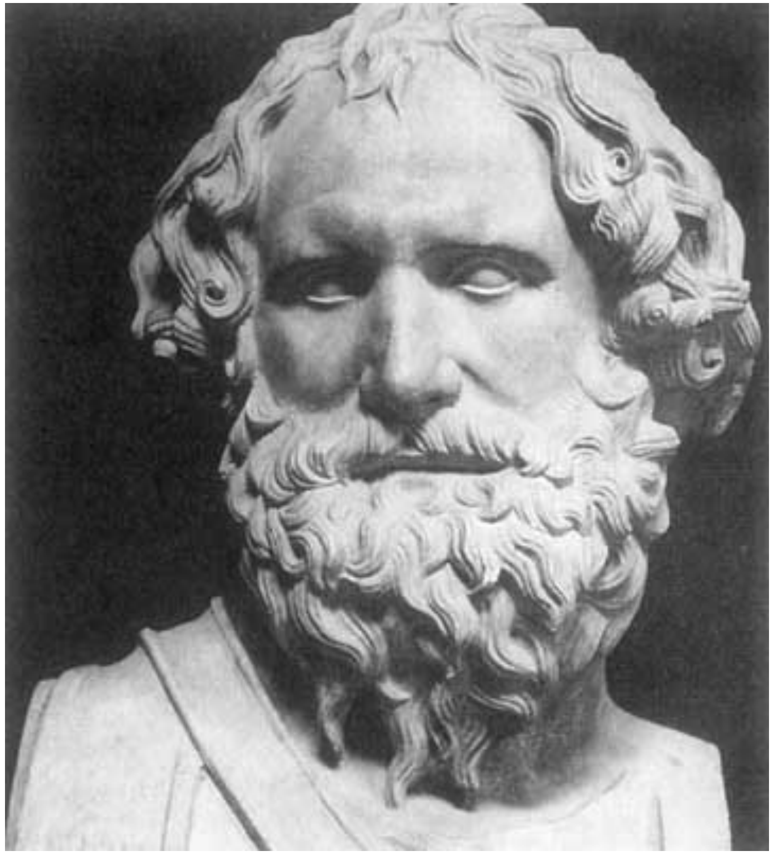
Suites numériques

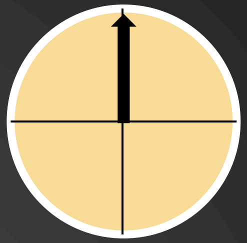


MODÉLISER
des phénomènes discrets

Une suite (u_n)

QUESTIONS FLASH

QUESTION 1



Dans une forêt, chaque année, le nombre des arbres diminue de 15%. On note A_n le nombre d'arbres l'année n.

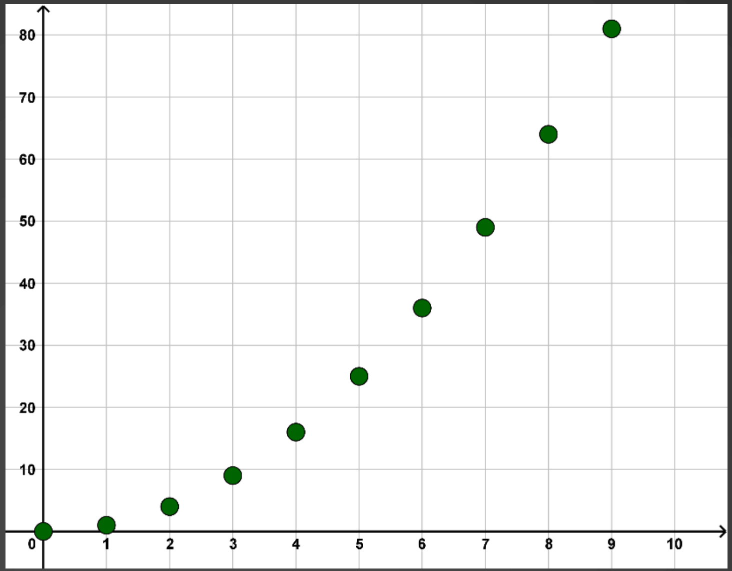
Exprimer A_{n+1} en fonction de A_n.

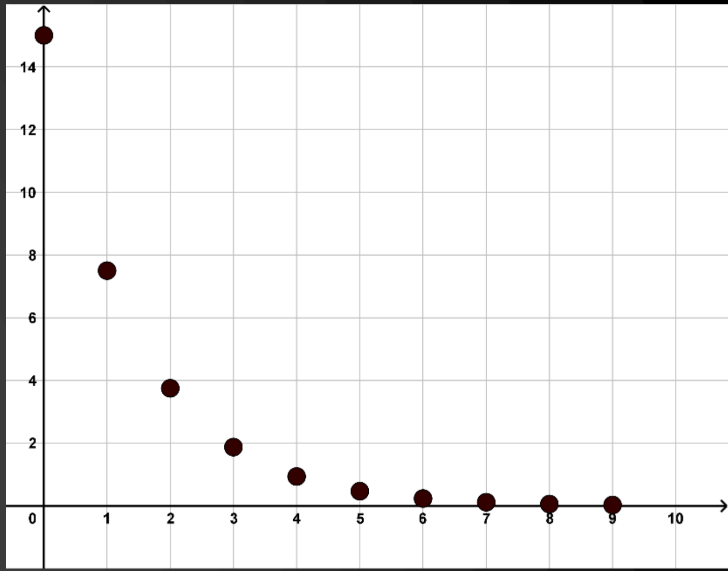
QUESTION 2

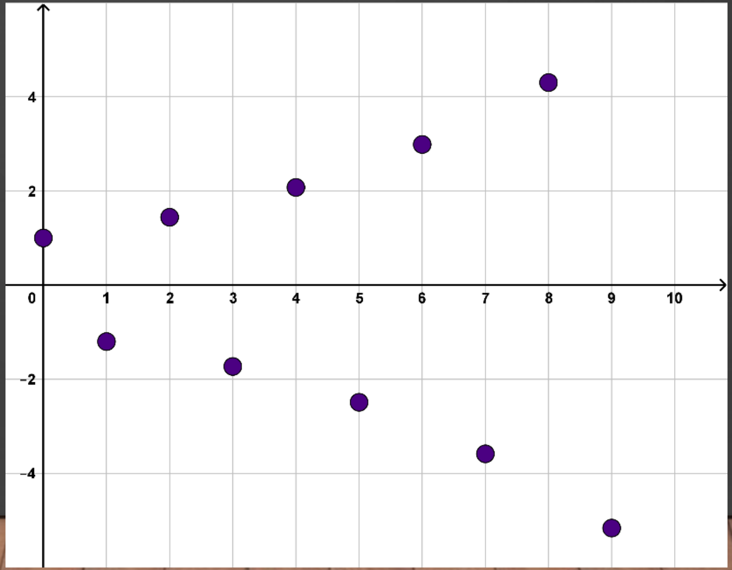
On considère les suites (u_n) et (v_n) définies pour tout entier naturel n par :

