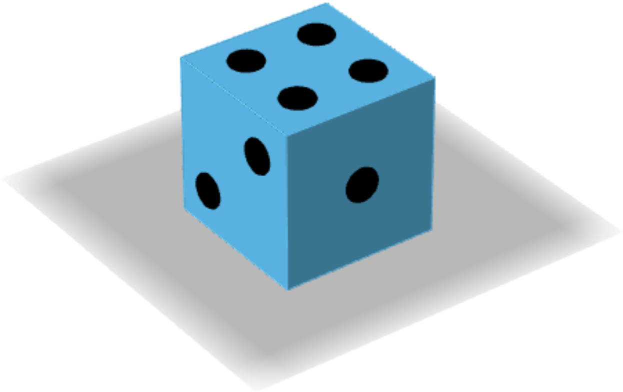
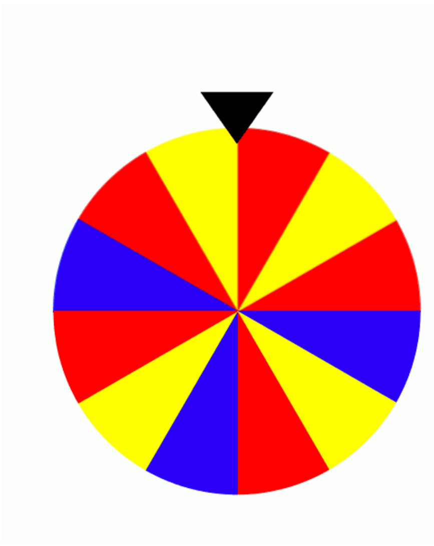
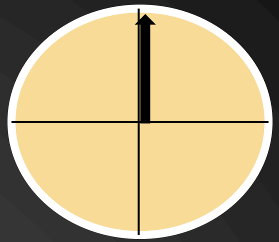
Variables aléatoires





QUESTIONS FLASH

QUESTION 1

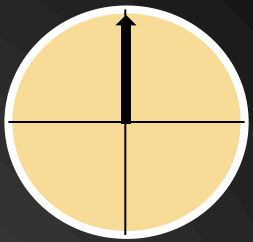


Alice a gagné au loto en jouant la combinaison:

Elle souhaite rejouer toutes les semaines.

Doit-elle changer de combinaison pour augmenter ses chances de gagner ?

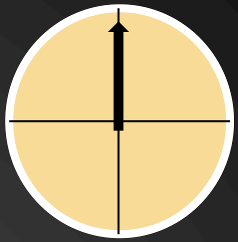
QUESTION 2



On lance quinze fois de suite une pièce équilibrée.

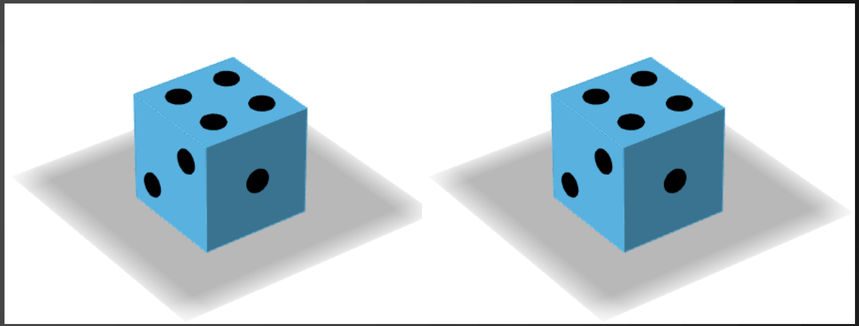
Est-il possible d'obtenir quinze fois pile ?

QUESTION 3

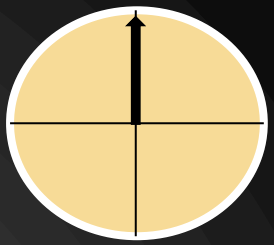


On lance deux dés équilibrés et on calcule la somme des résultats obtenus.

Quelles sont les valeurs possibles ?



