MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION
NATIONALE,
DE LA JEUNESSE
ET DES SPORTS

Liberté
Égalité
Fraternité

TRACE ÉCRITE DE COURS EN MATHÉMATIQUES

> *Extrait des programmes du cycle 4 de 2020* : « Une trace de cours claire, explicite et structurée aide l'élève dans l'apprentissage des mathématiques. Faisant suite aux étapes importantes de recherche, de découverte, d'appropriation individuelle ou collective, de présentation commentée, de débats, de mise au point, la trace écrite récapitule de façon organisée les connaissances, les procédures et les stratégies étudiées ».
>
> *Les "21 mesures pour l'enseignement des mathématiques »* rappellent également qu'« il est essentiel de comprendre qu'en plus d'une culture mathématique citoyenne nécessaire, le cours de mathématiques apporte, au-delà du raisonnement logique, de l'esprit critique, de la rigueur et de l'autonomie, la capacité à établir des vérités absolues à travers des preuves ».

On s'intéresse ici à la trace écrite de cours intervenant dans la phase d'institutionnalisation. Elle est aussi appelée « écrits de savoirs » ou plus communément « leçon » ou « cours ».

La trace écrite de cours en mathématiques est un écrit de référence pour l'élève dans et hors la classe, et pour toute personne l'accompagnant dans son travail. Elle répond non seulement à des besoins et des exigences en termes d'apprentissage de savoirs et de compétences mathématiques, mais encore à la nécessité d'une prise de conscience par l'élève - et futur citoyen - de la construction scientifique propre aux mathématiques.

Ainsi la trace écrite de cours est-elle conçue dans le respect de certaines attentes « incontournables » et guidée par des choix réfléchis.

Les enjeux de la trace écrite de cours

Elle permet à l'élève d'ancrer ses savoirs mathématiques et de développer à terme sa pensée de manière structurée.

Le professeur explicite le caractère incontournable de cette étape dans le processus d'apprentissage. De plus, il fait vivre la trace écrite dans les échanges à l'oral.

Après avoir manipulé, verbalisé et échangé avec la classe pour construire l'abstraction, le professeur accorde un temps pour poser, clarifier et institutionnaliser les savoirs. Il intègre ainsi naturellement les écrits de savoir dans le triptyque manipuler-verbaliser-abstraire.

La trace écrite intervient à différents niveaux dans le processus de mémorisation :

- comme outil dans la première phase d'apprentissage ;
- à l'occasion des exercices et de la résolution de problèmes ;
- comme mémoire des savoirs institutionnalisés.

Pour être autonome, un élève doit certes ancrer des savoirs dans sa mémoire, mais au-delà être capable de retrouver une référence - avec ce que cela sous-entend de fiabilité - afin de réactiver, compléter et affiner ses connaissances. En l'invitant explicitement à recourir aux écrits de savoir, on développe ainsi chez lui un automatisme de stratégie d'apprentissage qui sera un élément essentiel de sa construction de futur étudiant et de citoyen.

Les incontournables d'une trace écrite de cours

Toute trace écrite de cours se doit d'être :

CONSTRUITE et COHÉRENTE dans son ensemble

Le professeur est le garant d'une trace écrite de cours articulée et cohérente.

Afin de faire percevoir à l'élève la logique de la construction mathématique des savoirs, il veille :

- à ne pas limiter son contenu à un catalogue de connaissances et de méthodes ;
- à utiliser une terminologie adaptée (définition, théorème ou propriété, exemple, méthode, règle, convention) ;
- à préciser le statut des théorèmes et propriétés, qu'ils soient admis, démontrés ou partiellement démontrés.

CONSULTÉE en tant que de besoin

Cette habitude est entraînée en classe pour que l'élève l'intègre et soit en capacité de la reproduire seul. En invitant systématiquement les élèves à chercher dans le cours en cas d'oubli, de situation de blocage ou de difficulté, le professeur installe cette démarche de manière durable dans le processus de recherche. Le support de cours est accessible et non rangé dans le sac de l'élève et sa consultation lors des exercices en classe ou à la maison est valorisée par le professeur. L'autonomie de l'élève est ainsi renforcée. Cette compétence relève du domaine 2 du socle de commun de connaissances de compétences et de culture : les méthodes et outils pour apprendre.

CLAIRE, COMPRÉHENSIBLE et explicite

La trace écrite de cours nécessite un espace clairement identifié, non seulement pour en faciliter l'accès, mais encore pour renforcer son statut de référence.

