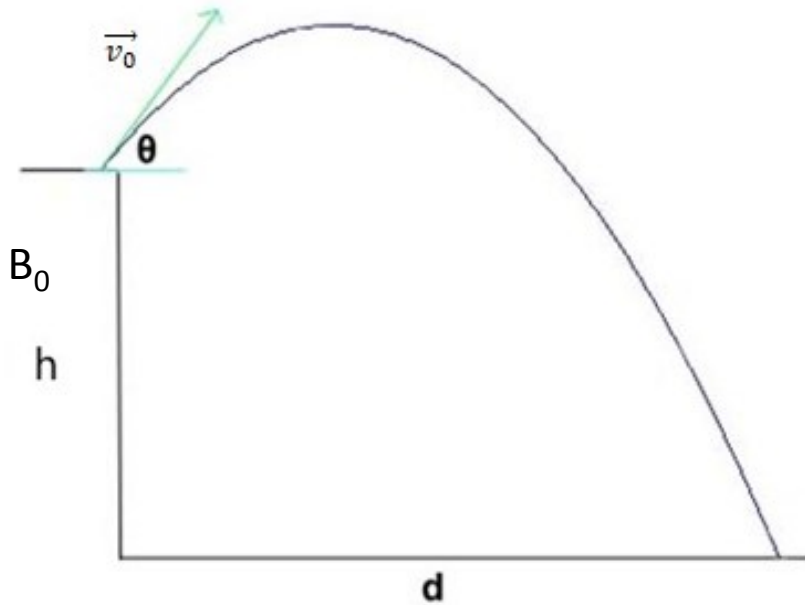


Physique

Un service au volley-ball

Un sujet de bac :

la trajectoire parabolique d'un ballon de volley-ball



Après une course d'élan, le serveur au volley-ball saute de façon à frapper le ballon en un point B_0 situé à la hauteur h au-dessus de la ligne de fond du terrain. La hauteur h désigne alors l'altitude initiale du centre du ballon.

Le vecteur vitesse initiale du ballon fait un angle θ avec le sol.

Le mouvement du ballon est étudié dans le référentiel terrestre supposé galiléen muni du repère (Ox, Oy) et l'instant de la frappe est choisi comme origine des temps.

Le service sera-t-il réussi ?

De quels paramètres dépend la réussite du service ?

Le plan d'étude

Système : le système étudié est le ballon de volley.

Le ballon est assimilé à un point matériel, comme si toute la masse du ballon était concentrée en ce point.

Référentiel : le référentiel terrestre, supposé galiléen, associé à un repère (Ox, Oy) (*l'instant de la frappe est choisi comme origine des temps*)

Bilan des forces : on étudie le mouvement du centre du ballon sans tenir compte de l'action de l'air ; la seule action retenue est celle exercée par la Terre, modélisée par une force, le poids, vertical, dirigé vers le bas, de valeur $P = mg$ avec g intensité du champ de pesanteur.

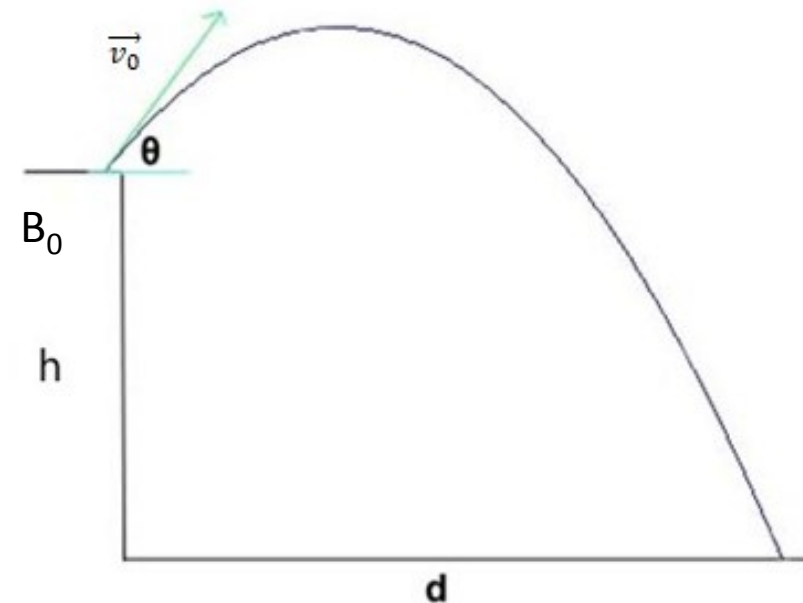
Bilan vectoriel des forces :

$\vec{P} = m\vec{g}$ avec $\vec{g}$ champ de pesanteur, on dit alors que le système est en chute libre car il n'est soumis qu'à son poids .