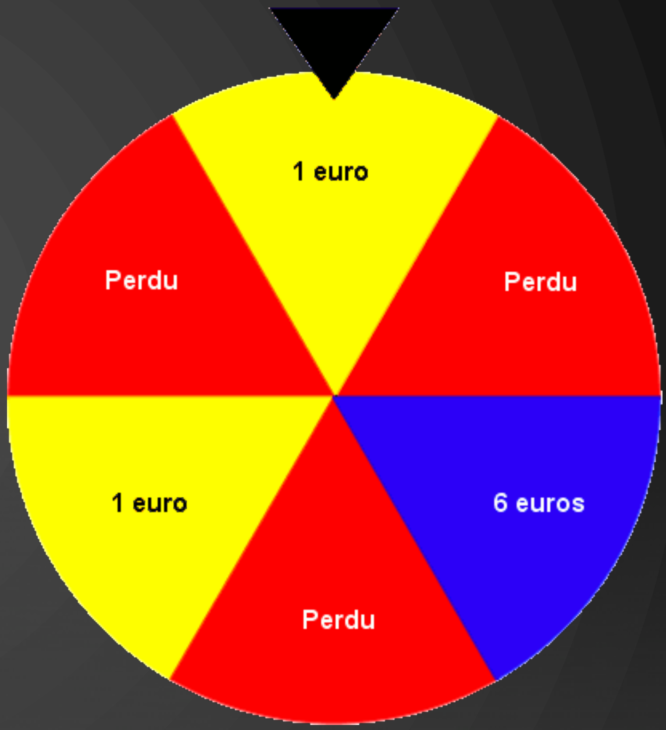
QUESTION 4



On mise 1 euro pour faire tourner la roue ci-contre.

Quelle est la probabilité de gagner de l'argent ?

Quelle est la probabilité de perdre de l'argent ?



CORRECTION

QUESTION 1

Alice a gagné au loto en jouant la combinaison:

03 28 41 42 48 06

Elle souhaite rejouer toutes les semaines.

Doit-elle changer de combinaison pour augmenter ses chances de gagner ?

QUESTION 2

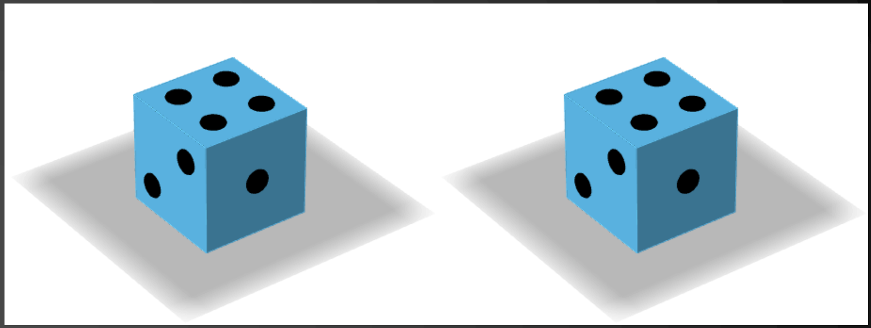
On lance quinze fois de suite une pièce équilibrée.

Est-il possible d’obtenir quinze fois pile ?

QUESTION 3

On lance deux dés équilibrés et on calcule la somme des résultats obtenus.

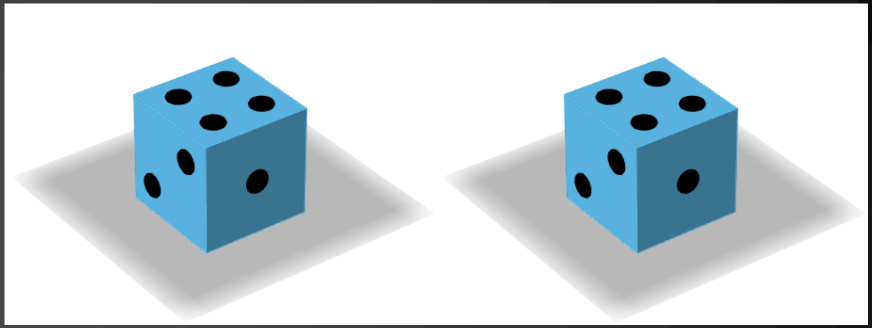
Quelles sont les valeurs possibles ?



QUESTION 3

On lance deux dés équilibrés et on calcule la somme des résultats obtenus.

Quelles sont les valeurs possibles ?



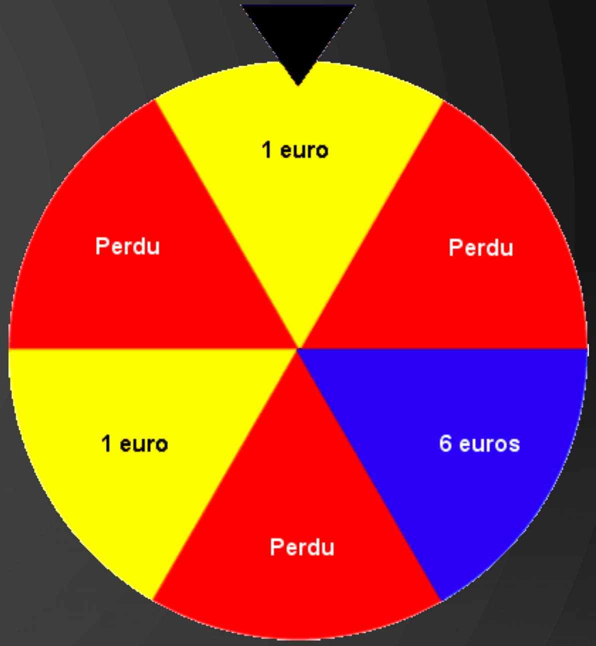
Valeurs possibles: $\{2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12\}$