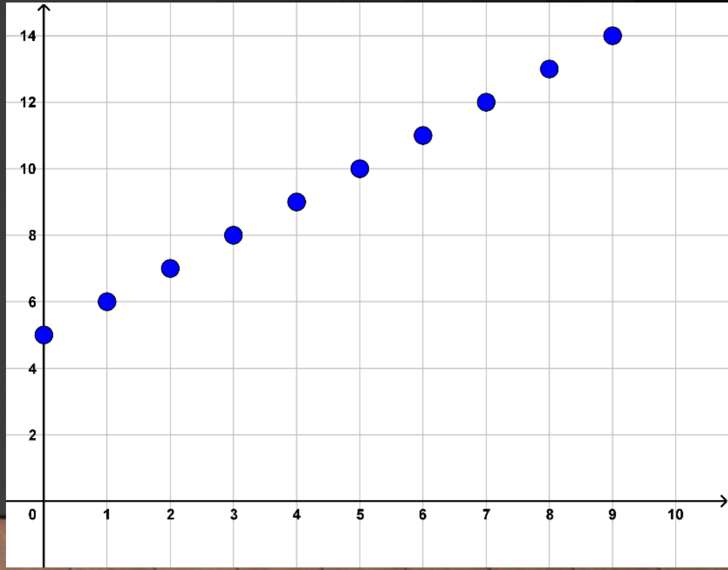
$$u_n = n^2 \qquad v_n = 5 + n$$

Associer à chaque suite la représentation graphique correspondante.

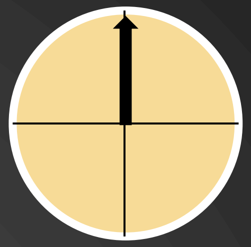








QUESTION 3



Soit (u_n) une suite arithmétique dont on connait deux termes:

$$u_5 = 2 \text{ et } u_{15} = 22 \text{ .}$$

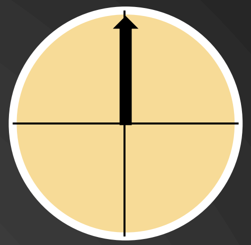
Déterminer la raison de la suite (u_n).

QUESTION 4

On note (v_n) la suite géométrique de premier terme $v_0 = 15$ et de raison $q = \frac{1}{2}$.

Donner l'expression de v_n en fonction de n pour tout entier naturel n.

QUESTION 5



Soit (u_n) la suite définie par $u_1 = 3$

et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = u_n - 2n + 1$

Calculer u_2.

CORRECTION

QUESTION 1

Dans une forêt, chaque année, le nombre des arbres diminue de 15%. On note A_n le nombre d'arbres l'année n.

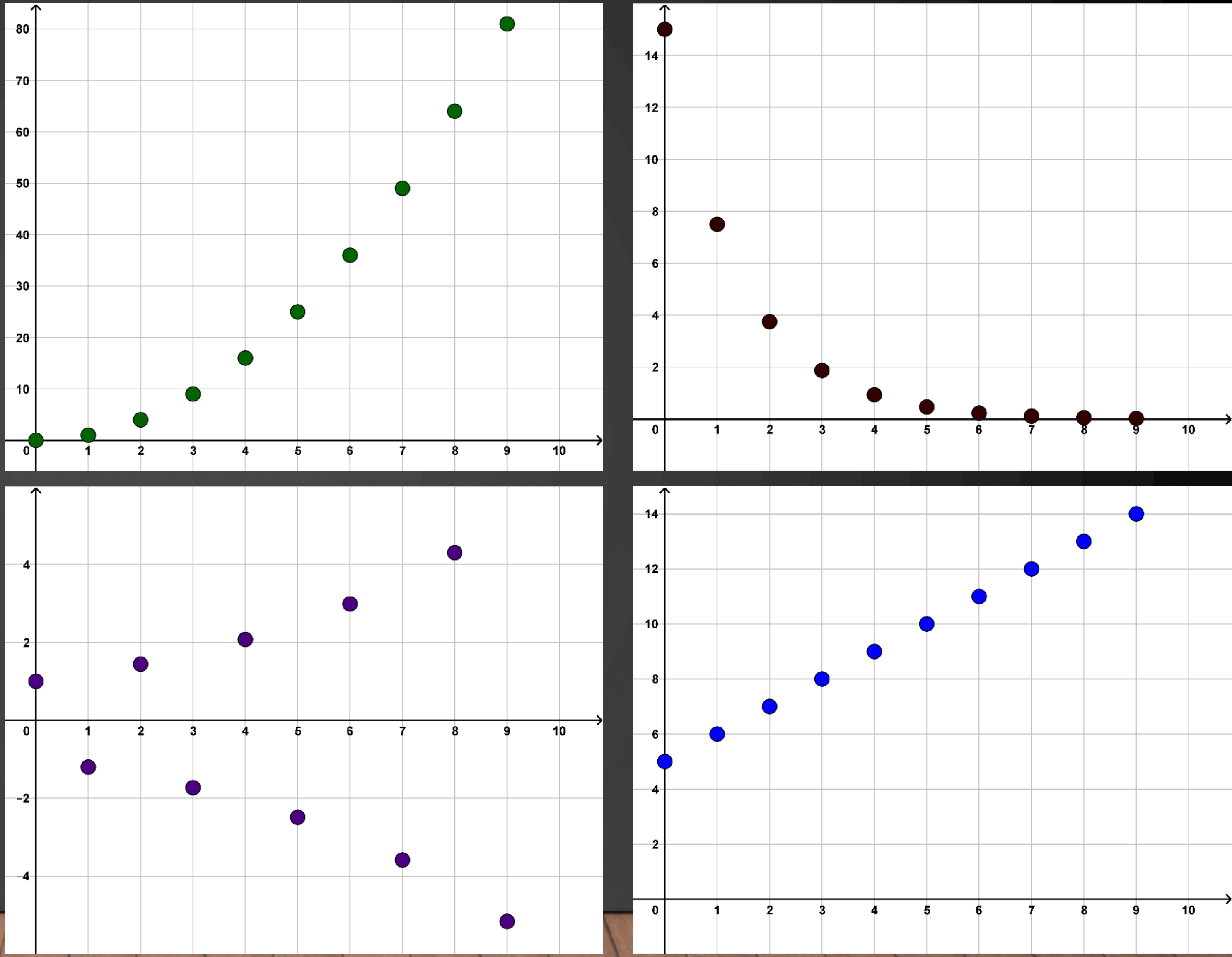
Exprimer A_{n+1} en fonction de A_n.