Seconde loi de Newton :

$$\Sigma \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

En considérant la masse constante $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$



Les questions du sujet de baccalauréat

1- Établir les coordonnées a_x et a_y du vecteur accélération du point M représentant le ballon : $a_x(t) = 0$ et $a_y(t) = -g$

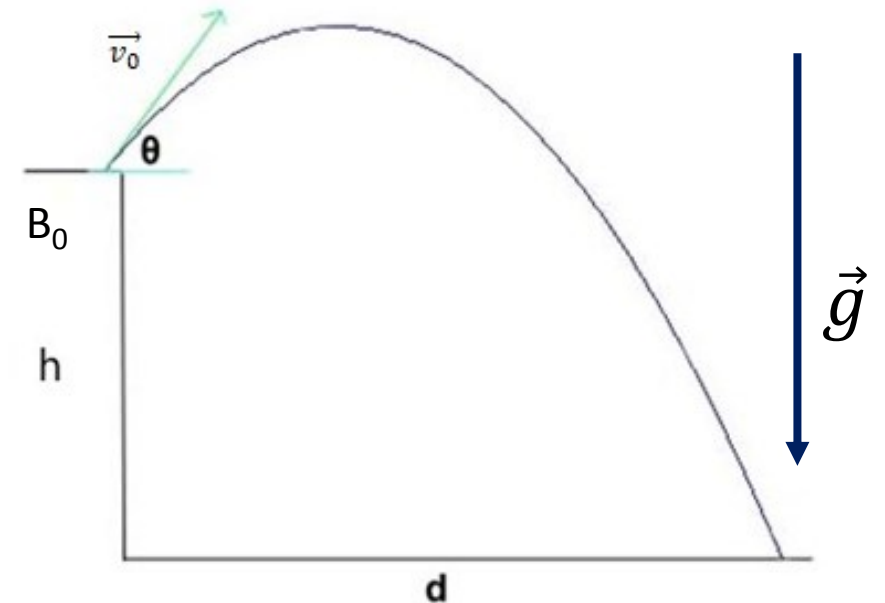
$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \quad \text{Or } \Sigma \vec{F} = \vec{P} = m\vec{g}$$

$$\text{donc } m\vec{a} = m\vec{g}$$

$$\vec{a} = \vec{g},$$

Le vecteur $\vec{a}$ est donc vertical, dirigé vers le bas ; les coordonnées du vecteur $\vec{a}$ sont donc, en tenant compte de l'orientation des axes dans le repère (Ox, Oy) :

$$\begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = -g \end{cases}$$



2- Établir que les équations horaires du mouvement du centre du ballon s'écrivent :

$$x(t) = v_0 \times \cos(\theta) \times t \quad \text{et} \quad y(t) = -\frac{g \times t^2}{2} + v_0 \times \sin(\theta) \times t + h$$

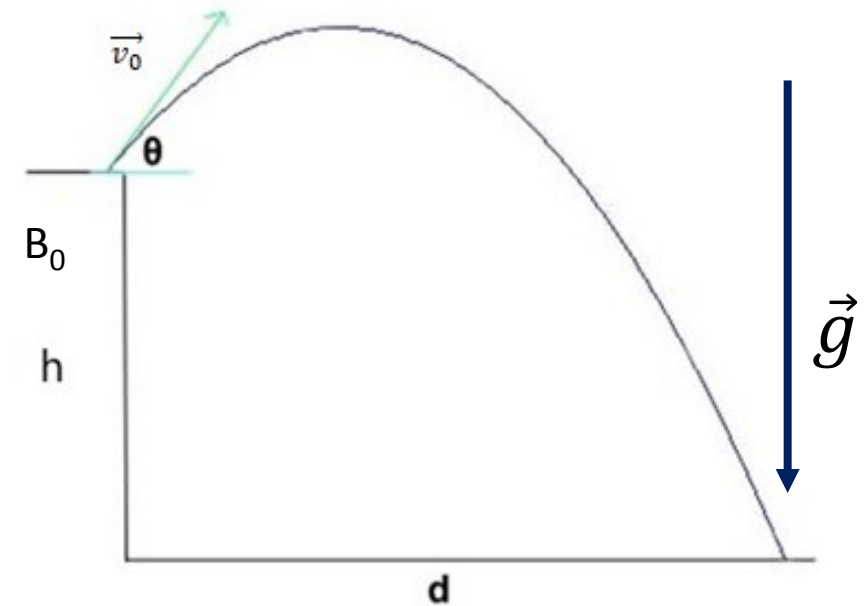
Les conditions initiales

Les coordonnées du vecteur vitesse initiale sont :

$$v_x(0) = v_0 \times \cos\theta$$

$$v_y(0) = v_0 \times \sin\theta$$

Attention à l'orientation des axes !



