éduscol
Informer et accompagner les professionnels de l'éducation

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE ET DE LA JEUNESSE

VOIE PROFESSIONNELLE

CAP | 2DE | 1RE | TLE

Mathématiques

VOCABULAIRE ENSEMBLISTE ET LOGIQUE

Mots-clés
Contre-exemple – Difficultés liées au langage mathématique – Logique – Raisonnement – Statuts des lettres – Statuts du signe égal – Vocabulaire ensembliste

SOMMAIRE

Intentions majeures

Dans la continuité de l'enseignement des mathématiques dispensé à l'école primaire et au collège, le module transversal « Vocabulaire ensembliste et logique », commun aux programmes des trois années du cycle de formation conduisant au baccalauréat professionnel, réaffirme explicitement la nécessité, d'une part, de former les élèves au raisonnement et à la formalisation et, d'autre part, de leur transmettre exigence et rigueur. Il a pour vocation d'aider les élèves à structurer leur pensée en vue de résoudre des problèmes et de leur faire acquérir des aptitudes nécessaires pour leur poursuite d'études. Il s'inscrit donc dans le continuum Bac-3/Bac+3.

La démarche des élèves est souvent intuitive et constituée d'affirmations non justifiées qui s'appuient parfois sur des croyances. L'objectif de ce module est d'apprendre aux élèves à valider ou invalider leurs raisonnements intuitifs à l'aide de raisonnements rigoureux et logiques afin d'arriver à des conclusions fiables. La construction de cette autonomie intellectuelle favorisera leur réussite scolaire et les préparera à la poursuite d'études.

Ce module doit permettre de pallier les difficultés de compréhension, liées souvent aux spécificités du langage mathématique et des différents types de raisonnement utilisés. Par exemple, certains élèves déduisent des définitions respectives du rectangle et du carré que ce dernier n'est pas un rectangle ou bien ne comprennent pas que si un contre-exemple suffit à infirmer, un exemple ne suffit pas à lui seul à établir une preuve.

L'apprentissage de la logique, qui s'est dotée d'un langage spécifique précis permettant d'exprimer des faits logiques sans ambiguïté, nécessite un travail sur le raisonnement, mais également sur la formulation des énoncés mathématiques et requiert de connaître le vocabulaire et les symboles qui interviennent dans le discours logique (implication, équivalence, etc.). Le module « Vocabulaire ensembliste et logique » permet, via les différents autres modules du programme de baccalauréat professionnel, de favoriser ce travail. La pleine maîtrise de ces éléments n'est pas exigible des élèves. L'apprentissage de la rigueur s'effectue progressivement sur les trois années de baccalauréat professionnel et se poursuivra dans l'enseignement supérieur.

Deux modes de raisonnement mis en œuvre en mathématiques sont tout particulièrement développés en voie professionnelle.

- Le raisonnement déductif qui permet par un discours logique de conclure qu'une (ou plusieurs) proposition[1](s) posée(s) comme hypothèse(s) implique(nt) une nouvelle proposition ; ce discours logique ne recourt pas à l'expérience et est constitué d'un enchaînement de propositions qui respectent des règles définies et s'appuie sur des axiomes[2], des théorèmes, et des propriétés ; par exemple, si l'on sait par hypothèse que les diagonales [AC] et [BD] d'un quadrilatère ABCD se coupent en leur milieu, on peut utiliser la propriété : « si les diagonales d'un quadrilatère ont même milieu, alors ce quadrilatère est un parallélogramme. » pour conclure par déduction que le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.

[1] Une proposition est un énoncé mathématique qui est soit vrai soit faux.

[2] L'axiome désigne une proposition considérée comme évidente qui n'admet pas de démonstration dans une théorie.

- Le raisonnement inductif qui part d'observations ou d'expérimentations pour aboutir à une conclusion de portée plus générale, l'étude de plusieurs exemples concordants et représentatifs permettant de formuler une conjecture[3] ; l'utilisation de logiciels de géométrie dynamique, mais également l'utilisation d'autres outils numériques, est notamment sous-tendue par cette approche. Ce mode de raisonnement est fréquemment utilisé en physique-chimie.