QUESTION 2

On considère les suites (u_n) et (v_n) définies pour tout entier naturel n par :

$$u_n = n^2 \qquad v_n = 5 + n$$

Associer à chaque suite la représentation graphique correspondante.



QUESTION 3

Soit (u_n) une suite arithmétique dont on connait deux termes:

$u_5 = 2$ et $u_{15} = 22.$

QUESTION 4

On note (v_n) la suite géométrique de premier terme $v_0 = 16$ et de raison $q = \frac{1}{2}$.

Donner l'expression de v_n en fonction de n pour tout entier naturel n.

QUESTION 5

Soit (u_n) la suite définie par

$u_1 = 3$

et pour tout entier naturel n,

$u_{n+1} = u_n - 2n + 1$

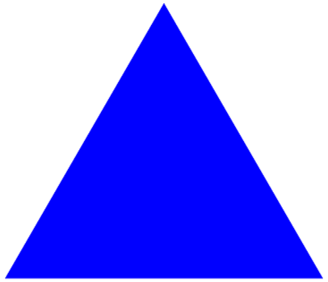
Calculer u_2.

Modéliser une situation à l'aide d'une suite

Situation 1

Modéliser une situation à l'aide d'une suite

Situation 2

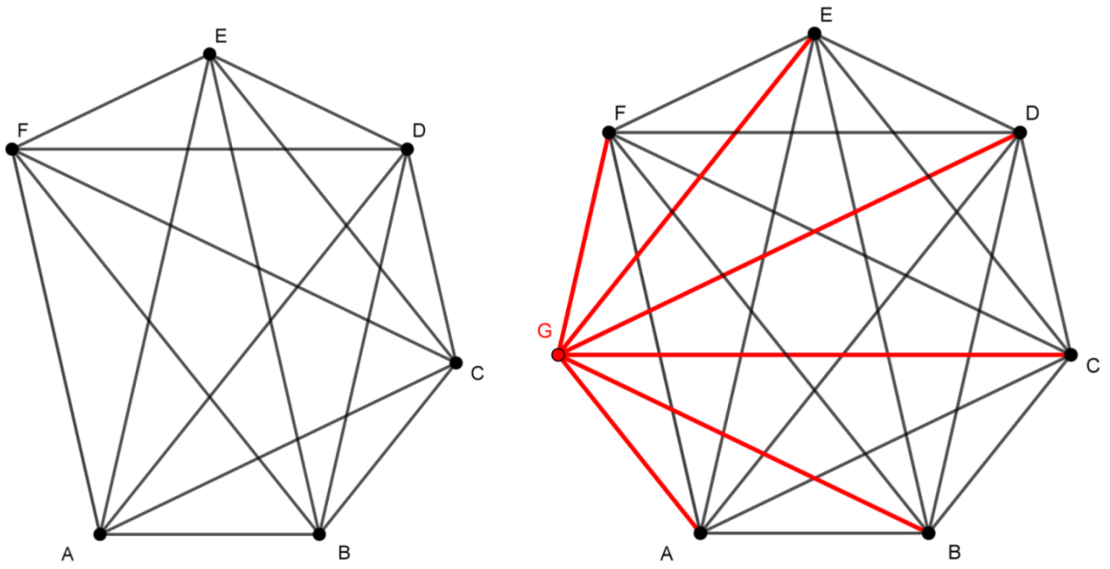


Étape 0

Modéliser une situation à l'aide d'une suite

Situation 3

Dans une assemblée de n personnes, si chacune serre la main des autres une seule fois, combien y aura-t-il de poignées de mains ?



Modéliser une situation à l'aide d'une suite

Situation 4

Des chercheurs étudient l'évolution d'une population d'abeilles dans une ruche. Au début de l'étude la population est estimée à 2000 individus. Ils estiment que, chaque mois, la population augmente naturellement de 5 % et qu'en moyenne 100 abeilles ne reviennent pas à la ruche.

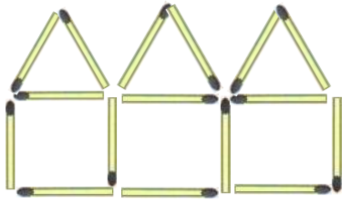
Montrer qu'une suite est ou n'est pas arithmétique/géométrique

Une suite (u_n) de terme initial u_0 est arithmétique si et seulement si il existe un réel r tel que pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = u_n + r$.

Une suite (u_n) de terme initial u_0 est géométrique si et seulement si il existe un réel q tel que pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = q \times u_n$.

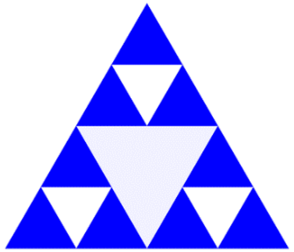
Montrer qu'une suite est ou n'est pas arithmétique/géométrique

Situation 1



$$\begin{cases} u_0 = 6 \\ u_{n+1} = \quad u_n + 5 \end{cases}$$

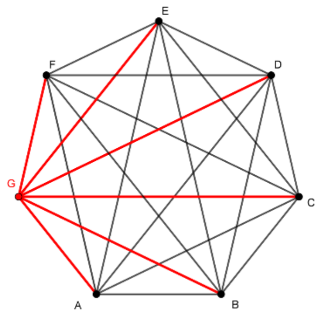
Situation 2



$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \quad 3u_n \end{cases}$$

Montrer qu'une suite est ou n'est pas arithmétique/géométrique

Situation 3



$$\begin{cases} u_2 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$$

Situation 4

$$\begin{cases} u_0 = 2000 \\ u_{n+1} = 1,05u_n - 100 \end{cases}$$

Étudier la monotonie d'une suite

Une suite (u_n) est

- croissante si et seulement si

  pour tout entier naturel n, $u_{n+1} \geq u_n$.