2- Établir que les équations horaires du mouvement du centre du ballon s'écrivent :

$$x(t) = v_0 \times \cos(\theta) \times t \quad \text{et} \quad y(t) = -\frac{g \times t^2}{2} + v_0 \times \sin(\theta) \times t + h$$

On retient :
$$\begin{cases} v_x(0) = v_0 \times \cos(\theta) \\ v_y(0) = v_0 \times \sin(\theta) \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = -g \end{cases}$$

On rappelle : $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

Déterminer le vecteur vitesse consiste à rechercher la primitive par rapport au temps de chaque coordonnée du vecteur accélération :

→ On cherche $v_x(t)$ tel que $\frac{dv_x(t)}{dt} = 0$

Ainsi $v_x(t) = C_1$, quel que soit t , où C_1 est une constante d'intégration.

Or à $t = 0$, $v_x(0) = v_0 \times \cos\theta$, par identification $C_1 = v_0 \times \cos\theta$.

Donc $v_x(t) = v_0 \times \cos\theta$.

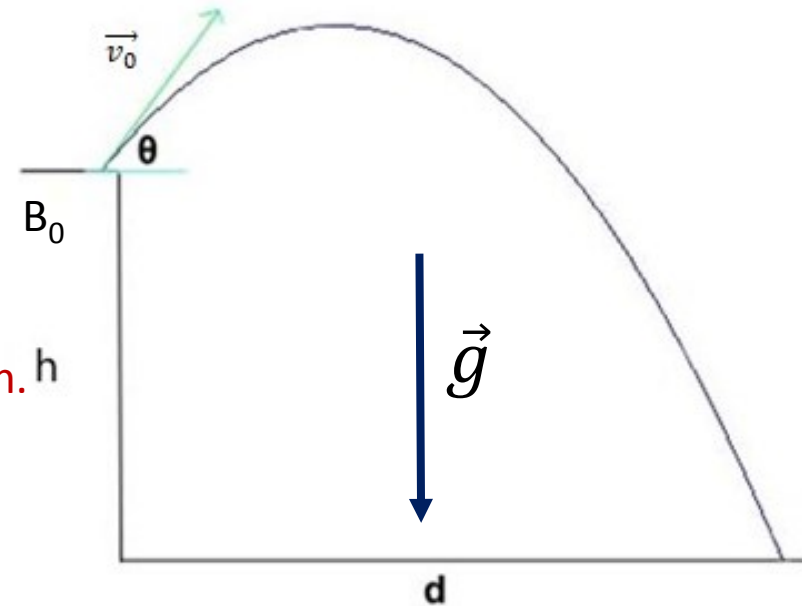
→ On cherche $v_y(t)$ tel que $\frac{dv_y(t)}{dt} = -g$

Ainsi $v_y(t) = -g \times t + C_2$, quelque soit t , où C_2 est une constante d'intégration.

À $t = 0$, $v_y(0) = -g \times 0 + C_2 = C_2$.

Or à $t = 0$, $v_y(0) = v_0 \times \sin\theta$, par identification $C_2 = v_0 \times \sin\theta$.

Donc $v_y(t) = -g \times t + v_0 \times \sin\theta$.



2- Établir que les équations horaires du mouvement du centre du ballon s'écrivent :

$$x(t) = v_0 \times \cos(\theta) \times t \quad \text{et} \quad y(t) = -\frac{g \times t^2}{2} + v_0 \times \sin(\theta) \times t + h$$

On retient :
$$\begin{cases} v_x(t) = v_0 \times \cos(\theta) \\ v_y(t) = -g \times t + v_0 \times \sin(\theta) \end{cases}$$

On rappelle :
$$\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt}$$

Déterminer le vecteur position consiste à rechercher la primitive par rapport au temps de chaque coordonnée du vecteur vitesse.

→ On cherche $x(t)$ tel que $\frac{dx(t)}{dt} = v_0 \times \cos(\theta)$

Ainsi $x(t) = v_0 \times \cos\theta \times t + C_3$, quelque soit t , où C_3 est une constante d'intégration.

À $t = 0$, $x(t) = v_0 \times \cos\theta \times 0 + C_3 = C_3$.

Or à $t = 0$, $x(0) = 0$, par identification, $C_3 = 0$.

Donc **$x(t) = v_0 \times \cos\theta \times t$**

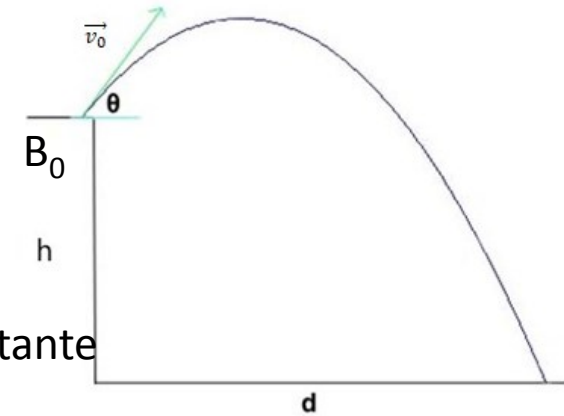
→ On cherche $y(t)$ tel que $\frac{dy(t)}{dt} = -g \times t + v_0 \times \sin(\theta)$

Ainsi $y(t) = -\frac{1}{2} \times g \times t^2 + v_0 \times \sin(\theta) \times t + C_4$, quelque soit t , où C_4 est une constante d'intégration.