Elle n'est pas seulement conçue pour être utilisée en classe. En dehors de la classe, elle facilite l'autonomie de l'élève, mais aussi l'aide apportée par la famille, l'entourage ou dans le cadre du dispositif Devoirs faits. La trace écrite de cours permet donc de communiquer l'ensemble des écrits de savoirs dans un langage simple et accessible à tous. Ainsi, des remarques au sein du cours clairement identifiées (codage couleur, bulles, marge) et reformulant dans un langage courant et explicite le contenu mathématique, ont toute leur place en collège.

La trace écrite figurant dans le "cahier" de l'élève ne reflète pas toujours fidèlement celle proposée et attendue par le professeur ; des erreurs, des oublis, des graphies peu lisibles peuvent persister malgré la vigilance de l'enseignant lors de la prise de note en classe. Pour remédier à cela, il est intéressant de proposer une version complète et correcte des écrits de savoir sur l'espace numérique de travail, à disposition notamment des familles et des acteurs de Devoirs faits.

CITOYENNE dans ses intentions

Dans un souci d'éducation à la citoyenneté et à l'esprit critique, il est important que l'élève ne donne pas de caractère "magique" aux mathématiques et qu'il distingue les sujets sur lesquels il peut porter un avis de ceux pour lesquels la vérité mathématique établie est indiscutable.

Il est indispensable que l'élève bénéficie de cet apprentissage lors de la scolarité obligatoire. Apprendre à distinguer vérités et croyances est donc une dimension essentielle de l'enseignement des mathématiques au collège.

Ainsi, les méthodes proposées sont systématiquement reliées à des définitions et des propriétés. Le professeur explicite – dans un langage clair et sans formalisme excessif – le raisonnement présent dans la construction logique du cours et dans les démonstrations proposées.

Les exemples sont choisis en accordant une attention particulière à la lutte contre les stéréotypes et en étant vigilant aux sujets susceptibles d’entrer en résonance avec les vécus des élèves.

Une trace écrite de cours guidée par des choix réfléchis

La construction de la trace écrite de cours s'inscrit dans une réflexion pédagogique et didactique globale sur le processus de formation des élèves au regard de leurs besoins.

Le sens d’une notion se construit petit à petit avant d’être institutionnalisé dans les écrits de savoir. La trace écrite de cours est le moment charnière entre la phase importante de construction progressive de la notion et la phase tout aussi importante d’automatisation.

Après la phase d'institutionnalisation, le travail sur le sens se poursuit, couplé au travail d’automatisation (questions flash, exercices d’entraînements...).

En amont de la construction de la trace écrite de cours, le professeur mène en parallèle une réflexion sur quatre niveaux :

- la temporalité de la trace écrite au sein de la séance : une institutionnalisation profitable est exigeante sur le plan cognitif ; la concentration des élèves étant réduite au-delà d'une phase d'attention de 35 minutes, il convient d'éviter de positionner la phase d'institutionnalisation en fin de séance ;
- l'intégration de l'apprentissage de la notion au sein des progressions séquentielle, annuelle et de cycle ;
- la place de l’acte d’écriture par l’élève : de manière générale, l’écriture manuscrite est une première étape permettant d'ancrer les savoirs dans la mémoire ;
- les choix d'ordre pratique : modalités employées pour partager les contenus ; supports élèves utilisés pour la trace écrite ; forme de présentation retenue ; trace écrite de référence disponible en classe pour les élèves, ou encore sur l'espace numérique de travail pour les élèves absents, pour les familles, pour les acteurs de Devoirs faits.

En outre, le professeur veille à ce que les élèves aux besoins éducatifs particuliers puissent bénéficier d'une trace écrite de cours qui leur est adaptée.

En conclusion

La conception d'une trace écrite de cours nécessite d'effectuer des choix en pleine conscience, respectant les incontournables et questionnant régulièrement les enjeux.

La genèse des écrits de savoir, de la verbalisation – par et avec les élèves – à la trace écrite présente dans les « cahiers », s'appuie sur un scénario pédagogique réfléchi et construit, et laissant une part belle aux échanges avec les élèves. Il est essentiel qu'une trace écrite de cours vive et se développe au fil des séances, sous l'égide du chef d'orchestre qu'est le professeur.

Focus : les questions à se poser autour de la trace écrite

Selon les choix effectués, les traces écrites de cours peuvent être de natures différentes d'un enseignant à l'autre, d'une séquence à une autre, mais il est indispensable de faire des choix en pleine conscience et donc d'être capable de les interroger et de les expliciter. Voici quelques questions pour guider la réflexion.