- décroissante si et seulement si

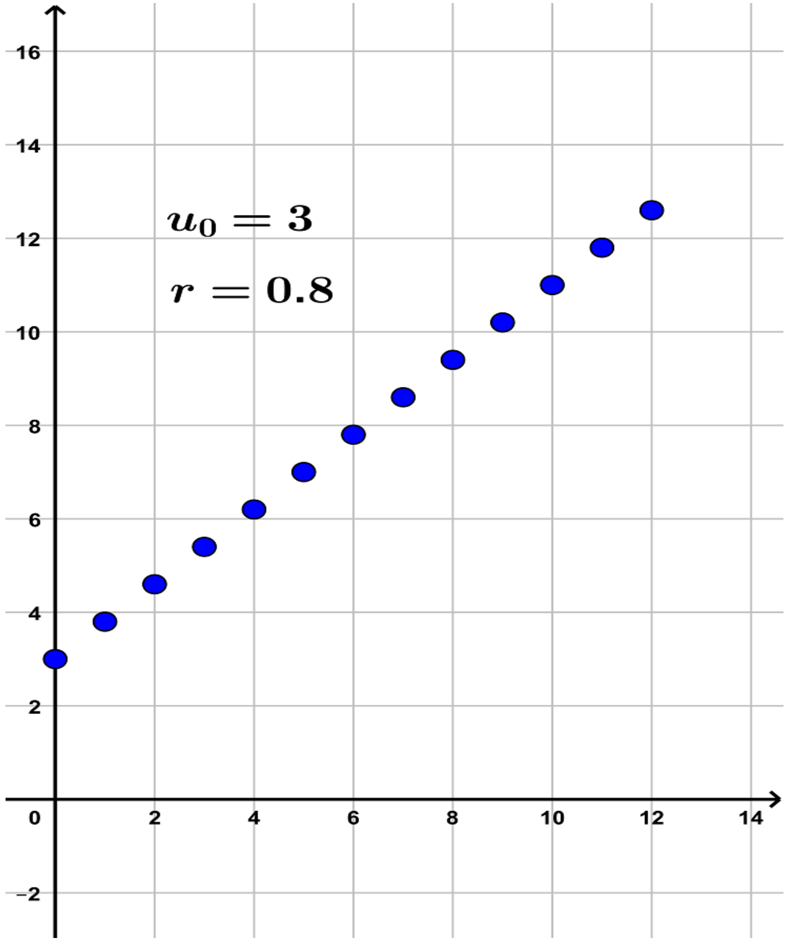
  pour tout entier naturel n, $u_{n+1} \leq u_n$.