La résolution de problèmes en mathématiques nécessite la mise en œuvre de ces modes de raisonnement et la mobilisation des cinq compétences communes aux mathématiques et à la physique-chimie qui sont explicitées dans le programme de seconde professionnelle. Toutefois, les compétences « analyser-raisonner » et « valider » ont une place particulière dans le développement des capacités de raisonnement des élèves.

En résumé, les objectifs du module « Vocabulaire ensembliste et logique » sont de faire accéder l'élève à « un langage expert » de façon progressive, de lui permettre d'être à l'aise avec les représentations symboliques et de se familiariser avec les raisonnements déductifs et inductifs, afin qu'il soit en mesure de résoudre des problèmes de complexité variée.

Comment intégrer ce module dans l'activité mathématique ?

L'apprentissage de la logique et du vocabulaire ensembliste nécessite de laisser les élèves exprimer leurs raisonnements, à l'oral et à l'écrit, lors de productions individuelles ou collectives. Dans ce cadre, ils ne doivent pas craindre l'erreur, mais savoir en tirer profit grâce au professeur qui les aide à l'identifier, à l'analyser et à la surmonter. Ce travail essentiel sur l'erreur participe à la construction de leurs apprentissages ; pour cela, il est nécessaire de distinguer les traces écrites de la phase de recherche de celles de la rédaction de la preuve sous forme déductive.

Le module « Vocabulaire ensembliste et logique » ne fait pas l'objet de cours spécifiques, mais prend naturellement sa place lors de l'étude des autres modules du programme. Après que les élèves ont rencontré plusieurs fois en situation les types de raisonnement et le vocabulaire ensembliste, il convient de prévoir des temps de synthèse, d'explicitation et de rédaction de traces écrites dans un espace dédié du cahier des élèves.

Des pistes possibles et utiles pour aborder le module » Vocabulaire ensembliste et logique » en vigueur dans le nouveau programme de mathématiques de baccalauréat professionnel sont proposées ci-dessous. En particulier, certains usages spécifiques aux mathématiques comme celui du statut des lettres et du signe « = » sont rappelés et des capacités du programme propices à leur étude sont listées à titre d'exemples. Par ailleurs, différents types de raisonnement mis en œuvre dans les classes de baccalauréat professionnel sont explicités.

[3] Proposition (assertion) pour laquelle une démonstration n'est pas établie, mais que l'on pense être vraie.

Au travers des différents statuts des lettres

Au cycle 3, la lettre est notamment utilisée pour symboliser les unités des grandeurs mesurées ou repérées, pour désigner des points, pour nommer une grandeur dans une formule. Les élèves découvrent un nouveau nombre nommé π. Pour l'élève, la lettre a alors essentiellement le statut « d'étiquette ».

Au cycle 4, de manière le plus souvent informulée, les lettres prennent de nouveaux statuts de façon progressive. Dans le prolongement du cycle 4, les trois années de baccalauréat professionnel doivent permettre aux élèves d'affiner leur compréhension du statut des lettres utilisées pour représenter des nombres :

- variables : les lettres peuvent être remplacées par un ou plusieurs éléments d'un ensemble de référence, appelé domaine de définition de ces variables ;

- indéterminée[4] : les lettres peuvent être remplacées par des nombres quelconques comme, a et b dans l'identité $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. Cette écriture sous-entend et il convient de le préciser aux élèves, que pour toutes valeurs données aux lettres a et b, on a $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$;

- inconnues : les lettres représentent des nombres qu'on ne connaît pas, qui vérifient une équation[5], une inéquation ou un système d'équations ; l'existence de ces nombres ne sera confirmée qu'à la fin de la résolution de cette équation, de cette inéquation ou de ce système d'équations ;

- paramètres : les lettres représentent une quantité numérique, dont on peut fixer la valeur à volonté et qui diffèrent d'autres lettres qui ont le statut de variables ou d'inconnues.

L'étude de la notion de variable en informatique peut permettre de retravailler celle de variable mathématique dans un cadre différent. Il convient toutefois de bien faire percevoir aux élèves que ces deux notions diffèrent. Dans le langage Python, la ligne de programme : « x = x + 2 » ne correspond ni à une égalité ni à une équation ; il s'agit d'une instruction d'affectation, qui va modifier le contenu de la variable x : ainsi, si x avait au préalable la valeur 3, elle aurait après cette instruction la valeur 5. **L'écriture « x = x + 2 » devrait donc être lue « x reçoit la valeur x + 2 » et non pas « x égale x + 2 ».**

Le tableau suivant liste de manière non exhaustive, pour certaines des capacités du programme de seconde professionnelle, des modalités d'explicitation pour les élèves du statut des lettres utilisées.