Questions d'ordre pratique

L'enseignant effectue des choix en fonction des habitudes de travail qu'il veut instaurer en classe, ou de celles qu'il a déjà instaurées. Ces choix ne sont pas anodins et d'eux dépendent une partie de la formation des élèves et la perception qu'ils ont de l'importance et de l'utilité de cette trace écrite de cours. Le professeur clarifie les codes qu'il utilise dans les leçons et les explicite aux élèves.

Les choix d'ordre pratique s'opèrent autour d'un questionnement qui peut prendre la forme suivante :

Quelles modalités de transmission ?

- Écrire au tableau (tout ou partie)
- Donner des fiches polycopiées à compléter ou non
- Projeter un diaporama
- Écrire en direct sur l'ordinateur
- Écrire sur une tablette ou une feuille avec projection par un visualiseur
- …

Quels supports ?

- Cahier
- Classeur
- Porte vue
- Numérique
- ...

Quelles formes/présentations ?

- Chapitres I.1. II. …
- Fiche de cours (une page = un cours)
- Capsules vidéo
- …

Quelle trace écrite de référence dans l'espace numérique de travail (à disposition des élèves, familles, accompagnateurs, acteurs de Devoirs faits)?

- Document de référence du professeur (cours complet)
- Photo du tableau

- Photo de la trace écrite d'un élève intégrée au cahier de la classe déposé dans l’espace numérique de travail
- ...

Questions d'ordres didactique et pédagogique

Quelques questions à se poser au préalable :

- Quels objectifs viser ?
- Quelle place au sein de la progression dans les apprentissages ?
- Quel scénario pour amener et construire en classe la trace écrite institutionnelle (par exemple en termes de manipulation, verbalisation, abstraction ; ou encore l’écriture est-elle collaborative ou non, etc.) ?

Quelques points à vérifier avec attention :

- La cohérence dans le fil chronologique de la construction des notions.
- Des énoncés dont le statut est clairement identifié (définition, propriété, exemple, convention, méthode, etc.).
- Des énoncés corrects, complets, éventuellement accompagnés de commentaires dans un langage usuel accessible à tous ou de schémas ; des approches variées répondant aux besoins différents des élèves.
- Des exemples soigneusement choisis : simples, mais pas uniquement ; explicitant l'énoncé ; n'induisant pas la création de fausses représentations.
- Des figures géométriques codées permettant de visualiser facilement la définition ou la propriété.
- ...

Quelques exemples de traces écrites mises en perspective

Il ne s'agit pas de présenter ici des traces écrites de cours idéales ou modélisantes, mais des témoignages mettant en avant le processus réflexif sous-jacent et les effets attendus.

Ainsi, chaque ensemble de traces écrites est accompagné d'une présentation et d'une mise en contexte explicitant les choix de l'enseignant.

Témoignage 1 : Autour de Pythagore

(Voir annexe 1)

Témoignage 2 : Additions et soustractions de nombres en écriture fractionnaire

(Voir annexe 2)

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, DE LA JEUNESSE ET DES SPORTS
Liberté Égalité Fraternité

ANNEXE 1

Témoignage 1 : Autour du théorème de Pythagore

Collège urbain dans un quartier prioritaire (politique de la ville) avec internat	Population plutôt socialement défavorisée	Cycle 4 classe de 4e

Le témoignage de l'enseignante

Mes principes de base

1. **La trace écrite de cours n'est pas disjointe des autres travaux proposés aux élèves** ; elle s'intègre dans leur processus de formation.

2. **Ce temps de formation arrive « au bon moment »** :

   Dans la mesure du possible, les élèves ont été préparés petit à petit pour pouvoir aborder cette notion de manière sereine, notamment quand c'est une nouvelle notion (un nouveau concept) ou une notion qui est omniprésente dans l'enseignement des mathématiques.

   L'objectif de ce travail préalable au moment officiel de « trace écrite de cours » est de laisser vivre des stratégies, de laisser le temps aux élèves de se confronter à des situations, de manipuler, verbaliser, construire petit à petit certaines notions ou stratégies avec mon aide. Pour certaines, je travaille sur un temps long, en pointillé, et non en une vingtaine de minutes « d'activité de découverte ». Dans ce cadre, je veille à ne pas oublier que beaucoup des thèmes abordés ne sont pas neufs pour les élèves. Je m'appuie sur leurs connaissances, leurs savoir-faire, même incomplets ou fragiles, pour ne pas les faire réviser, mais faire avancer chacun d'eux.

Ce travail préalable mène à la production d'une synthèse écrite d'activité. Elle porte sur les stratégies employées, les avantages et les inconvénients de chacune d'elles.