QUESTION 4

On mise 1 euro pour faire tourner la roue ci-contre.

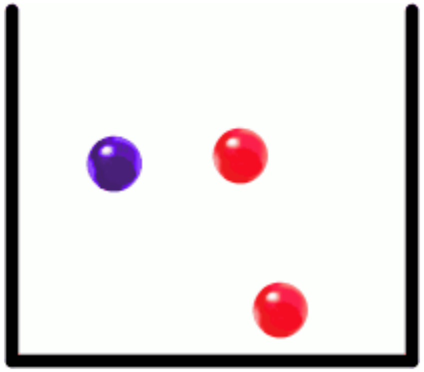
Quelle est la probabilité de gagner de l'argent ?

Quelle est la probabilité de perdre de l'argent ?

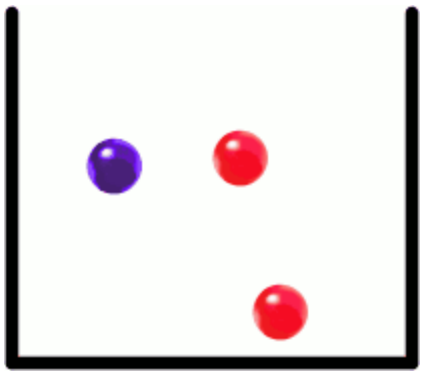
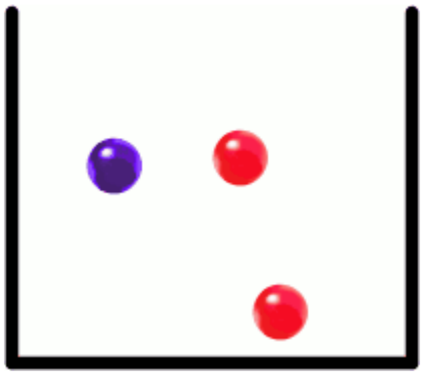


Etudier une répétition de deux épreuves indépendantes

Etudier une répétition de deux épreuves indépendantes



Etudier une répétition de deux épreuves indépendantes

On répète l'épreuve deux fois de suite à l'identique. Les résultats de la première épreuve n'influencent pas ceux de la seconde.

Etudier une répétition de deux épreuves indépendantes

Principe multiplicatif:

Lorsque deux épreuves sont indépendantes, la probabilité d’un couple de résultats est égale au produit des probabilités de chacun des résultats.

Etudier une répétition de deux épreuves indépendantes

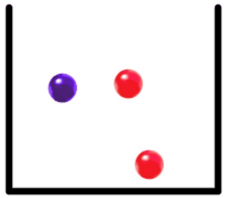
Représentation par un tableau

2ème épreuve \ 1ère épreuve	R	B
R	$(R\ ;\ R)$	$(R\ ;\ B)$
B	$(B\ ;\ R)$	$(B\ ;\ B)$

Etudier une répétition de deux épreuves indépendantes

Représentation par un arbre

Etudier une répétition de plusieurs épreuves indépendantes



Etudier une répétition de plusieurs épreuves indépendantes

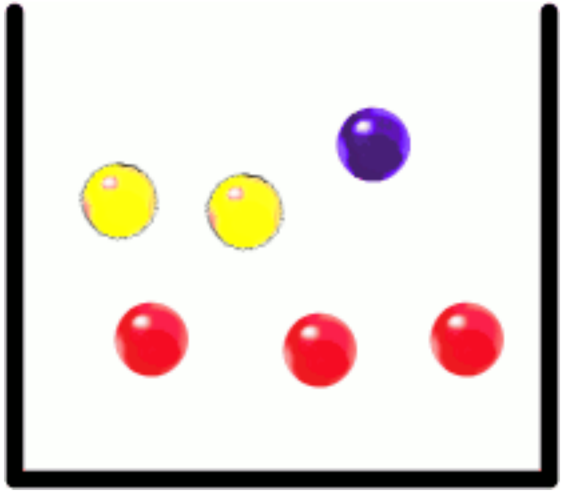
Modéliser une situation à l'aide d'une variable aléatoire

Modéliser une situation à l'aide d'une variable aléatoire

Situation:

Un jeu consiste à tirer une boule dans une urne.