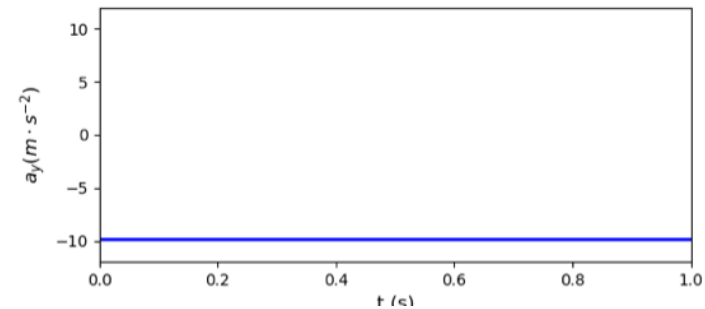
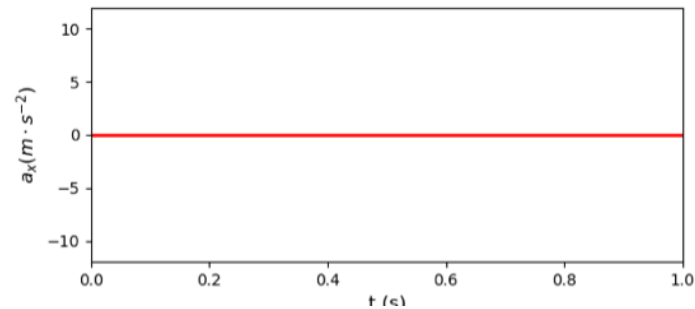
À $t = 0$, $y(0) = -\frac{1}{2}g \times 0^2 + v_0 \times \sin\theta \times 0 + C_4 = C_4$.

Or à $t = 0$, $y(0) = h$, par identification, $C_4 = h$.

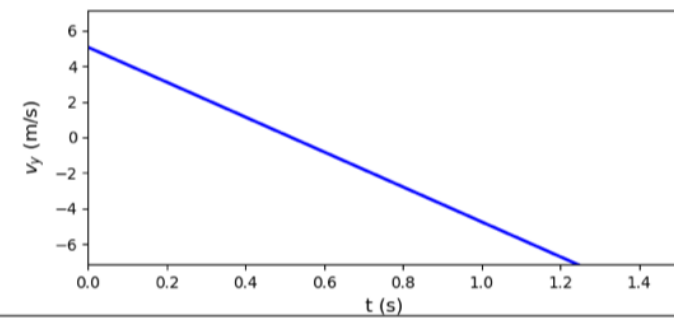
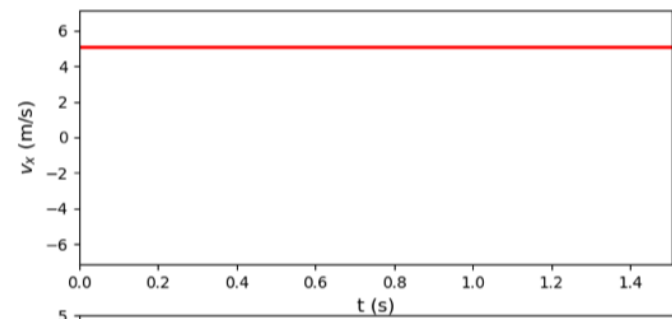
Donc **$y(t) = -\frac{1}{2}g \times t^2 + v_0 \times \sin\theta \times t + h$**