3. **La trace de cours écrite est activement consultée**

En classe, les élèves l'utilisent pour les premiers exercices à faire (allant vers l'automatisation). Elle est parfois autorisée en évaluation (suivant le type d'évaluation, la classe, les élèves).

Pour l'utilisation de la trace écrite en dehors de la classe, des consignes sont données aux élèves mais aussi aux surveillants ou professeurs assurant Devoirs faits ou l'étude du soir pour les internes.

Mes choix

	Choix	**Motivation**
Support élèves	Cahier.	Choix d'établissement.
Forme	Une page de cahier = une fiche de cours, identifiée par un titre en haut de la page.	Un titre en haut de chaque page de cahier afin de retrouver facilement ce que l'on souhaite sans être obligé de « rentrer » dans un chapitre et de chercher ensuite le paragraphe correspondant.
Présentation	Elle se fait toujours sur le même modèle, avec les mêmes codes couleur.	Les élèves sont habitués aux codes ; ils identifient mieux les différentes natures d'énoncés et retrouvent plus facilement les informations.
Modalité de transmission	Cours écrit petit à petit au tableau, expliqué au fur et à mesure sous forme dialoguée, et copié par les élèves.	Moment officiel et posé, important dans la formation des élèves où tous font la même chose en même temps.

Quelques remarques

- La nature des contenus des fiches de cours est variable : il peut s'agir de contenus portant sur un objet mathématique, sur un théorème, une technique opératoire, des formules à retenir, un savoir-faire, etc.

- Pour certains élèves bénéficiant d'un PPRE, je mets à disposition soit une photocopie du cours d'un camarade, soit la photo du tableau, soit – exceptionnellement et sur demande – une version numérique du cours. Ces demandes sont nombreuses en début d'année ; elles deviennent très rares ensuite : les élèves préfèrent une photo du tableau ou d'un autre cahier.

- Afin de ne pas cumuler les difficultés, je construis une progression par objectif ciblé. Ainsi, la première fiche présentée ici permet de donner du sens au théorème de

Pythagore par une approche géométrique ; la seconde présente l'énoncé sous la forme classique et l'égalité algébrique qui en découle ; etc.

Les traces écrites de cours

Fiche n°1 Théorème de Pythagore énoncé géométrique

Fiche n°2 Théorème de Pythagore énoncé classique

Fiche n°3 Calculer une longueur à l'aide du théorème de Pythagore

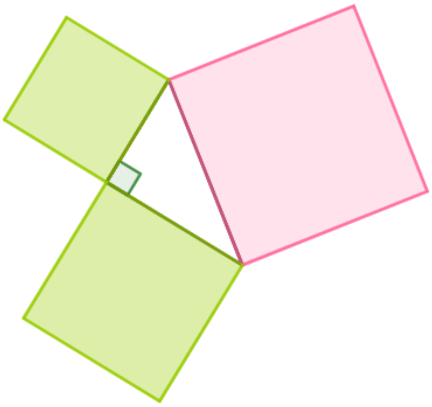
Fiche n°4 Démontrer qu'un triangle n'est pas rectangle à l'aide du théorème de Pythagore

Fiche n°5 Réciproque du théorème de Pythagore

Fiche n°6 Démontrer qu'un triangle est rectangle à l'aide de la réciproque du théorème de Pythagore

Théorème de Pythagore
Introduction : énoncé « géométrique »

Théorème « version géométrique » :



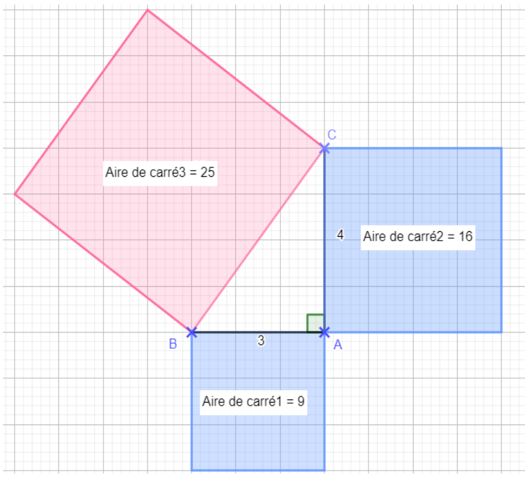
Si un triangle est rectangle,

alors la somme des aires des carrés construits sur les côtés de l'angle droit est égale à l'aire du carré construit sur l'hypoténuse.

Autrement dit : sur cette figure, en additionnant les aires des deux carrés verts, on obtient l'aire du carré rose. (C'est ce que permet d'affirmer le théorème de Pythagore)

Exemple :

ABC est un triangle rectangle en A, tel que AB = 3 cm et AC = 4 cm.