Si le joueur tire un boule bleue, il gagne 2 bonbons, s'il tire une boule jaune ou une boule rouge, il gagne 1 bonbon.



Modéliser une situation à l'aide d'une variable aléatoire

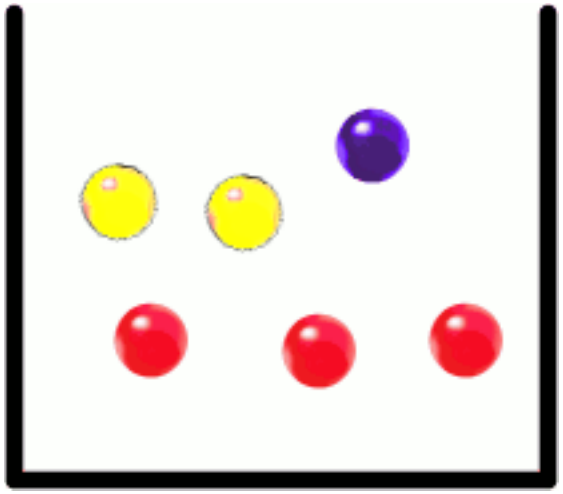
Expérience aléatoire: tirer une boule dans l'urne.

Les issues de cette expérience aléatoire sont

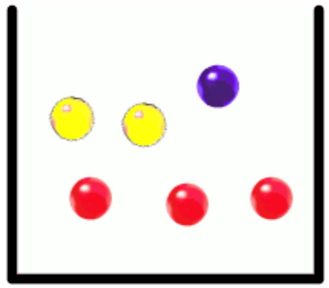
R: « la boule tirée est rouge » ;

B: « la boule tirée est bleue » ;

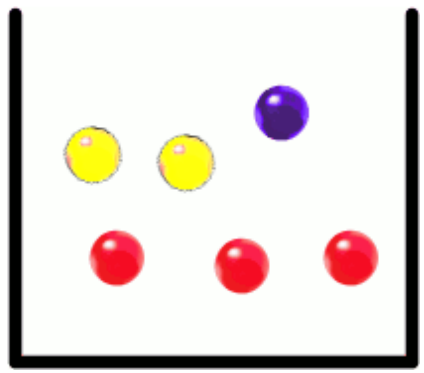
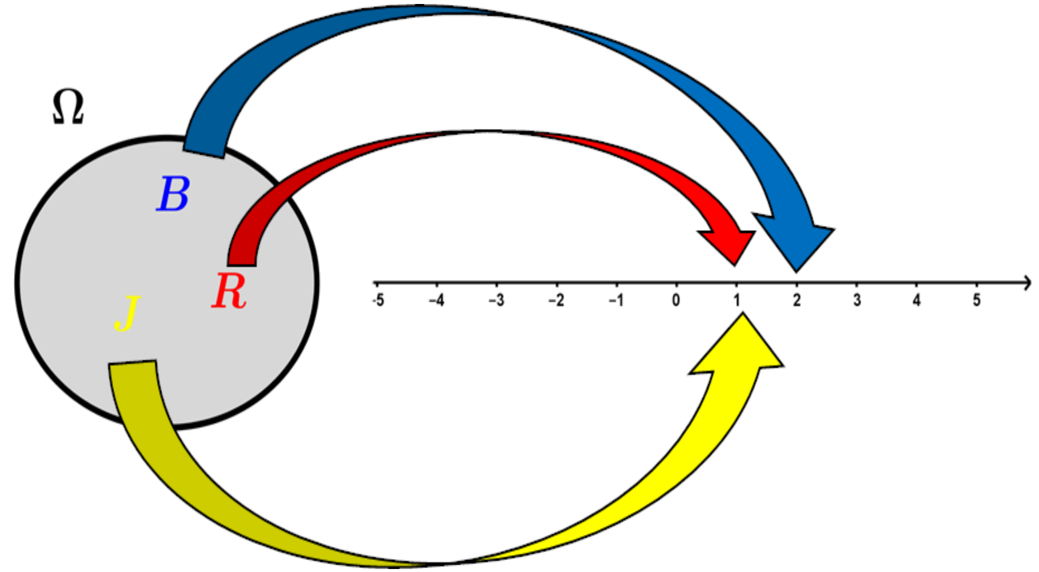
J :« la boule tirée est jaune ».