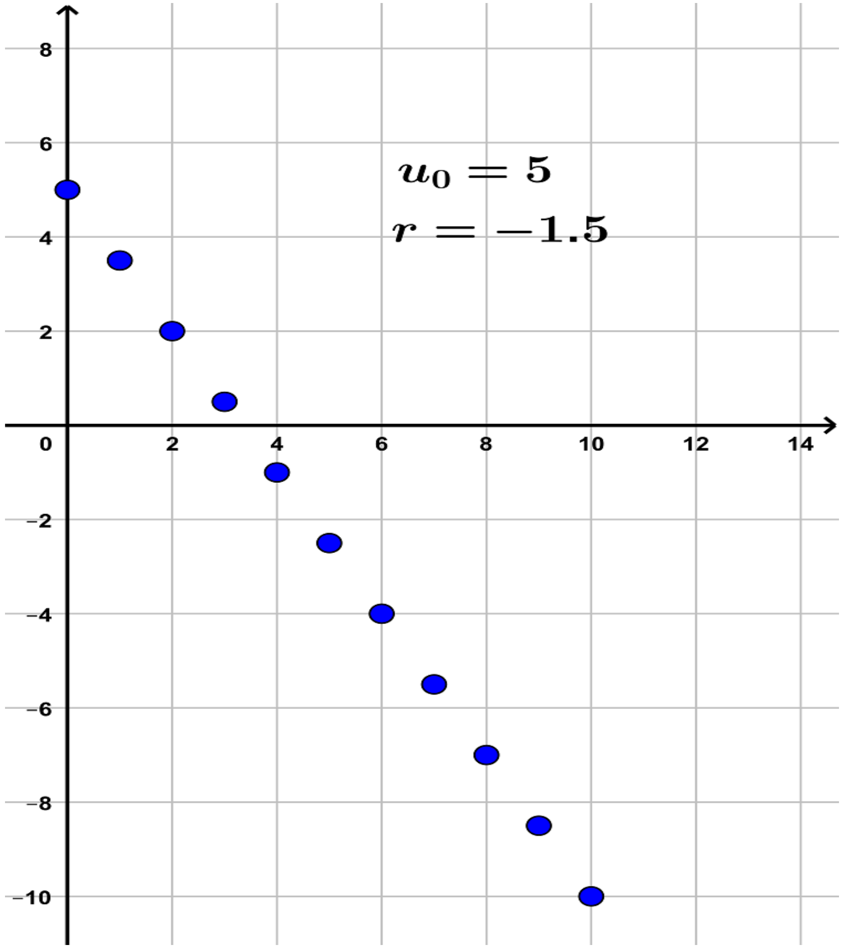
Étudier la monotonie d'une suite

Méthode 1: étudier la différence de deux termes consécutifs quelconques

Étudier la monotonie d'une suite

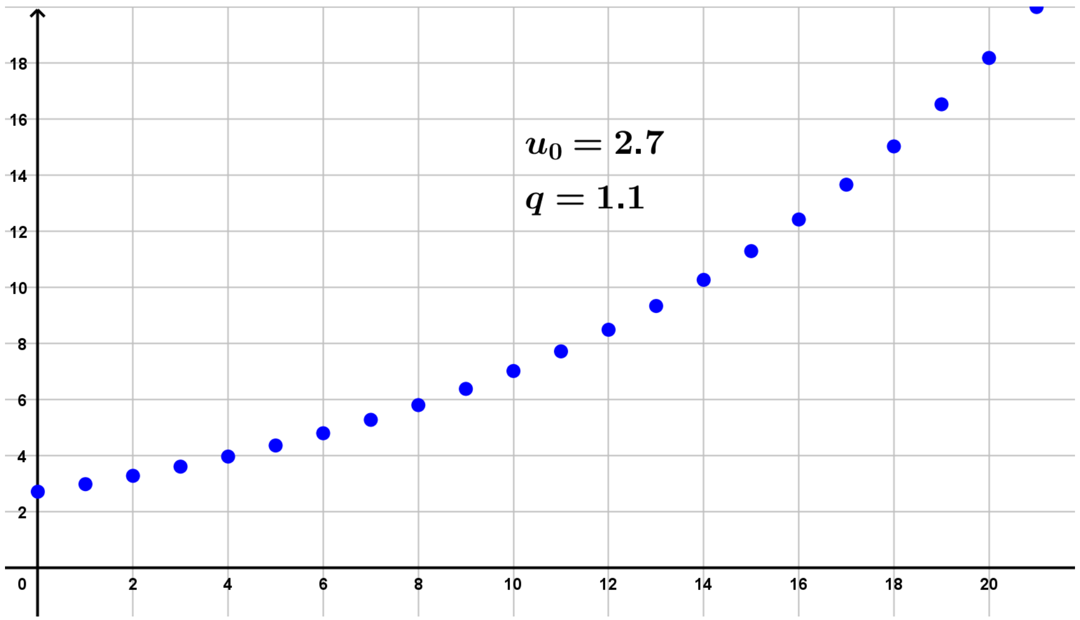
Méthode 3: les suites arithmétiques

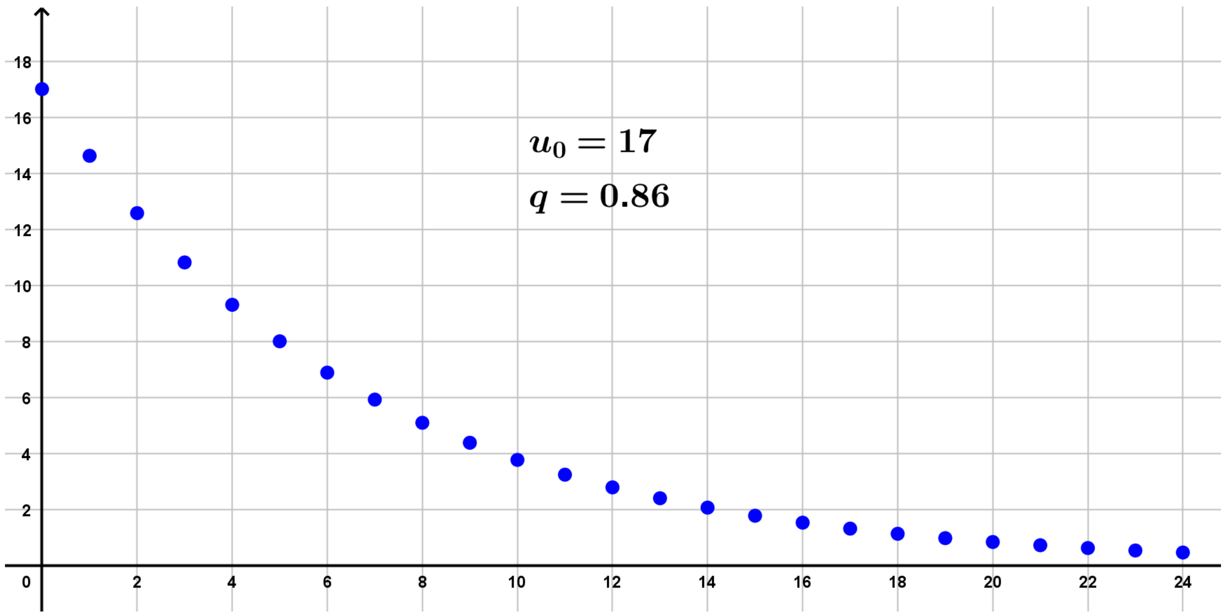




Étudier la monotonie d'une suite

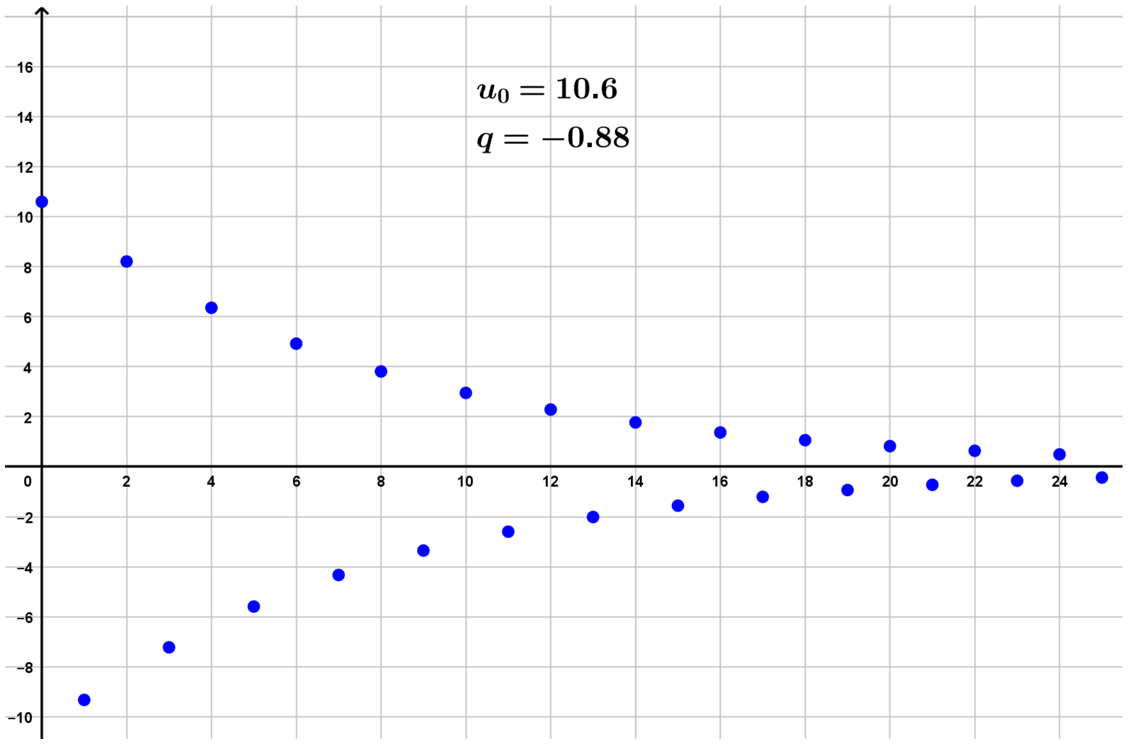
Méthode 3: les suites géométriques

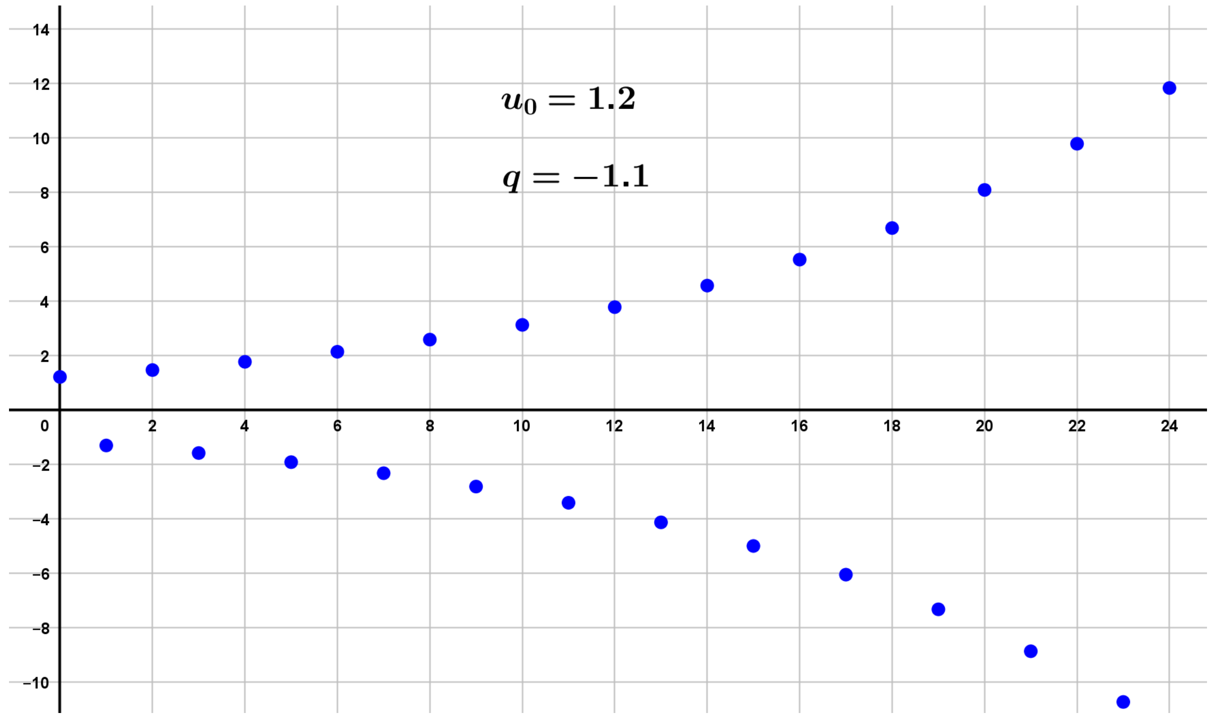




Étudier la monotonie d'une suite

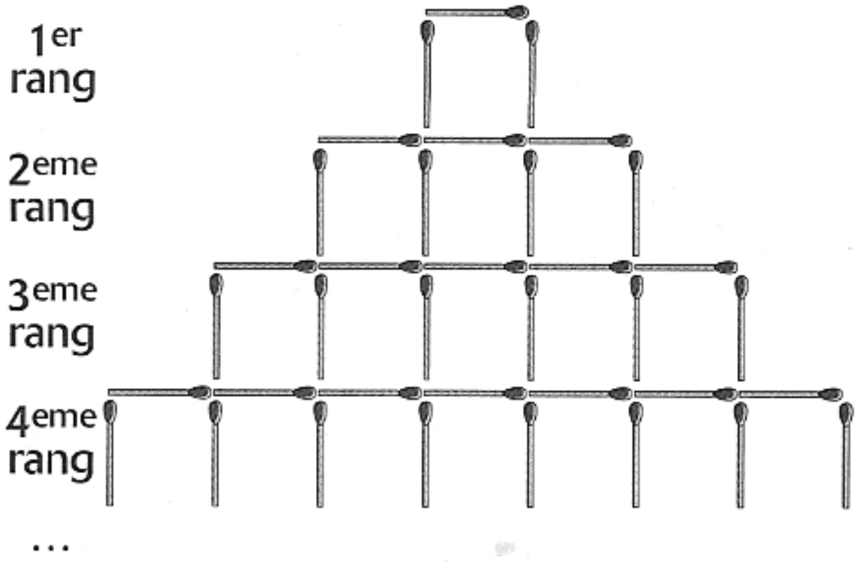
Méthode 3: les suites géométriques





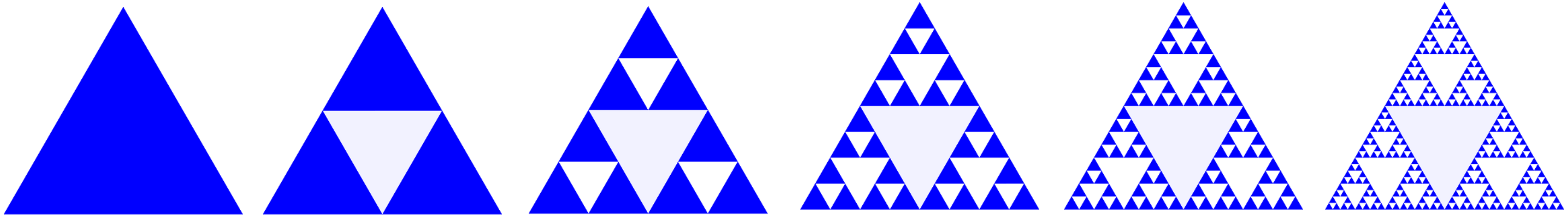
Calculer la somme de termes consécutifs d'une suite

Situation 5



Calculer la somme de termes consécutifs d'une suite

Situation 6



Étape 0 *Étape 1* *Étape 2* *Étape 3* *Étape 4* *Étape 5*

Calculer la somme de termes consécutifs d'une suite

Pour les suites arithmétiques:

$$1 + 2 + 3 + 4 + \cdots + (n-1) + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Pour les suites géométriques

Pour $q \neq 1$, $1 + q + q^2 + q^3 + \cdots q^{n-1} + q^n = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$

