



## EXEMPLES D'EXERCICES

### TROISIÈME

#### Expressions algébriques

1/ On considère l'expression  $E = a^2 - 10a + 25$ . Quelle est la valeur de  $E$  lorsque  $a = 4$  ?

- 49
- 7
- 63
- 1

**Sous domaine** : Traduire un problème par une expression

**Compétence** : Calculer

**Type de tâche** : Flash

**Réponse attendue** : 1

**Analyse des distracteurs** :

- 49 : l'élève substitue correctement dans les monômes, l'erreur se trouvant dans le calcul de différence
- -7 : l'élève calcule  $2a$  en place de  $a^2$
- -63 : l'élève n'identifie pas le produit dans l'expression  $10a$  et utilise le nombre 104 dans ses calculs

2/ Si l'on réduit l'expression  $2n^2 + 3n^2 + 4n + 5$  alors on obtient :

- $14n^2$
- $5n^2 + 4n + 5$
- $9n^2 + 5$
- $28n$

**Sous domaine** : Transformer des expressions algébriques pour démontrer

**Compétence** : Calculer

**Type de tâche** : Flash

**Réponse attendue** :  $5n^2 + 4n + 5$

**Analyse des distracteurs** :

- $14n^2$  : L'élève additionne tous les coefficients ( $2 + 3 + 4 + 5$ ) en gardant le  $n^2$  (de plus haut degré).
- $9n^2 + 5$  : L'élève réduit  $2n^2 + 3n^2 + 4n$  en calculant  $(2 + 3 + 4)n^2$  et conserve le terme constant.
- $28n$  : L'élève réduit l'expression  $14n^2$  (obtenu comme ci-dessus) en confondant  $14n^2$  et  $14 \times 2 \times n$ .

3/ Voici quatre propositions pour résoudre l'équation :

$$-2x = 1$$

Choisir, parmi les propositions, l'explication qui convient le mieux :

- Proposition 1 : Pour obtenir la solution, j'ajoute 2 aux deux membres de l'égalité.
- Proposition 2 : Pour obtenir la solution, je divise les deux membres de l'égalité par -2.
- Proposition 3 : Pour obtenir la solution, je divise les deux membres de l'égalité par +2.
- Proposition 4 : Pour obtenir la solution, je multiplie les deux membres de l'égalité par -2

**Sous domaine** : Transformer des expressions algébriques pour démontrer

**Compétence** : Reasonner

**Type de tâche** : Flash

**Réponse attendue** : Proposition 2 : Pour obtenir la solution, je divise les deux membres de l'égalité par -2.

**Analyse des distracteurs** :

L'élève ne sait pas qu'on multiplie les deux côtés d'une égalité par un même nombre non nul pour obtenir une égalité équivalente à la première (ou qu'on ajoute le même nombre...).

- Proposition 1 : Il ajoute l'opposé induit par l'écriture  $-2x$  au lieu de multiplier par l'inverse de  $-2$ .
- Proposition 3 : Il divise le membre de droite par l'opposé de  $-2$ . Il confond deux propriétés.
- Proposition 4 : Il multiplie au lieu de diviser le membre de droite par  $-2$ .

4/ La somme de deux nombres entiers consécutifs est toujours un multiple de 3.

**Cocher la réponse exacte :**

- Vrai, car quand j'ajoute 4 et 5 j'obtiens 9.
- Vrai car  $x + x + 1 = 3x$
- Faux, car  $2 + 3 = 5$
- Faux, car il n'y a que deux nombres.

**Sous domaine :** Traduire un problème par une expression algébrique

**Compétence :** Chercher

**Type de tâche :** Flash

**Réponse attendue :** Faux, car  $2 + 3 = 5$

**Analyse des distracteurs :**

- Réponse 1 : l'élève déduit une règle générale d'un exemple unique.
- Réponse 2 : l'élève utilise l'expression algébrique de deux nombre entiers consécutifs et réduit avec une erreur.
- Réponse 4 : l'élève utilise un raisonnement incorrect, peut-être sous l'influence de la proposition correcte « La somme de trois nombres entiers consécutifs est toujours un multiple de 3 ».

5/ Laquelle de ces 4 formules est une somme ?

- $L$  est la longueur d'un pavé,  $l$  sa largeur et  $h$  sa hauteur. L'aire totale de ses faces est égale à  $2 \times (L \times l + L \times h + l \times h)$
- $r$  est le rayon d'un disque. Son aire est égale à  $\pi \times r^2$
- $L$  est la longueur d'un rectangle et  $l$  sa largeur. Son périmètre est égal à  $2 \times L + 2 \times l$
- $B$  est la grande base et  $b$  la petite base d'un trapèze,  $h$  est sa hauteur. Son aire est égale à  $(B + b) \times h/2$

**Sous domaine :** Traduire un problème par une expression algébrique

**Compétence :** Représenter

**Type de tâche :** Flash

**Réponse attendue :**  $L$  est la longueur d'un rectangle et  $l$  sa largeur. Son périmètre est égal à  $2 \times L + 2 \times l$

**Analyse des distracteurs :**

- Réponse 1 : l'élève n'identifie pas l'expression comme étant le produit d'un nombre par une somme. La présence de sommes dans un des facteurs du produit peut entraîner le choix de cette réponse par l'élève.
- Réponse 2 : confusion entre somme et produit.
- Réponse 4 : l'élève n'identifie pas l'expression comme étant un produit. La présence d'une somme dans le premier facteur du produit peut entraîner le choix de cette réponse par l'élève.

6/ Un magicien propose le calcul suivant à un public d'enfants : « Multipliez votre âge par 2 puis ajoutez 1. Multipliez ce dernier résultat par 5 ». Un enfant dit « j'ai trouvé 125 ».