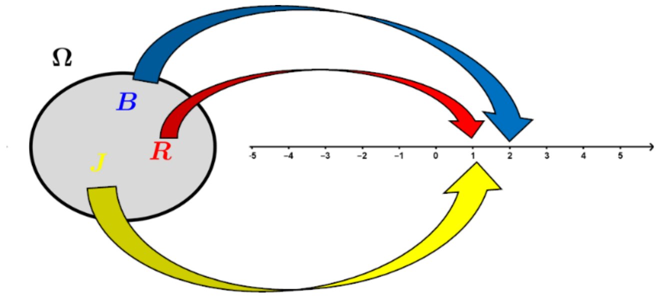
Modéliser une situation à l'aide d'une variable aléatoire



Modéliser une situation à l'aide d'une variable aléatoire

Expérience aléatoire	Variable aléatoire X
	

Modéliser une situation à l'aide d'une variable aléatoire

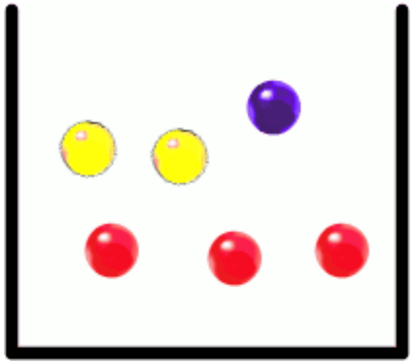


Notation:

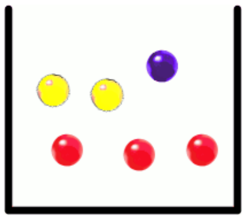
$\{X = 1\}$

$\{X = 2\}$

Déterminer la loi de probabilité d'une variable aléatoire

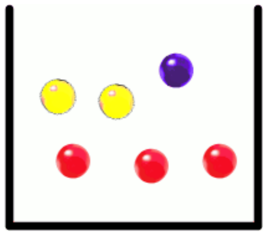


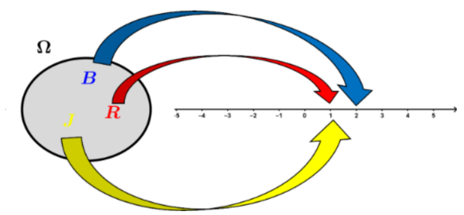
Déterminer la loi de probabilité d'une variable aléatoire



Valeurs x_i prises par X		
Probabilités $P(X = x_i)$		

Déterminer la loi de probabilité d'une variable aléatoire





Valeurs prises par la variable aléatoire X :

$\mathbf{1}$ et $\mathbf{2}$

Evénements

$$\{\boldsymbol{X} = \mathbf{1}\}$$
$$\{\boldsymbol{X} = \mathbf{2}\}$$

Loi de probabilité de $\boldsymbol{X}$:

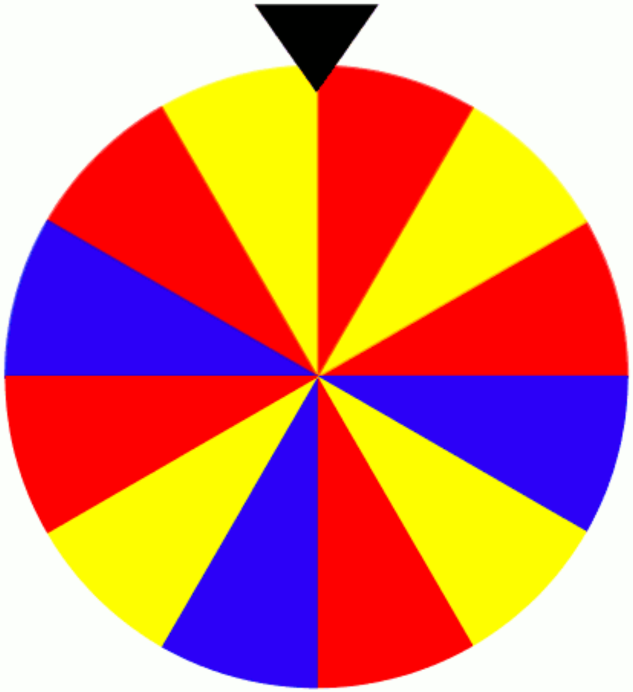
$$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{X} = \mathbf{1})$$
$$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{X} = \mathbf{2})$$

Tableau:

$\boldsymbol{x_i}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{2}$
$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{X} = \boldsymbol{x_i})$	$\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{6}}$	$\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{6}}$

LE VRAI-FAUX

Affirmation 1



On fait tourner trois fois de suite la roue et on note les trois couleurs obtenues.