Le triangle ABC est rectangle, donc le théorème s'applique : en additionnant les aires des carrés construits sur les côtés de l'angle droit, on obtient l'aire du carré construit sur l'hypoténuse.

L'aire du carré construit sur le côté [AB] est égale à 9 cm².

L'aire du carré construit sur le côté [AC] est égale à 16 cm².

Le théorème de Pythagore nous permet d'affirmer que l'aire du carré construit sur le côté [BC], qui est l'hypoténuse, est égale à 25 cm².

Remarque importante :

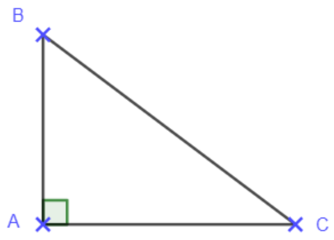
Le fait de connaître l'aire d'un carré nous permet ensuite de trouver la longueur du côté du carré !
Dans l'exemple précédent, on peut donc en déduire que la longueur du côté [BC] est égale à 5 cm.

Théorème de Pythagore

Théorème :

Si un triangle est rectangle,
alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

Énoncé utilisant la notation mathématique :

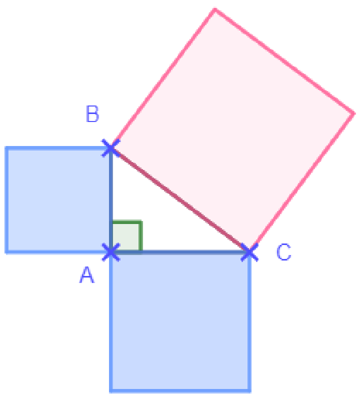


Si le triangle ABC est rectangle en A,

alors $BC^2 = BA^2 + AC^2$.

Remarque :

On retrouve bien ainsi, mais dit ou écrit d'une manière différente, l'énoncé « géométrique » du théorème de Pythagore.



En effet :

BC^2 est l'aire du carré construit sur le côté [BC]

BA^2 est l'aire du carré construit sur le côté [BA]
AC^2 est l'aire du carré construit sur le côté [AC].

Donc écrire : $BC^2 = BA^2 + AC^2$
revient à écrire que l'aire rose est égale à la somme des deux aires bleues.

Calculer une longueur à l'aide du théorème de Pythagore

Exemple 1 :

Énoncé :

ABC est un triangle rectangle en A.
AB = 6 cm et AC = 7 cm.
Calculer la longueur BC.

Résolution :

Premier réflexe : on identifie le côté dont on cherche la longueur : est-ce l'hypoténuse ou non ?
Si oui, il faudra additionner des carrés, sinon, il faudra les soustraire.

Le triangle ABC est rectangle en A. ← On met la condition qui permet d'utiliser le théorème.
D'après le théorème de Pythagore, ← On cite le théorème.
$BC^2 = AB^2 + AC^2$ ← On écrit l'égalité de Pythagore dans le triangle.
$BC^2 = 6^2 + 7^2$ ← On remplace par les valeurs connues.
$BC^2 = 36 + 49$ ← On calcule.
$BC^2 = 85$
$BC = \sqrt{85}$ ← On pense bien que l'on cherche une longueur et non une aire.
BC = 9,22 à 0,01 près ← On peut donner une valeur approchée du résultat.

Conclusion :
La longueur BC est 9,2 cm à 0,1 près. ← On n'oublie pas de conclure en répondant précisément à la question (valeur numérique et unité).

Exemple 2 :

Énoncé :

RST est un triangle rectangle en R.
RS = 12 cm et ST = 15 cm.
Calculer la longueur RT.

Résolution :

Premier réflexe : on identifie le côté dont on cherche la longueur : est-ce l'hypoténuse ou non ?
Si oui, il faudra additionner des carrés, sinon, il faudra les soustraire.

Le triangle RST est rectangle en R. ← On met la condition qui permet d'utiliser le théorème.
D'après le théorème de Pythagore, ← On cite le théorème.
$RT^2 = ST^2 - SR^2$ ← On écrit l'égalité de Pythagore dans le triangle.
$RT^2 = 15^2 - 12^2$ ← On remplace par les valeurs connues.
$RT^2 = 225 - 144$ ← On calcule
$RT^2 = 81$
$RT = \sqrt{81}$
RT = 9 ← On pense bien que l'on cherche une longueur et non une aire.