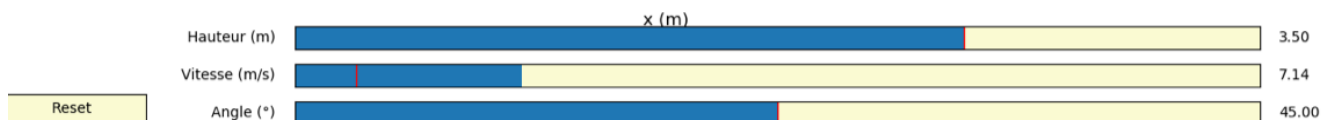
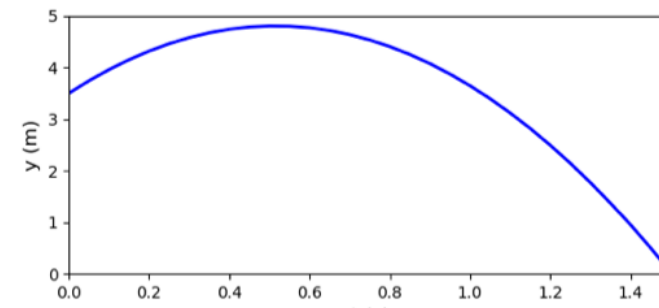
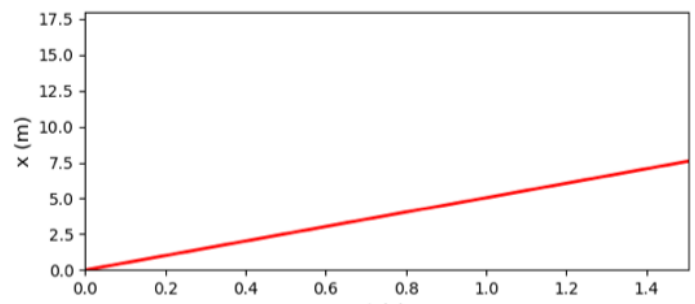
$$\begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = -g \end{cases}$$



$$\begin{cases} v_x(t) = v_0 \times \cos(\theta) \\ v_y(t) = -g \times t + v_0 \times \sin(\theta) \end{cases}$$

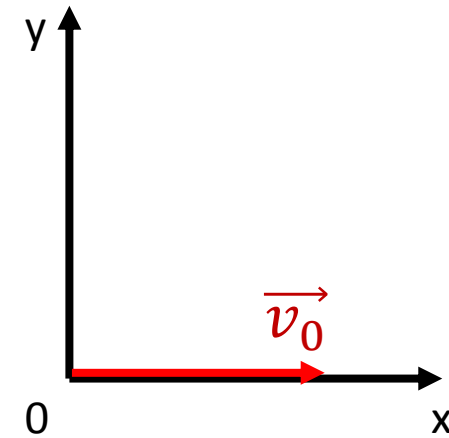
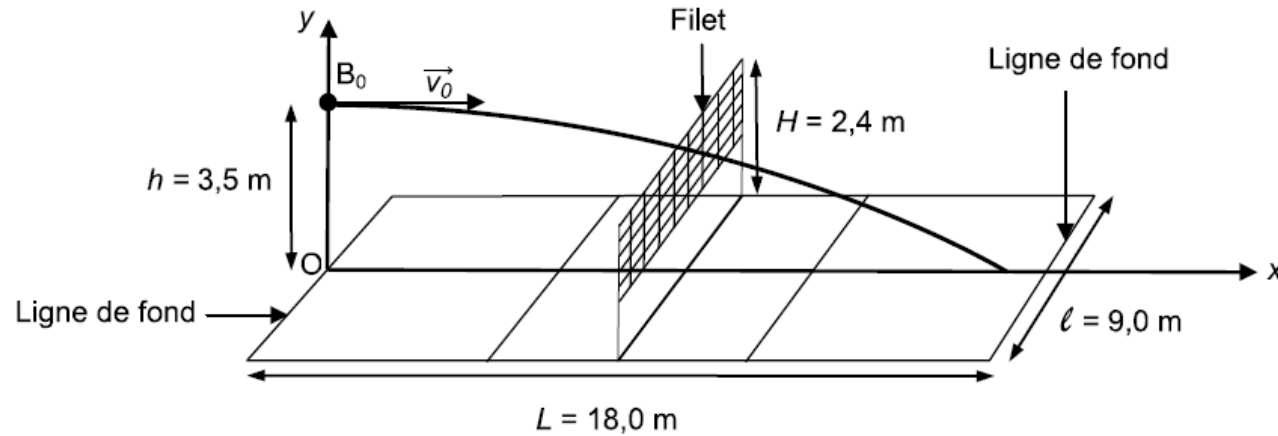


$$\begin{cases} x(t) = v_0 \times \cos(\theta) \times t \\ y(t) = -\frac{1}{2} g \times t^2 + v_0 \times \sin(\theta) \times t + h \end{cases}$$



Retour sur le sujet

Le vecteur vitesse initiale est horizontal.