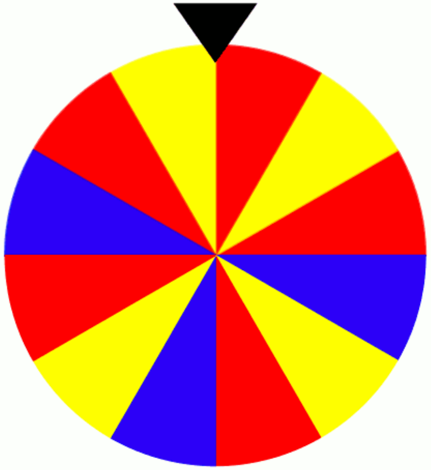
Affirmation 1:

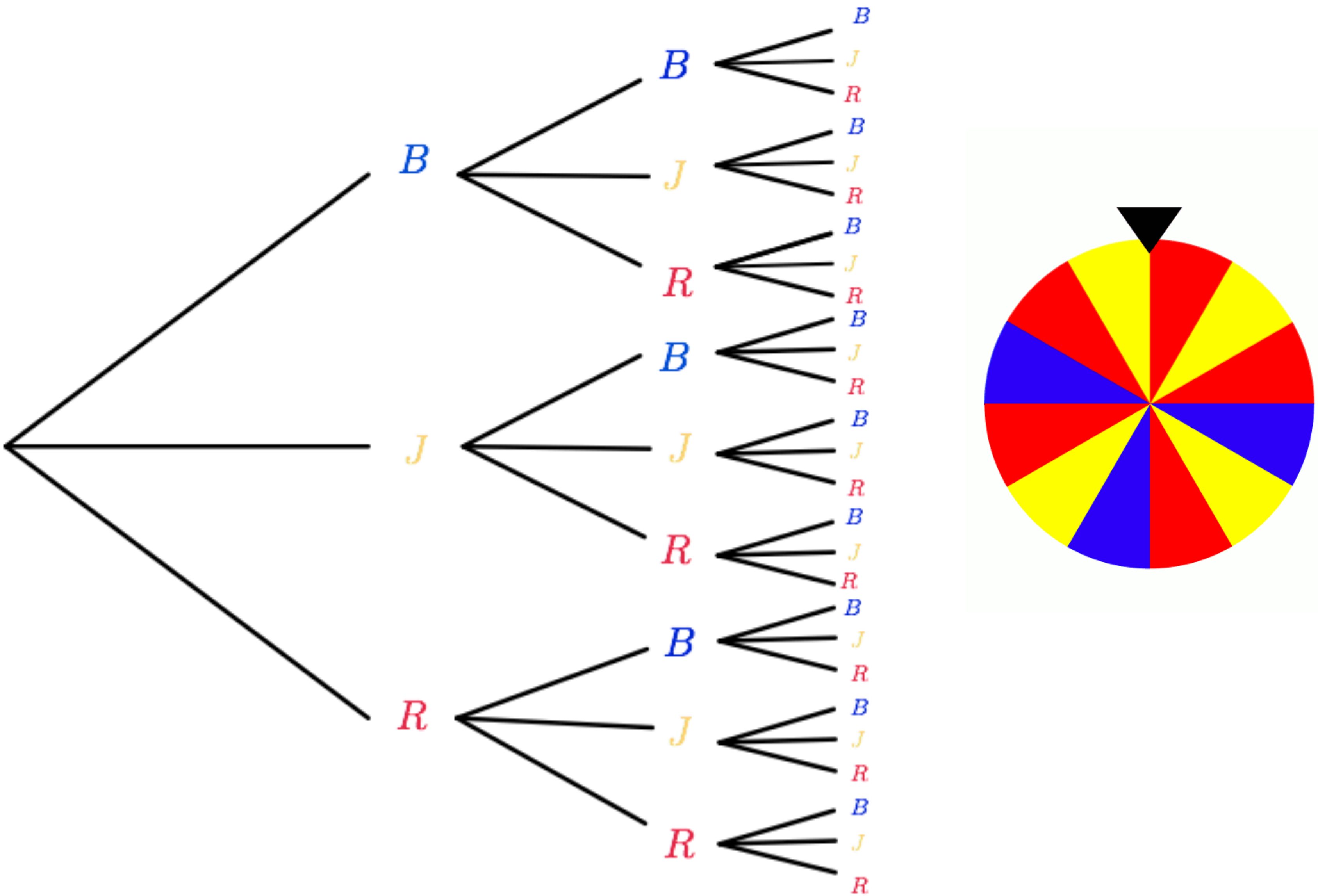
« Il y a moins de chance d'obtenir trois fois la même couleur que d'obtenir trois couleurs différentes. »

On fait tourner trois fois de suite la roue et on note les trois couleurs obtenues.