Conclusion : La longueur RT est 9 cm. ← On n'oublie pas de conclure en répondant précisément à la question (valeur numérique et unité)

Démontrer qu'un triangle n'est pas rectangle à l'aide du théorème de Pythagore

Exemple :

Énoncé :

On considère un triangle IJK dont les longueurs des côtés sont :

IJ = 6 cm

JK = 12 cm

IK = 13 cm

Le triangle IJK est-il rectangle ?

Résolution :

Premier réflexe : on identifie le côté qui serait l'hypoténuse dans le cas où le triangle serait rectangle (c'est-à-dire le côté le plus long.) Ici, c'est le côté [IK].

Si le triangle est rectangle, alors il l'est en J (car [IK] est le côté le plus long).

On sait que si le triangle est rectangle, alors l'égalité de Pythagore est forcément vérifiée (c'est le théorème qui permet de l'affirmer !).
Si elle n'est pas vérifiée, cela signifie donc que le triangle n'est pas rectangle.
Il s'agit donc pour nous, dans un premier temps, de tester l'égalité de Pythagore.

A-t-on $IK^2 = IJ^2 + JK^2$? ← On annonce ce que l'on veut tester.

$IK^2 = 13^2 = 169$ ← On fait les tests.

$IJ^2 + JK^2 = 6^2 + 12^2 = 36 + 144 = 180$

donc $IK^2 \neq IJ^2 + JK^2$ ← On conclut sur le fait que l'égalité est vérifiée ou non.

Maintenant que l'on sait ce qu'il en est, il nous reste à terminer la rédaction du raisonnement.

Dans le triangle IJK l'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée.
D'après le théorème de Pythagore, si le triangle était rectangle, alors l'égalité serait vérifiée.
Donc le triangle n'est pas rectangle.

Réciproque du théorème de Pythagore

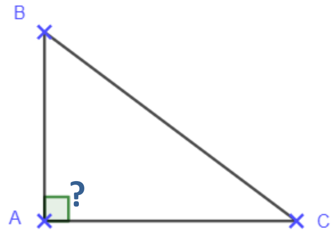
Rappel du théorème :

Si un triangle est rectangle,
alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

Réciproque du théorème :

Si le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés,
alors le triangle est rectangle (et le plus grand côté en est l'hypoténuse).

Énoncé utilisant la notation mathématique :

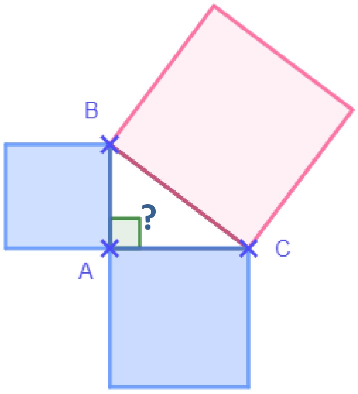


Si $BC^2 = BA^2 + AC^2$,

alors le triangle ABC est rectangle en A.

Remarque :

L'énoncé « géométrique » de la réciproque du théorème de Pythagore serait de ce type :



Si la somme des aires des carrés construits sur les deux petits côtés d'un triangle est égale à l'aire du carré construit sur le plus grand côté,

alors le triangle est rectangle.

Démontrer qu'un triangle est rectangle à l'aide de la réciproque du théorème de Pythagore

Exemple :

Énoncé :

On considère un triangle IJK dont les longueurs des côtés sont :

IJ = 5 cm

JK = 12 cm

IK = 13 cm

Le triangle IJK est-il rectangle ?

Résolution :

Premier réflexe : on identifie le côté qui serait l'hypoténuse dans le cas où le triangle serait rectangle (c'est-à-dire le côté le plus long.) Ici, c'est le côté [IK].

Si le triangle est rectangle, alors il l'est en J (car [IK] est le côté le plus long).

Il s'agit donc pour nous, dans un premier temps, de tester l'égalité de Pythagore.

A-t-on $IK^2 = IJ^2 + JK^2$? ← On annonce ce que l'on veut tester.

$IK^2 = 13^2 = 169$ ← On fait les tests

$IJ^2 + JK^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$

donc $IK^2 = IJ^2 + JK^2$ ← On conclut sur le fait que l'égalité est vérifiée ou non

Maintenant que l'on sait ce qu'il en est, il nous reste à terminer la rédaction du raisonnement.

Dans le triangle IJK, $IK^2 = IJ^2 + JK^2$.

D'après la réciproque du théorème de Pythagore,

le triangle est rectangle en J.

MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION
NATIONALE,
DE LA JEUNESSE
ET DES SPORTS
Liberté
Égalité
Fraternité

ANNEXE 2

Témoignage 2 : Additions et soustractions de nombres en écritures fractionnaires

Collège périurbain	Population socialement mixte	Cycle 4 Classe de 5e

Le témoignage de l'enseignante

Mes principes de base

Je commence par proposer une activité introduisant la nouvelle notion.
À l'issue de celle-ci, la propriété ciblée est construite, verbalisée et mise en forme par les élèves, pour être ensuite institutionnalisée.
Le cours est complété avec les élèves au tableau. Il ne s'agit jamais de la leçon entière, mais seulement d'une petite partie.

Mes choix

	Choix	Motivation
Support élèves	Un grand classeur.	Choix de l'équipe disciplinaire. Le classeur permet de ranger : le sommaire, la grille de compétences pour y reporter le résultat des évaluations, le contrat de classe donné en début d'année, les trames des leçons, les cartes mentales, les différents travaux.
Forme	Trames polycopiées à compléter pour les élèves.	La trame polycopiée a pour avantage de passer moins de temps dans l'écriture de la structure de la trace écrite tout en gardant les choses les plus essentielles à écrire pour permettre aux élèves de mieux mémoriser la notion.

Présentation	Séquence avec présentation sous la forme de paragraphe : I) 1) Chaque définition/ propriété/ méthode/ théorème/ règle est encadré(e).	Le plan du cours est explicite. Les encadrés permettent aux élèves (et à leurs parents) de pouvoir identifier très rapidement les essentiels à connaître.
Modalité de transmission	Fiches vidéo projetées, complétées au tableau avec l'aide des élèves.	Elles permettent l'interaction entre l'oral et l'écrit.

Quelques remarques

- À la maison comme en classe, les élèves ont accès à toutes leurs leçons facilement tout au long de l'année, de la première séquence à la dernière travaillée.
- J'utilise la police Comic sans MS, car elle fait partie des polices conseillées pour les élèves DYS.
- La séquence fait partie d'une progression spiralée.
- Les exemples sont choisis avec soin pour permettre aux élèves de vérifier que la notion a été bien comprise, pour les aider lors des recherches d'exercices ou pour s'entraîner avant une évaluation.
- Le cours « version élève » et celui « version professeur » (c'est-à-dire le cours complété) sont mis en pièce jointe sur l'ENT dans le cahier de texte. Cela permet aux élèves absents de rattraper la leçon et celle-ci est ainsi disponible lors de Devoirs faits.

Les traces écrites de cours

Document distribué aux élèves (trame de cours) Additions et soustractions de nombres en écritures fractionnaires.

Trace écrite de cours complétée Additions et soustractions de nombres en écritures fractionnaires.

Séquence

5ème

ÉCRITURES FRACTIONNAIRES : Addition et soustraction

I. De deux nombres en écritures fractionnaires de même dénominateur

Méthode 1 :	Propriété 1 :

Démonstration de la propriété 1 :

Exemples : Calculer

▯ $\frac{10}{3}+\frac{7}{3}$ *puis* $\frac{2,3}{5}+\frac{1,4}{5}$.

Attention : on n'additionne pas les dénominateurs.

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\neq\frac{2}{4} \quad □□□ \quad \frac{2}{4}=\frac{1}{2},$$

et quand on ajoute une moitié d'un gâteau avec une autre moitié, on obtient un gâteau entier et non sa moitié.

On a donc bien :

.

Méthode 2 :	Propriété 2 (admise) :

Exemples : Calculer

▯ $\frac{10}{3}-\frac{7}{3}$ *puis* $\frac{2,3}{5}-\frac{1,4}{5}$.

II. De deux nombres en écritures fractionnaires de dénominateurs différents

Méthode 3 :

Exemple : Calculer

□ $\dfrac{6}{5} + \dfrac{4}{15}$.

III. D'un nombre décimal et d'un nombre en écriture fractionnaire

Méthode 4 :

Exemple Calculer

$3+\frac{2}{9}$.

Séquence

5ème

ÉCRITURES FRACTIONNAIRES : Addition et soustraction

I. De deux nombres en écritures fractionnaires de même dénominateur

Méthode 1 :	Propriété 1 :
Pour calculer **la somme** de deux nombres en écritures fractionnaires de même dénominateur : • On additionne les **numérateurs.** • On garde le **dénominateur** commun.	a, b et c sont des nombres positifs quelconques, avec c différent de 0. $\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c}$

Démonstration de la propriété 1 :

