eu besoin d'aide pour la résoudre.

SOS Tu reprends la leçon ou tu demandes de l'aide (au professeur ou à un camarade « expert »).



Une fois l'équation G correctement résolue, l'élève a le choix entre devenir « expert » et être ainsi référent pour les autres élèves de la classe ou commencer des exercices « pour aller plus loin ».

e. La classe puzzle

La méthode JIGSAW (Eliott Aronson, 1971) est une organisation qui repose sur deux éléments principaux (Darnon, Buchs, & Desbar, 2012) :

- L'interdépendance positive : pour atteindre le but fixé, les apprenants doivent nécessairement coopérer, car chacun a étudié une partie seulement du contenu nécessaire au travail commun.
- La responsabilité individuelle : chaque apprenant étant seul responsable d'une partie du contenu, sa non-participation met en péril tout le groupe.

Le scénario d'une classe-puzzle se déroule en trois temps :

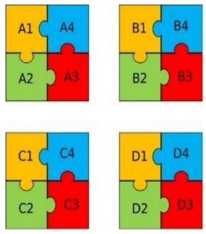
- Dans un premier temps, les élèves sont répartis en équipes nommées « groupes d'apprentissage » et ils prennent connaissance de la finalité du travail à réaliser. Le nombre de participants à chaque groupe d'apprentissage dépend donc du nombre de parties du sujet à traiter.
- Dans un deuxième temps, le groupe d'apprentissage se fractionne et chaque membre du groupe rejoint un « groupe d'experts » correspondant à sa couleur de pièce de puzzle. Chaque élève devient alors « expert » d'un savoir-faire ou d'une compétence donnée.
- Enfin dans un troisième temps, chaque participant retourne dans son groupe d'apprentissage et présente le travail réalisé dans son groupe d'experts. Le but étant ensuite la réalisation du travail présenté lors du temps 1.

Une description plus détaillée est accessible à l'adresse http://maths.enseigne.ac-lyon.fr/spip/spip.php?article756&lang=fr

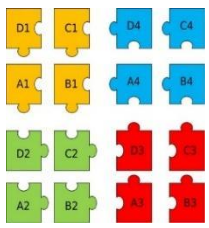
Cette modalité pédagogique aide à rendre tous les élèves plus actifs dans leurs apprentissages. Elle peut être également un outil d'évaluation diagnostique des acquis antérieurs des élèves.

À titre d'illustration, un exemple de classe-puzzle, destinée à être mise en œuvre en début de classe de 3^{e}, dans un objectif de réactivation des opérations avec les fractions, s'organiserait ainsi :

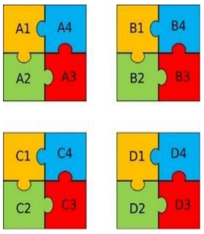
- Temps 1.
  Le professeur présente aux élèves l'objectif de l'activité : construire de manière collaborative une carte mentale rappelant les différentes règles de calcul (addition, soustraction, multiplication et division) avec les fractions, illustrées d'exemples.



- Temps 2.
  Chaque membre du groupe prend au hasard une pièce de puzzle et rejoint le « groupe d'experts » correspondant. Chacun des 4 groupes d'experts est muni d'une fiche consacrée à une thématique : addition, soustraction, multiplication et division de fractions. Les élèves prennent connaissance du travail à effectuer et collaborent pour le réaliser.



- Temps 3.
  Chaque expert retourne dans son groupe d'apprentissage puis explique à ses camarades ce qu'il a appris. Ensemble ils dressent la carte mentale sur les opérations avec les fractions.



Une description complète de cette activité, avec les fiches distribuées aux groupes experts, est disponible à l'adresse http://maths.enseigne.ac-lyon.fr/spip/spip.php?article757&lang=fr

f. Jeux

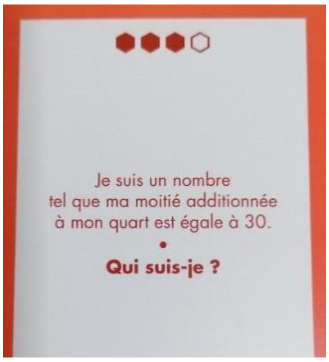
Ainsi que le décrit la ressource d'accompagnement « Les mathématiques par les jeux », accessible ici, le jeu mathématique possède de nombreuses vertus : « il conduit à développer chez les enfants de nombreuses compétences mobilisant logique, stratégie, rigueur, concentration, mémoire et capacité d'abstraction, qui sont toutes des facteurs de réussite. ».

Certains jeux ont été déjà proposés dans la 2e partie sur les tables de multiplication. À titre d'illustrations, deux autres jeux visant la construction d'automatismes sont présentés ci-dessous :

- Mathador : il en existe de nombreuses versions (en ligne, sur plateau) avec des règles plus ou moins sophistiquées. Le principe reste néanmoins le même : ce jeu permet de travailler le calcul mental de façon ludique autour d'un vrai jeu de société. Les élèves alternent des défis de calculs et des énigmes mathématiques.

Calcul mental : Les élèves doivent, dans un temps limité, combiner, à l'aide des nombres opérations, cinq nombres imposés pour atteindre un nombre cible. Le niveau de difficulté est évolutif, en jouant sur la taille du nombre cible, la durée de recherche ou d'éventuelles contraintes (choix des opérations).

Exemples d'énigmes :



Plus d'informations à l'adresse https://www.mathador.fr/

- Un jeu de l'oie pour réviser le théorème de Pythagore

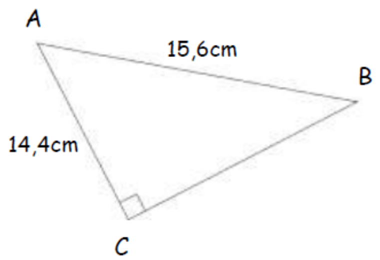
Le professeur est le maître du jeu : il distribue les questions et valide ou non les réponses.
Au commencement du jeu, un membre de chaque équipe vient vers le professeur, lance le dé et avance son pion du nombre de points. Le professeur donne à l'équipe la carte portant le numéro correspondant à la case. L'équipe doit ensuite répondre à la question :

- si la réponse est bonne, l'équipe relance le dé et répond à la question correspondant à la nouvelle case ;
- si la réponse est fausse, l'équipe repart chercher la bonne réponse.

L'équipe gagnante est la première équipe qui atteint ou dépasse la case « 63 ARRIVÉE » et répond correctement à la question de la case.

La difficulté des questions est progressive. Voici quelques exemples de questions :

- carte 1 : « D'après le théorème de Pythagore, si le triangle IHF est rectangle en F, on a : ⋯ + ⋯ = ⋯ »
- carte 10 : « Le triangle TRO est tel que $TR^2 = OR^2 + TO^2$. En quel sommet ce triangle est-il rectangle ? »
- carte 20 : Calculer BC dans la figure ci-dessous



- carte 30 : « Donner la longueur, arrondie au mètre, de la diagonale d'un carré de côté 100 cm. »

Plus d'informations à l'adresse :
http://maths.enseigne.ac-lyon.fr/spip/spip.php?article637&lang=fr