Calculer la somme de termes consécutifs d'une suite

A l'aide d'un **algorithme**

Exemple: calculer la somme

des n premiers termes de la

suite (u_n) définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = {u_n}^2 + 1 \end{cases}$$

```
def somme(n):
    u=1
    s=u
    for i in range(n):
        u=u**2+1
        s=s+u
    return s
```

LE VRAI-FAUX

Affirmation 1

Affirmation 1:

« Si la suite (u_n) n'est pas croissante, elle est décroissante.»

Affirmation 1: « Si la suite (u_n) n'est pas croissante, elle est décroissante.»

Affirmation 2

Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel n par

$$u_n = \frac{n+2}{n+1}$$

Affirmation 2:

« La suite (u_n) est décroissante.»

Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $u_n = \frac{n+2}{n+1}$

Affirmation 2: « La suite (u_n) est décroissante.»

Affirmation 3

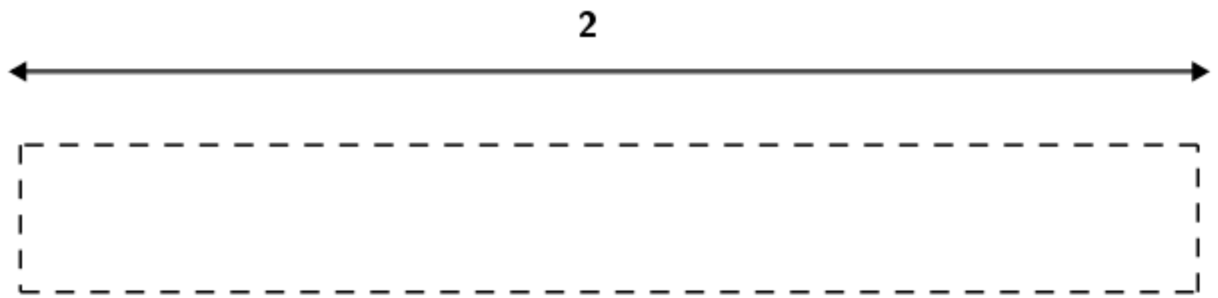
On note $S_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \cdots + \frac{1}{2^n}$

Affirmation 3 :

« Pour tout entier naturel n, on a $S_n < 2$. »