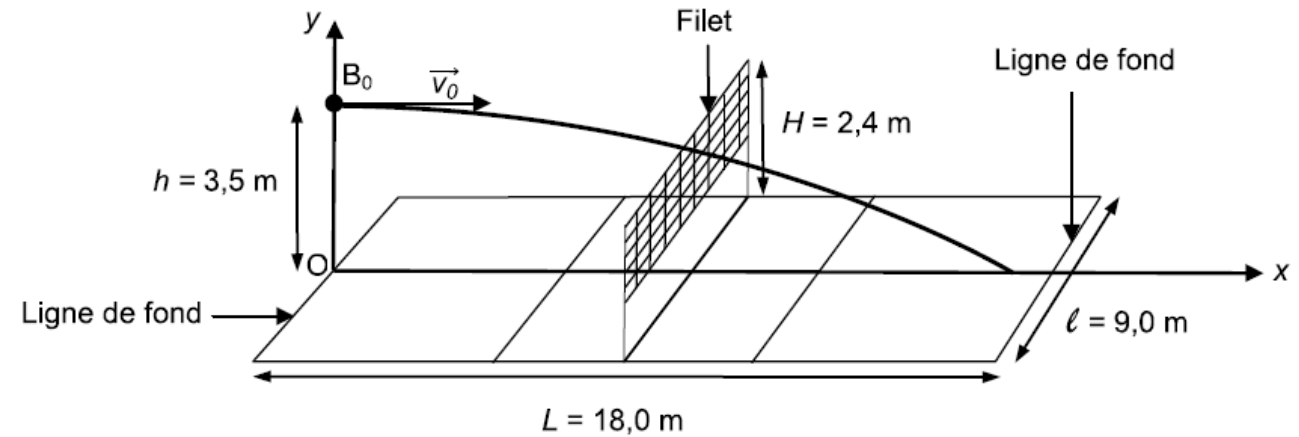
Les conditions initiales

Les coordonnées du vecteur vitesse initiale sont :

$$\begin{aligned}v_x(0) &= v_0 \\v_y(0) &= 0\end{aligned}$$

Retour sur le sujet

Le vecteur vitesse initiale est horizontal.



$$\begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = -g \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_x(t) = v_0 \times \cos(\theta) \\ v_y(t) = -g \times t + v_0 \times \sin(\theta) \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} v_x(t) = v_0 \\ v_y(t) = -g \times t \end{cases}$$

Retour sur le sujet

Le vecteur vitesse initiale est horizontal.

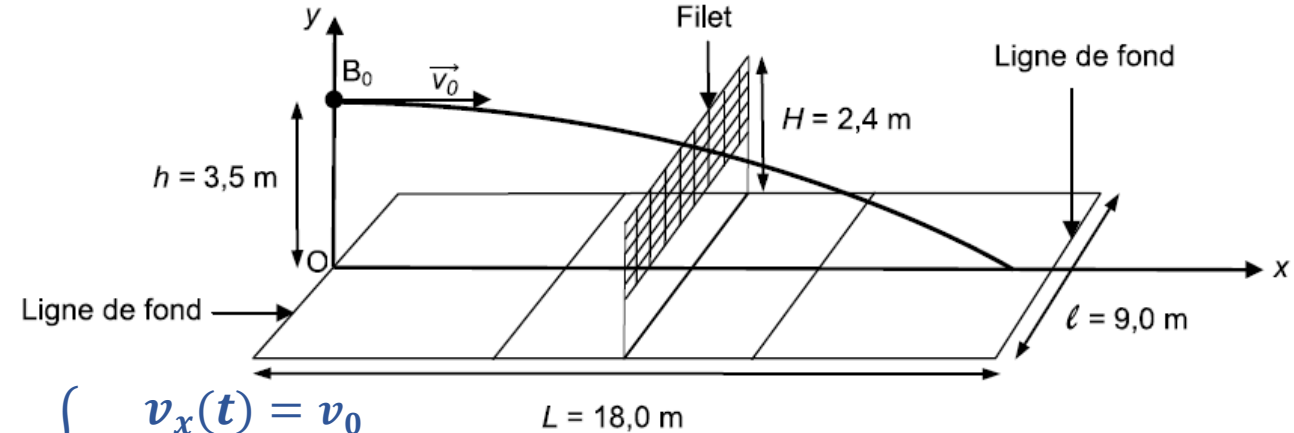
$$\begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = -g \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_x(t) = v_0 \times \cos(\theta) \\ v_y(t) = -g \times t + v_0 \times \sin(\theta) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(t) = v_0 \times \cos(\theta) \times t \\ y(t) = -\frac{1}{2} \times g \times t^2 + v_0 \times \sin(\theta) \times t + h \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} v_x(t) = v_0 \\ v_y(t) = -g \times t \end{cases}$$