Affirmation 1:

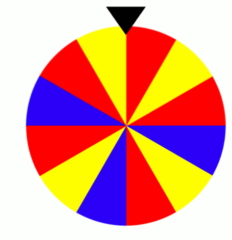
« Il y a moins de chance d'obtenir trois fois la même couleur que d'obtenir trois couleurs différentes. »

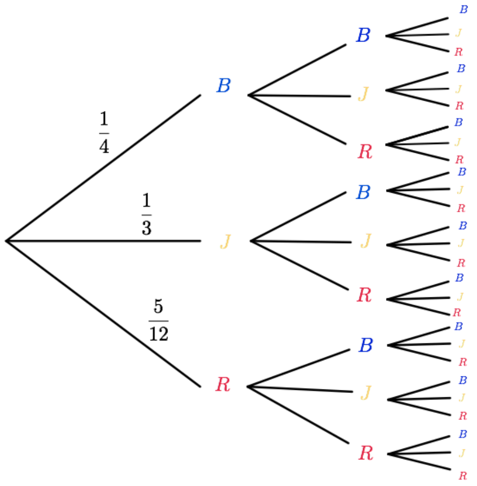


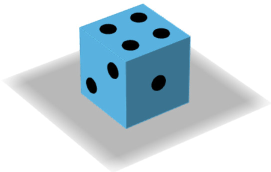

B
J
R
B
J
R
B
J
R
B
J
R
B J R
B J R
B J R
B J R
B J R
B J R
B J R
B J R
B J R

Affirmation 1:

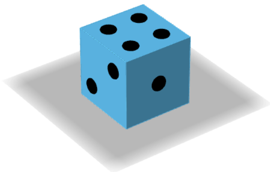
« Il y a moins de chance d'obtenir trois fois la même couleur que d'obtenir trois couleurs différentes. »







Affirmation 2



On considère les deux expériences aléatoires suivantes :
Expérience 1 : On lance deux dés équilibrés numérotés de 1 à 6.
Expérience 2 : On lance deux dés équilibrés, le premier est numéroté $1,3,4,5,6,8$ et le deuxième est numéroté $1,2,2,3,3,4$.
On note respectivement S_1 et S_2 les variables aléatoires égales aux sommes des deux dés dans l'expérience 1 et l'expérience 2.

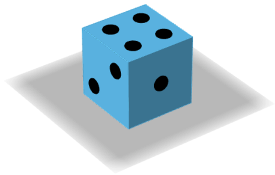
Affirmation 2:

« S_1 et S_2 ont la même loi de probabilité.»

Expérience 1 : On lance deux dés équilibrés numérotés de 1 à 6.
S_1 est la variable aléatoire égale à sommes des deux dés.

$\Omega_1 = \{(1;1);(1;2);(1;3);\dots\}$

Expérience 1 : On lance deux dés équilibrés numérotés de 1 à 6.
S_1 est la variable aléatoire égale à sommes des deux dés.



$\Omega_1 = \{(1;1);(1;2);(1;3);\ldots\}$

S_1	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Loi de la variable aléatoire S_1

x_i	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$P(S_1 = x_i)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

Expérience 2 : On lance deux dés équilibrés, le premier est numéroté $1,3,4,5,6,8$ et le deuxième est numéroté $1,2, 2, 3, 3,4$.
S_2 est la variable aléatoire égale à sommes des deux dés.

$\Omega_2 = \{(1;1);(1;2);(1;3);(1;4);(3;1)\ldots\}$

Affirmation 2:

« S_1 et S_2 ont la même loi de probabilité.»

S_1	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

S_2	1	3	4	5	6	8
1	2	4	5	6	7	9
2	3	5	6	7	8	10
2	3	5	6	7	8	10
3	4	6	7	8	9	11
3	4	6	7	8	9	11
4	5	7	8	9	10	12

$\boldsymbol{x_i}$	
$p(S_1 = x_i)$	

$\boldsymbol{x_i}$	
$p(S_2 = x_i)$	

Affirmation 3

Un examen est composé d'un QCM de 3 questions comportant 4 réponses dont une seule est juste. Une réponse juste rapporte 1 point et une réponse fausse enlève 0,5 point.

Un candidat répond au hasard à toutes les questions.