---

[4] Indéterminée est ici à prendre dans le sens de valeur non déterminée.

[5] Une équation est une égalité dans laquelle un (ou plusieurs) terme(s) n'est (ne sont) pas connu(s).

Capacités	Variable	Indéterminée	Inconnue	Paramètre
Algèbre-Analyse				
Traduire un problème par une équation ou une inéquation du premier degré à une inconnue.			Laisser aux élèves le choix des lettres utilisées.	
Résoudre algébriquement une équation du premier degré à une inconnue, une inéquation du premier degré à une inconnue.	Comparer le statut des lettres utilisées lors, d'une part, de la résolution graphique et, d'autre part, de la résolution algébrique d'une équation.			
Selon le mode de représentation d'une fonction : - identifier la variable ; - déterminer l'image ou des antécédents éventuels d'un nombre par une fonction définie sur un ensemble donné.	Distinguer : - f et $f(x)$; - le rôle différent joué par les parenthèses dans les écritures comme $f(x)$ et $k(a + b)$.			Visualiser l'influence du paramètre sur la courbe représentative de la fonction qui à x associe $f(x) + k$ ou kx^2.
Géométrie				
Calculer des longueurs, des mesures d'angle, des aires et des volumes dans les figures ou solides		Questionner les élèves sur la plus-value introduite par l'utilisation de lettres pour les calculs. Travailler les conventions des écritures mathématiques ($5a$ pour $5 \times a$, b^2 pour $b \times b$...)		
Algorithmique et programmation				
Réaliser un calcul à l'aide d'une ou de plusieurs variables.	Comparer variable informatique et variable mathématique			

Au travers des différents statuts du signe « = » (égalité, identité, équation)

Au cycle 3, les élèves n'opèrent sur les nombres et les grandeurs qu'à travers l'arithmétique ; ils effectuent des calculs portant sur des quantités connues, chaque étape du calcul pouvant être contrôlée en référence au contexte du problème posé. Le support du raisonnement reste la langue naturelle. Ici, le signe « = » indique qu'un calcul est effectué et la lecture de l'égalité est orientée de gauche à droite; le calcul n'est achevé que lorsqu'il est exprimé de manière réduite sans symbole opératoire. Plus rarement, l'aspect symétrique du signe « = » apparaît toutefois dès l'école élémentaire, par exemple lors de l'apprentissage de la numération de position ($125 = 100 + 20 + 5$).

Au cycle 4, les élèves développent progressivement leur capacité à résoudre des problèmes de manière algébrique. Pour cela, ils utilisent les expressions algébriques, d'une part, pour formaliser des programmes de calcul et, d'autre part, pour faire des calculs sans remplacer systématiquement les lettres par des nombres. Le passage de l'arithmétique à l'algèbre est un pas essentiel dans la formation des élèves, qui se fait progressivement. Ce passage se traduit par la découverte de deux nouveaux statuts du signe « = » qu'il convient de différencier :

- celui du signe « = » que l'on trouve dans une identité qui est une égalité toujours vraie quelles que soient les valeurs des variables ou des indéterminées ; par exemple : $k\,(a + b) = ka + kb$;
- celui du signe « = » que l'on trouve dans une équation, qui nécessite pour l'élève de remettre en cause ses représentations ; le signe « = » n'étant plus utilisé pour écrire des égalités vraies, comme en arithmétique, mais des expressions qui peuvent être vraies ou fausses.

De plus, le langage Python introduit un autre statut du signe « = », celui de l'affectation d'une valeur à une variable. Ainsi, l'affectation « $a = b$ », qui se lit « a reçoit b », n'est ni une égalité, ni une équation[6] ; elle s'effectue de droite à gauche, et fait jouer un rôle dissymétrique à a et à b[7].

À la fin de leur scolarité au collège, les différents statuts du signe « = » ne sont pas encore pleinement maîtrisés par la majorité des élèves et nécessitent d'être encore travaillés, en situation, au lycée professionnel.