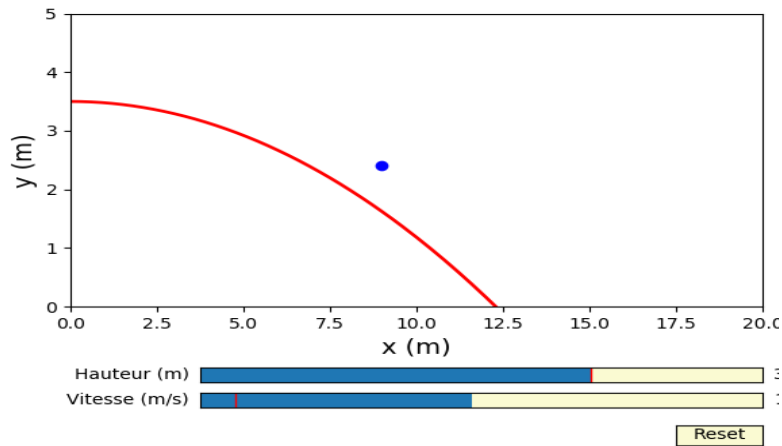
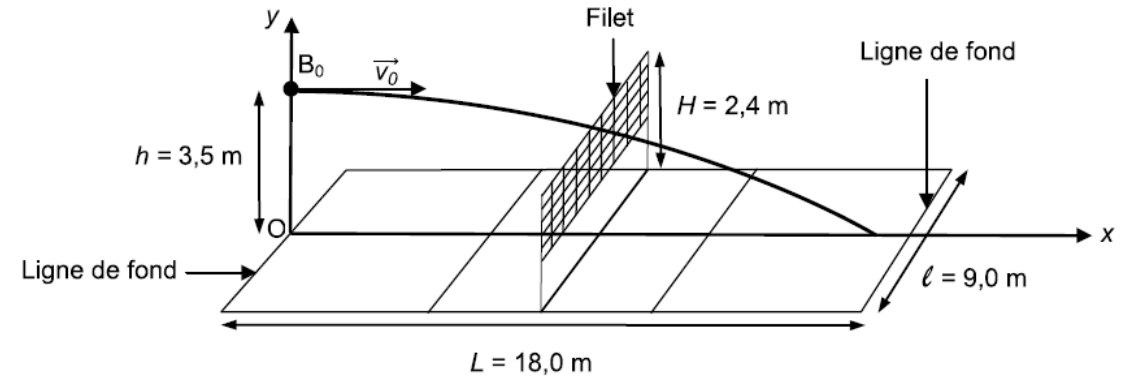
$$\rightarrow \begin{cases} x(t) = v_0 \times t \\ y(t) = -\frac{1}{2} \times g \times t^2 + h \end{cases}$$



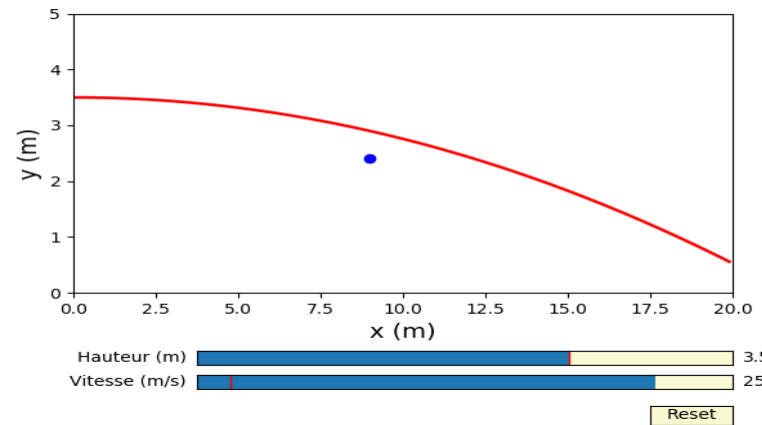
En éliminant la variable t entre les deux équations horaires, on établit l'équation de la trajectoire :

Alors ? Le service est-il réussi ?

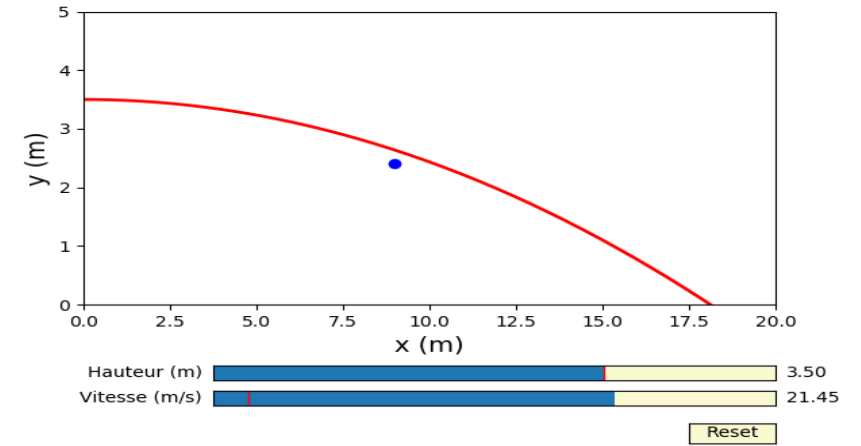
$$y(x) = -\frac{g}{2v_0^2} x^2 + h$$



$$V_0 = 14,55 \text{ m.s}^{-1}$$



$$V_0 = 25,69 \text{ m.s}^{-1}$$



$$V_0 = 21,45 \text{ m.s}^{-1}$$

Le service est réussi car :