Le magicien donne immédiatement l'âge de cet enfant.

**Quel est cet âge ?**

**Sous domaine :** Mettre un problème en équation en vue de sa résolution.

**Compétence :** Interpréter – Calculer

**Type de tâche :** Intermédiaire

**Réponse attendue :** 12 ans.

7/ **Cocher la réponse exacte.** Parmi les expressions suivantes, laquelle correspond au développement de  $3(5x + 1)$  ?

- $18x$
- $15x + 1$
- $15x + 3$
- $35x + 1$

**Sous domaine :** Transformer des expressions algébriques pour démontrer

**Compétence :** Calculer

**Type de tâche :** Flash

**Réponse attendue :**  $15x + 3$

**Analyse des distracteurs :**

- $18x$  : L'élève réduit l'expression  $5x+1$  en  $6x$  car il y a une somme à calculer.5
- $15x + 1$  : L'élève distribue 3 à  $5x$  mais pas à 1, opérant comme si les parenthèses n'existaient pas.
- $35x + 1$  : L'élève enlève les parenthèses et concatène le premier facteur et le premier terme.

8/ Pour chaque énoncé, **indiquer si c'est toujours vrai, parfois vrai, ou bien si ce n'est jamais vrai.**

- Lorsqu'un nombre entier est multiplié par lui-même, le nombre qui en résulte est pair.

Toujours vrai     Parfois vrai     Jamais vrai

- Diviser par deux un nombre entier impair produit un nombre entier.

Toujours vrai     Parfois vrai     Jamais vrai

-  $3x + 1 = \frac{6x+2}{2}$

Toujours vrai     Parfois vrai     Jamais vrai

**Sous domaine :** Mettre un problème en équation en vue de sa résolution

**Compétence :** Chercher – Raisonner

**Type de tâche :** Intermédiaire

**Cet exercice fait partie des exemples d'items utilisés dans l'évaluation des mathématiques du PISA 2022.**

**Réponse attendue :** 1. Parfois 2. Jamais vrai 3. Toujours vrai

9/ Les infirmières doivent calculer le débit  $D$  d'une perfusion en gouttes par minute.

Elles utilisent la formule  $D = \frac{f \times V}{60 \times n}$  où

$f$  est le facteur d'écoulement en gouttes par millilitre (mL)

$V$  est le volume (en mL) de la perfusion

$n$  est le nombre d'heures que doit durer la perfusion.

Une infirmière veut doubler la durée d'une perfusion.

**Décrivez avec précision** la façon dont  $D$  change si  $n$  est doublé et si  $f$  et  $V$  ne changent pas.

**Sous domaine :** Utiliser le calcul littéral pour résoudre un problème

**Compétence :** Calculer – Raisonner

**Type de tâche :** Prise d'initiative

**Cet exercice fait partie des items libérés dans l'évaluation des mathématiques du PISA 2012. Réussi pour 17,7% des élèves français testés (contre 22,2% pour la moyenne de l'OCDE). Le taux de non réponse des élèves français est de 30,8 % (contre 27,3% pour la moyenne OCDE).**

**Réponse attendue :** L'explication décrit à la fois le sens de l'effet et son amplitude.

Il est divisé par deux.

C'est la moitié.

$D$  diminuera de 50 %.

$D$  sera deux fois moins important.

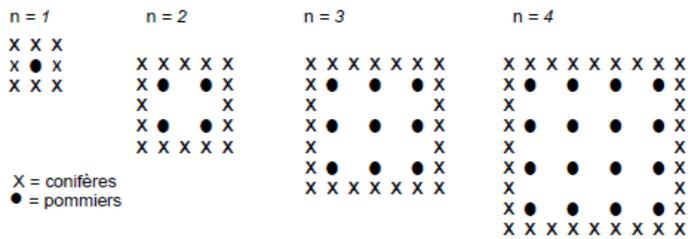
**Indicateur de réussite :**

- L'élève s'engage dans une démarche de résolution en introduisant  $2n$  à la place de  $n$  puis il factorise l'expression en faisant apparaître le terme  $\frac{1}{2}$  et il identifie que le débit est divisé par 2.
- L'élève raisonne directement sur la formule donnée et repère qu'en doublant la valeur de  $n$  (qui se situe au dénominateur) le débit aura une valeur deux fois plus petite.

10/ Un fermier plante des pommiers en carré. Afin de protéger ces arbres contre le vent, il plante des conifères tout autour du verger.

Vous pouvez voir ci-dessous un schéma présentant cette situation, avec la disposition des pommiers et des conifères pour un nombre (n) de rangées de pommiers :

Compléter le tableau



| n | Nombre de pommiers | Nombre de conifères |
|---|--------------------|---------------------|
| 1 | 1                  | 8                   |
| 2 | 4                  |                     |
| 3 |                    |                     |
| 4 |                    |                     |
| 5 |                    |                     |

Donner les formules pour trouver le nombre de pommiers et le nombre de conifères en fonction de n où n est le nombre de rangées de pommiers.

Nombre de pommiers =

Nombre de conifères =

**Sous domaine** : Utiliser le calcul littéral pour résoudre un problème

**Compétence** : Calculer – Reasonner

**Type de tâche** : Prise d’initiative

**Cet exercice fait partie des items utilisés dans l’évaluation des mathématiques du PISA 2000.**

**Réponse attendue** : Nombre de pommiers =  $n^2$  et Nombre de conifères =  $8n$

| n | Nombre de pommiers | Nombre de conifères |
|---|--------------------|---------------------|
| 1 | 1                  | 8                   |
| 2 | 4                  | 16                  |
| 3 | 9                  | 24                  |
| 4 | 16                 | 32                  |
| 5 | 25                 | 40                  |