La distinction entre ces différents statuts nécessite notamment de demander aux élèves d'être rigoureux dans les termes qu'ils utilisent ; par exemple, la résolution d'une équation n'aboutit pas à des « résultats », mais aux « solutions » de cette équation, lorsqu'elles existent (au lycée professionnel, les élèves découvrent des équations qui n'admettent pas de solution).

Au travers de l'utilisation du langage mathématique

L'usage d'un langage propre aux mathématiques est nécessaire, car la langue naturelle ne permet pas toujours de s'exprimer sans ambiguïté. Par exemple, un « et » peut désigner en langage courant une opposition, un rapprochement, une causalité (tu manges ta soupe et tu auras un dessert), un sens lié à la temporalité (j'irai à l'école et à la salle de sport), une conséquence, ou une conjonction de coordination pour relier des substantifs ou des adjectifs, etc.

En langage mathématique, la proposition « P *et* Q » est appelée conjonction de P et Q. Elle est vraie uniquement quand P et Q sont toutes les deux vraies. Dans la proposition « P *et* Q », il n'y a ni temporalité, ni causalité entre P et Q.

---

[6] En Python, la notation « == » est employée au sens d'une équation : « a==b » est un booléen dont la valeur est « True » si et seulement si les valeurs de a et de b sont égales.

[7] D'autres langages informatiques adoptent pour l'affectation d'autres notations comme := ou <-

Les difficultés liées au langage mathématique rencontrées par les élèves sont de natures variées. Elles peuvent notamment relever :

- d'abus de langage de l'enseignant pour ne pas alourdir le discours (par exemple, la confusion entre plan et repère du plan) ; dans ce cas, c'est le contexte qui permet d'identifier le sens à donner aux mots, mais ce contexte est évidemment très complexe à prendre en compte pour un apprenant ;
- de la distinction entre un objet mathématique (par exemple une figure géométrique) et sa représentation (un dessin) ;
- de l'usage des quantificateurs dont les modalités de mise en œuvre au baccalauréat professionnel sont précisées ci-dessous ;
- du sens donné à certains mots comme « quelconque », « donné », « fixé », etc. qui doit être retravaillé avec les élèves ainsi que les usages spécifiques de certains adverbes, conjonctions, prépositions, propositions ou formes verbales en mathématiques ;
- de la polysémie des mots au sein même des mathématiques (par exemple, les mots base et médiane) ou avec les autres disciplines (par exemple, les mots milieu et échantillon) ;
- d'un manque de maîtrise du langage algébrique.

Au cycle 4, les élèves ont déjà rencontré des quantifications implicites, notamment, lors de la présentation d'identités. Par exemple, on écrit « Soient n et m deux entiers naturels. On a alors l'égalité suivante : $10^n \times 10^m = 10^{n+m}$». Il y a ici une quantification universelle implicite, ce qu'on exprime plus nettement en écrivant « Quels que soient n et m entiers naturels non nuls, on a : $10^n \times 10^m = 10^{n+m}$ ». Le vocabulaire et les quantificateurs « quel que soit » et « il existe » sont introduits en situation de manière progressive durant les trois années du cycle préparant au baccalauréat professionnel. Ils ne font pas l'objet de cours spécifiques, mais peuvent être abordés au cours du traitement d'une question, lorsque leur utilité se fait sentir. La langue naturelle et le langage algébrique continuent de coexister. En termes de progression sur les trois années de lycée, les élèves comprennent d'abord la nécessité de quantifier, deviennent ensuite capables d'expliciter les quantifications et enfin de rédiger avec des quantificateurs. On ne complique pas inutilement les notations, mais on utilise les quantificateurs pour lever des ambiguïtés ; on identifie les quantificateurs « cachés » dans les identités en revenant fréquemment à un calcul numérique sur quelques valeurs. À l'écrit comme à l'oral, le professeur relève, explicite puis rectifie les mauvaises utilisations des quantificateurs par les élèves. Les symboles $\forall$ et $\exists$ ne figurent pas au programme et n'ont pas lieu d'être introduits.