$On\ souhaite\ ajouter\ les\ nombres\ \frac{a}{c}\ et\ \frac{b}{c}.$

On sait seulement que :

$$\frac{a}{c}\times c=a\ \ et\ que\ \ \frac{b}{c}\times c=b.$$

On considère le calcul M suivant :

$$M=\frac{a}{c}\times c+\frac{b}{c}\times c\,.$$

Première manière de « calculer » M :

$$M=\frac{a}{c}\times c+\frac{b}{c}\times c$$

$$M=a+b$$

Deuxième manière de « calculer » M :

$$M=\frac{a}{c}\times c+\frac{b}{c}\times c$$

$$M=\left(\frac{a}{c}+\frac{b}{c}\right)\times c$$

On a donc :

$$\left(\frac{a}{c}+\frac{b}{c}\right)\times c=a+b$$

C'est-à-dire :

$$(un\ nombre)\times c=a+b$$

$\frac{a+b}{c}$ $est\ l'unique\ nombre\ qui, multiplié\ par\ le\ nombre\ c, donne\ le\ nombre\ a+b\,.$

Donc

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c} \; .$$

Exemples : Calculer

$$\frac{10}{3} + \frac{7}{3} \; puis \; \frac{2,3}{5} + \frac{1,4}{5} \, .$$

$\frac{10}{3} + \frac{7}{3}$

$$= \frac{10+7}{3}$$
$$= \frac{17}{3}$$

$$\frac{2,3}{5} + \frac{1,4}{5}$$
$$= \frac{2,3}{5} + \frac{1,4}{5} = \frac{2,3+1,4}{5}$$
$$= \frac{3,7}{5}$$

Attention : on n'additionne pas les dénominateurs.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \neq \frac{2}{4} \quad □□□ \quad \frac{2}{4} = \frac{1}{2},$$

et quand on ajoute une moitié d'un gâteau avec une autre moitié, on obtient un gâteau entier et non sa moitié.

On a donc bien :

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1.$$

.

Méthode 2 :	Propriété 2 (admise) :
Pour calculer **la différence** de deux nombres en écritures fractionnaires de même dénominateur : • On soustrait les **numérateurs.** • On garde le **dénominateur** commun.	a, b et c sont des nombres positifs quelconques avec c différent de 0. $\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$

Exemples : Calculer

$$\frac{10}{3} - \frac{7}{3} \; puis \; \frac{2,3}{5} - \frac{1,4}{5} \, .$$

$$\frac{10}{3}-\frac{7}{3}$$
$$=\frac{10-7}{3}$$
$$=\frac{3}{3}$$
$$=1$$

$$\frac{2{,}3}{5}-\frac{1{,}4}{5}$$
$$=\frac{2{,}3}{5}-\frac{1{,}4}{5}$$
$$=\frac{2{,}3-1{,}4}{5}$$
$$=\frac{0{,}9}{5}$$

II. De deux nombres en écritures fractionnaires de dénominateurs différents

Méthode 3 : Pour calculer **la somme** ou **la différence** de deux nombres en écritures fractionnaires de dénominateurs différents :

- On écrit les nombres avec un **même dénominateur.**
- On applique la méthode 1 ou la méthode 2.

Exemple : Calculer $\frac{6}{5}+\frac{4}{15}$.

$$5\times 3=15$$
$$\frac{6}{5}=\frac{6\times 3}{5\times 3}=\frac{18}{15}$$

$$\frac{6}{5}+\frac{4}{15}=\frac{18}{15}+\frac{4}{15}=\frac{18+4}{15}$$
$$=\frac{22}{15}$$

a) On remarque que 15 est un multiple de 5.

b) On utilise la propriété des quotients égaux pour transformer le nombre $\frac{6}{5}$ en un nombre de dénominateur 15 égal à $\frac{6}{5}$.

On dit que l'on « **réduit** » les nombres en écritures fractionnaires au même dénominateur (ici 15).

c) On applique ensuite la méthode 1.

III. D'un nombre décimal et d'un nombre en écriture fractionnaire

Méthode 4 : Pour calculer **la somme** ou **la différence** d'un nombre décimal et d'un nombre en écriture fractionnaire :

- On écrit le nombre décimal sous la forme d'un nombre en écriture fractionnaire.
- On applique la méthode 3.

<u>Exemple</u> Calculer $3+\frac{2}{9}$.

$$3=\frac{27}{9}$$

$$3+\frac{2}{9}=\frac{27}{9}+\frac{2}{9}=\frac{27+2}{9}=\frac{29}{9}$$

a) On exprime le nombre 3 sous la forme du quotient de 27 par 9 pour obtenir deux écritures fractionnaires de même dénominateur.

b) On applique ensuite la règle de l'addition de deux nombres en écriture fractionnaire de même dénominateur.