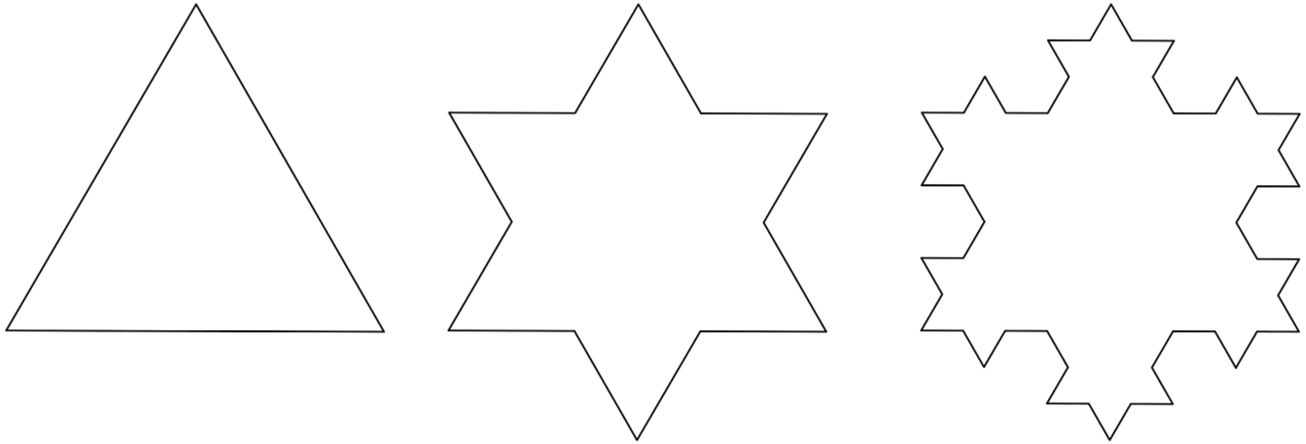
On note $\mathrm{S_n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \cdots + \frac{1}{2^\mathrm{n}}$

Affirmation 3 : « Pour tout entier naturel n, on a $S_n < 2$. »


2

Affirmation 4

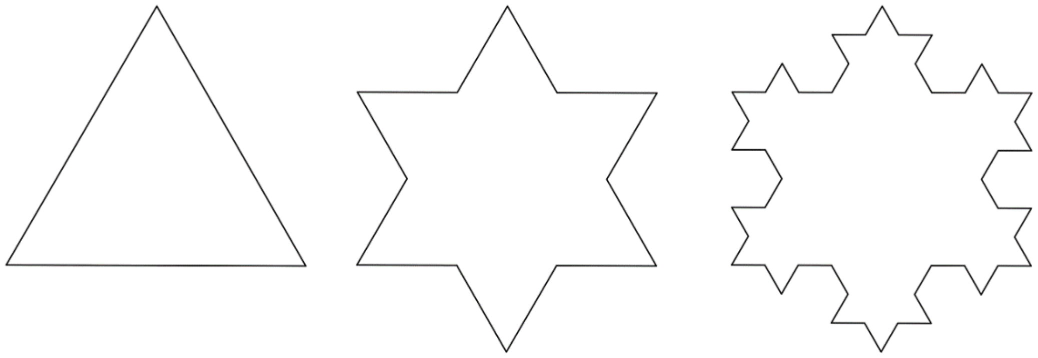
A partir d'un triangle équilatéral de coté 9, on construit une suite de figures comme ci-dessous en divisant les cotés en trois parties égales et en ajoutant un triangle équilatéral sur la partie centrale de chaque coté.



Étape 0 *Étape 1* *Étape 2*

Affirmation 4 :

« Il existe un entier naturel n tel que le périmètre à l'étape n dépasse 1000.»

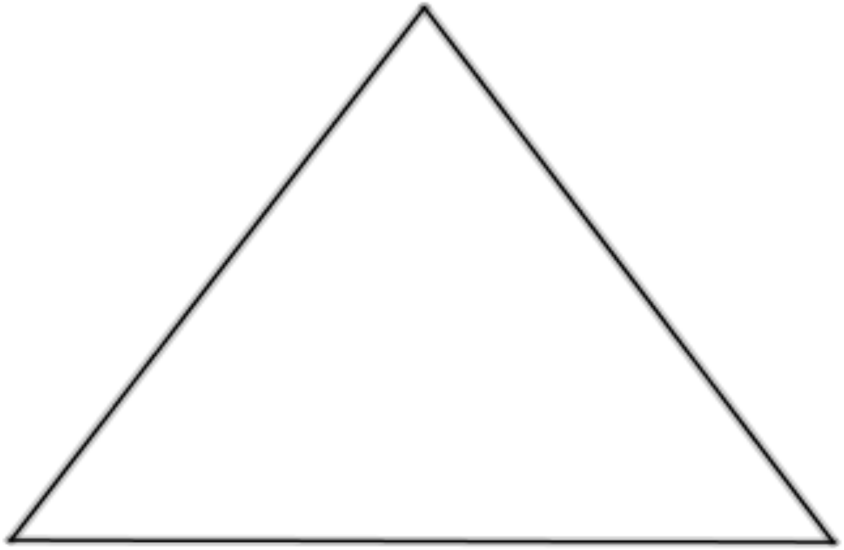


On note P_n le périmètre de la figure à l'étape n.

On note l_n la longueur d'un coté de la figure à l'étape n.

On note c_n le nombre de coté de la figure à l'étape n.

Affirmation 4: « Il existe un entier naturel n tel que le périmètre à l'étape n dépasse 1000.»



Affirmation 5

Soit f une fonction définie sur $[0; +\infty[$;

(u_n) est la suite définie pour tout entier naturel n par $u_n = f(n)$.