Affirmation 3 :

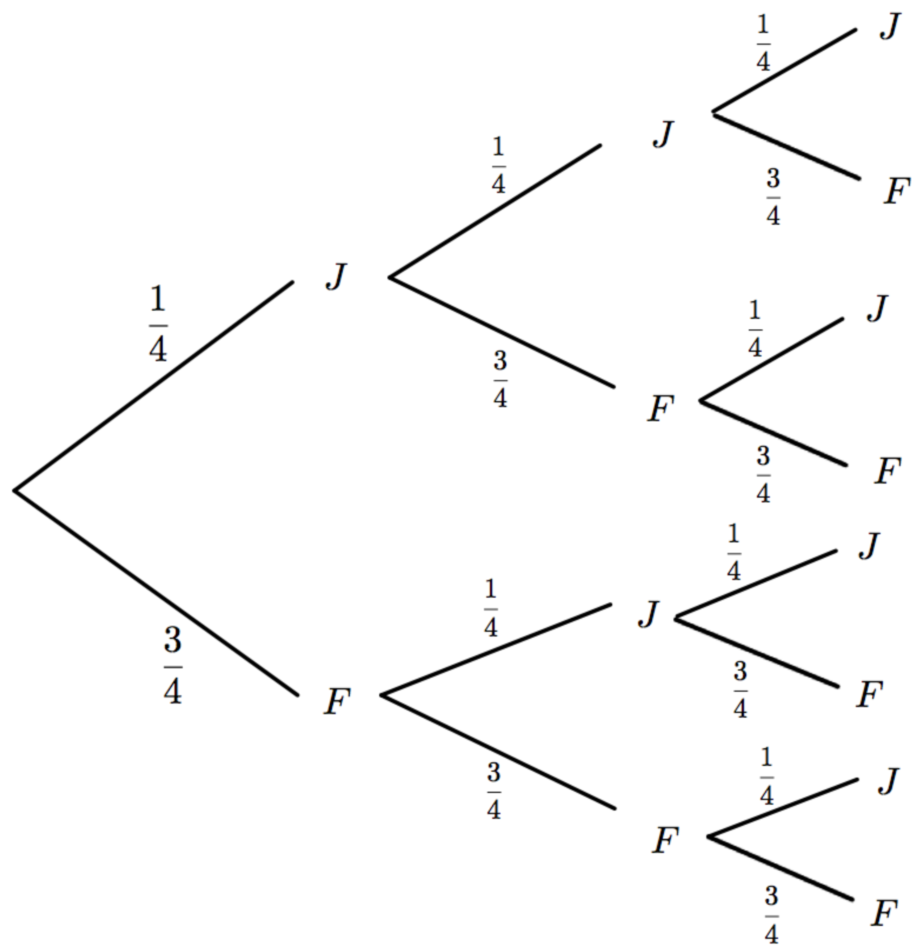
« Le candidat a plus de chance d'avoir une note négative qu'une note positive.»

Un examen est composé d'un QCM de 3 questions comportant 4 réponses dont une seule est juste. Une réponse juste rapporte 1 point et une réponse fausse enlève $0{,}5$ point. Un candidat répond au hasard à toutes les questions.

Affirmation 3 : « Le candidat a plus de chance d'avoir une note négative qu'une note positive.»

Un examen est composé d'un QCM de 3 questions comportant 4 réponses dont une seule est juste. Une réponse juste rapporte 1 point et une réponse fausse enlève 0,5 point. Un candidat répond au hasard à toutes les questions.

Affirmation 3 : « Le candidat a plus de chance d'avoir une note négative qu'une note positive.»



Un examen est composé d'un QCM de 3 questions comportant 4 réponses dont une seule est juste. Une réponse juste rapporte 1 point et une réponse fausse enlève $0{,}5$ point. Un candidat répond au hasard à toutes les questions.

Affirmation 3 : « Le candidat a plus de chance d'avoir une note négative qu'une note positive.»

X est la variable aléatoire égale au nombre de points obtenus

Valeurs x_i				
Probabilités $P(X = x_i)$				

Affirmation 3 : « Le candidat a plus de chance d'avoir une note négative qu'une note positive.»

Loi de probabilité de la variable aléatoire X:

Valeurs x_i	$-1{,}5$	0	$1{,}5$	3
Probabilités $P(X = x_i)$	$\frac{27}{64}$	$\frac{27}{64}$	$\frac{9}{64}$	$\frac{1}{64}$

Défi

On lance une pièce bien équilibrée jusqu'à obtenir deux résultats consécutifs qui sont soit PF soit FF. (P pour pile et F pour face)

Par exemple, on pourrait obtenir FPPPF. On termine donc au 5^{e} lancer.

A-t-on plus de chance de terminer avec PF ou avec FF ?

Ou alors il n'y a pas de différence.