- Le point M passe au-dessus du filet : à $x = 9,0 \text{ m}$, que vaut $y(9)$? $y(9) = -\frac{9,81}{21} 9,0^2 + 3,50 = 2,6 \text{ m} > 2,4 \text{ m}$
- Le point M arrive au sol à l'intérieur du terrain : lorsque $y = 0$, que vaut x ?

$$0 = -\frac{g}{2v_0^2} x^2 + h \quad x^2 = \frac{2v_0^2 \times h}{g} \quad x = \sqrt{\frac{2v_0^2 \times h}{g}} \quad x = \sqrt{\frac{2 \times 21^2 \times 3,5}{9,81}} = 17,7 \text{ m} < 18 \text{ m}$$

Retour sur le sujet : étude énergétique

Afin de déterminer la vitesse du ballon au moment où il touche le sol, on effectue une étude énergétique.

Lorsque l'énergie potentielle de pesanteur est choisie de manière à vérifier la condition suivante : $E_{pp} = 0 \text{ J}$ pour $y = 0 \text{ m}$.

Rappeler les expressions littérales des énergies cinétique E_c , potentielle de pesanteur E_{pp} et mécanique E_m du ballon en un point quelconque.

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

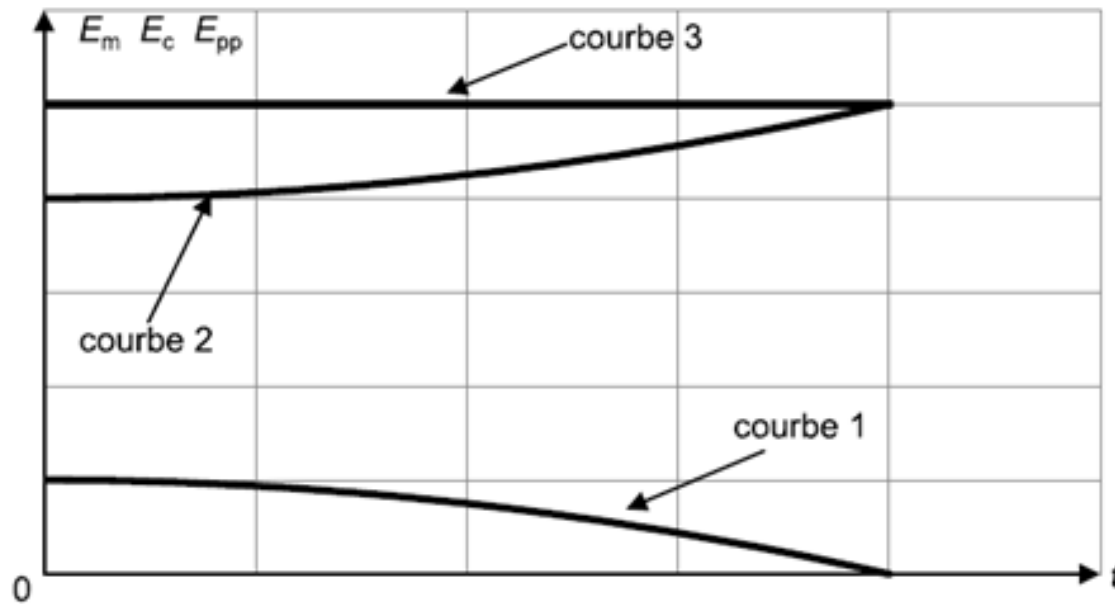
$$E_{pp} = mgy \text{ avec l'axe des altitudes } y \text{ orienté vers le haut}$$

$$E_m = E_c + E_{pp}$$

Retour sur le sujet : étude énergétique

Le graphe de la figure 3 représente l'évolution en fonction du temps des trois énergies précédentes.

Associer chaque courbe 1, 2, 3 à l'une des trois énergies E_m , E_{pp} et E_c . Justifier.



E_{pp} est associée à la courbe 1,
car l'altitude décroît au cours du temps.

E_c est associée à la courbe 2,
car la vitesse croît au cours du temps.

E_m est associée à la courbe 3,
 E_m reste constante au cours du mouvement du point M ;
dans le modèle de la chute libre, l'énergie mécanique
reste constante (absence de forces de frottements).

Figure 3. Allure de l'évolution des énergies du ballon au cours du temps

Conclusion sur le mouvement d'un point matériel dans un champ uniforme

Vous êtes :

- ✓ Capable d'établir les équations horaires du mouvement d'un point matériel.

ATTENTION AUX AUTOMATISMES !

- ✓ Capable d'utiliser un modèle (ici celui de la chute libre) afin de répondre à une problématique.