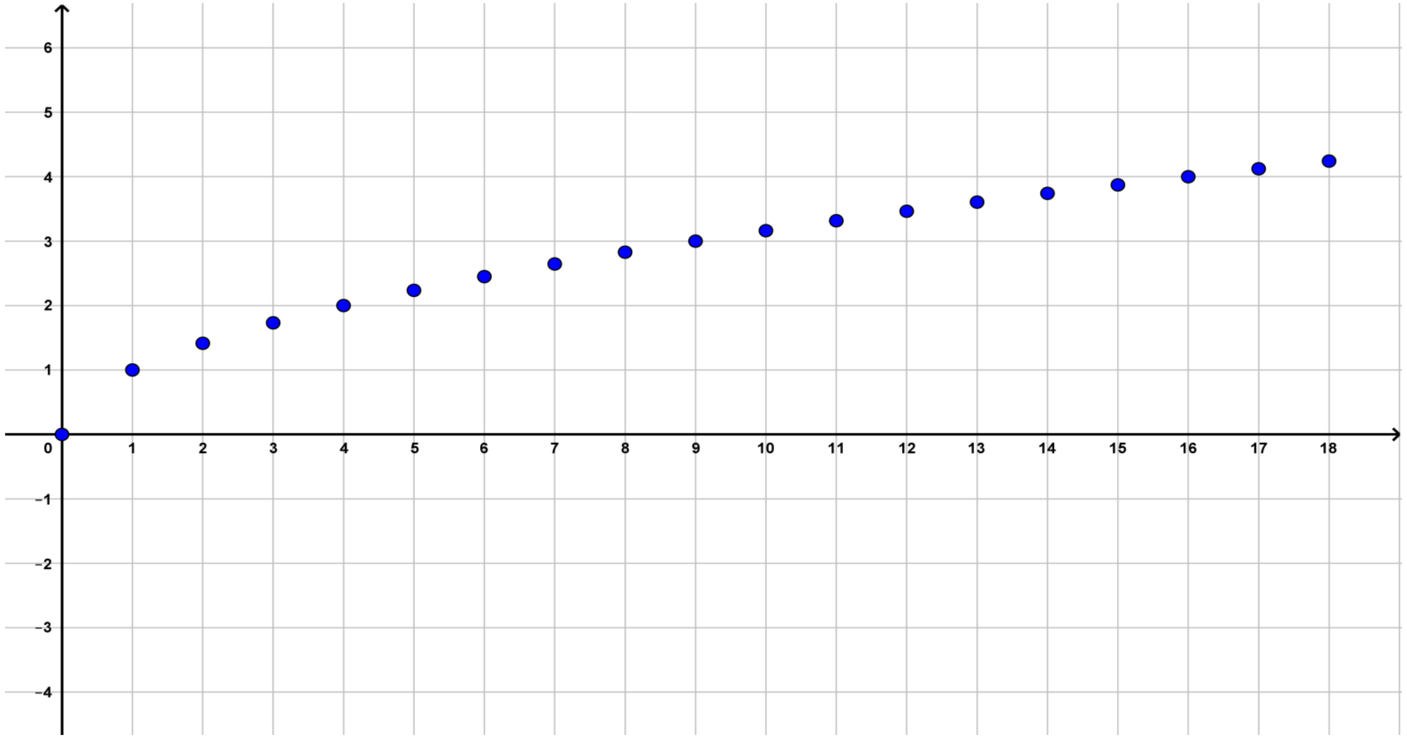
Affirmation 5 :

«Si (u_n) est croissante alors f est croissante sur $[0; +\infty[$. »

Affirmation 5

$$u_n = f(n)$$

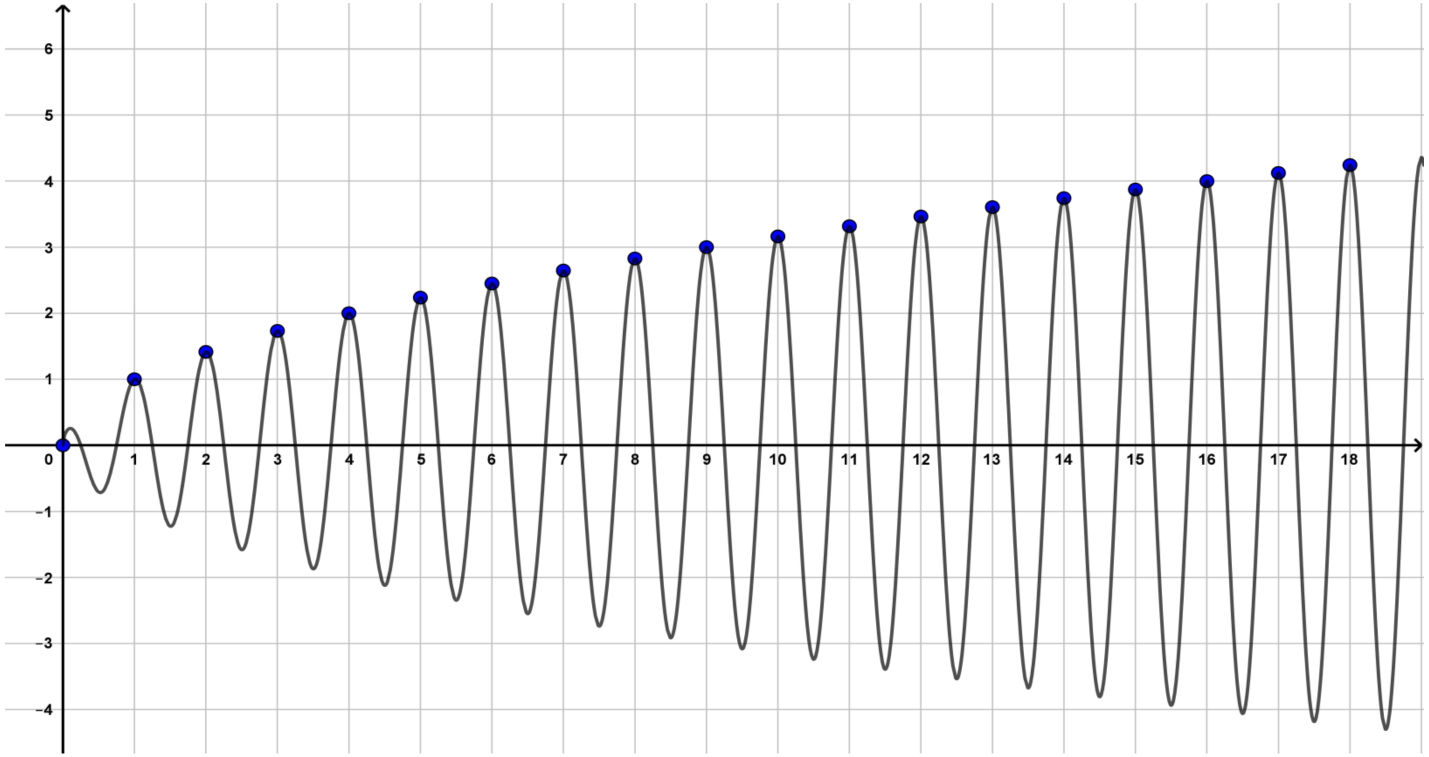
Affirmation 5 : «Si (u_n) est croissante alors f est croissante sur $[0;+\infty[$. »



Affirmation 5

$$u_n = f(n)$$

Affirmation 5 : «Si (u_n) est croissante alors f est croissante sur $[0; +\infty[$. »



Défi

On note M_0 le mot ab et pour tout entier n, le mot M_{n+1} se construit à partir du mot M_n en remplaçant tous les a par ab et tous les b par bab.

Ainsi, $M_0 = ab, M_1 = abbab$ et $M_2 = abbabbababbab$

1. Quelle est la longueur du mot M_{10}?
2. Combien de b contient le mot M_{10}?