L'utilisation d'exemples de la vie courante pour relier la logique mathématique à la logique « naturelle » en montrant les ressemblances et les différences doit être faite avec la plus grande précaution. Par exemple, la phrase « si tu es sage, alors je t'emmènerai au parc. » n'est pas le meilleur moyen de faire de la logique mathématique. Cette phrase, outre le fait que sa deuxième partie est au futur (le locuteur pourrait-il changer d'avis ?), pourrait contenir des sous-entendus comme « si tu n'es pas sage, je ne t'emmènerai pas au parc » que ne permet pas la logique mathématique.

Pour sensibiliser les élèves au problème posé par la polysémie de la langue française, l'enseignant peut par exemple leur demander de donner tous les sens qu'ils connaissent de la conjonction « et » pour leur permettre d'appréhender la polysémie de cette conjonction et donc la nécessité de définir précisément le « et » en mathématiques.

Une autre difficulté concerne l'utilisation par l'enseignant de mathématiques-physique-chimie du mot « hypothèse » dans les deux disciplines qu'il enseigne avec des significations différentes, ce qui peut troubler les élèves. En effet, le mot « hypothèse » est utilisé en mathématiques pour désigner une proposition que l'on suppose vraie, contrairement à son acception en physique-chimie. Il se peut que cette hypothèse ne soit pas une vérité et qu'un raisonnement déductif construit à partir de cette hypothèse soit valide (au sens où les enchaînements seraient logiques) entraînant une conclusion fausse. En physique-chimie, l'hypothèse est une solution possible au problème posé qui sera testée pour savoir si elle est juste ou fausse.

Certaines erreurs des élèves peuvent donner des pistes d'activités à leur proposer pour leur permettre une meilleure compréhension du vocabulaire et des symboles utilisés. On peut, par exemple, citer :

- « La négation de $f(x) \geq 0$ est $f(x) \leq 0$ » ;
- « La solution de l'équation $2x^2 = 8$ est $x = 2$, car $2 \times 2^2 = 8$ » ;
- $\cos(a+b) = \cos a + \cos b$, relevant d'une confusion avec la formule $\mathrm{c}(a+b) = \mathrm{c}\,a + \mathrm{c}\,b$.

L'écriture des fonctions peut également générer des confusions chez les élèves ainsi que les parenthèses utilisées pour écrire $f(x)$ qui est l'image de x par la fonction f et non la fonction f. Comme pour d'autres notions, les changements de registres, s'ils sont explicités, favorisent une meilleure compréhension.

Registre des fonctions	Registre algébrique	Registre graphique
Déterminer l'image de c par la fonction f.	Calculer $f(c)$	Lire l'ordonnée du point de la courbe représentative de la fonction f dont l'abscisse est c.

Au travers des différents types de raisonnement en mathématiques

Comme cela a été évoqué en introduction, le raisonnement déductif n'est pas le seul mis en œuvre en mathématiques. Raisonner, c'est effectuer des inférences (inductives, déductives) pour obtenir de nouveaux résultats, confirmer ou infirmer une conjecture, apporter une preuve.

Le raisonnement inductif a toute sa place en mathématiques notamment dans le cadre de la résolution de problèmes dont l'énoncé ne suggère pas la démarche à suivre. Dans ce cadre, l'expérimentation menée, notamment avec les outils numériques, permet de formuler des conjectures, de les tester, de donner des pistes pour la preuve (passage de l'observation à l'abstraction), de fournir des contre-exemples[8], etc. Il convient d'encourager cette démarche, mais il est nécessaire que l'enseignant indique, même si elle est vérifiée dans un très grand nombre de cas, qu'une conjecture n'a évidemment pas valeur de démonstration.

Un raisonnement déductif doit être réalisé par les élèves pour apporter une preuve et valider ainsi une conjecture faite après ou pas une phase d'expérimentation. Lorsque cette preuve existe, mais qu'elle n'est pas à la portée des élèves, l'enseignant précise que le résultat sera admis (ce qui ne constitue pas une preuve).

Ces deux formes de raisonnement sont toutefois intimement liées, car des va-et-vient entre expérimentation, formulation et validation sont effectués par les élèves lors de la résolution de problèmes ; va-et-vient qui s'avèrent utiles pour la compréhension des objets mathématiques qu'ils manipulent.

[8] La recherche d'un contre-exemple est utilisée pour prouver qu'une proposition est fausse. Pour montrer qu'un énoncé qui commence par « Quel que soit » ou « Pour tout… » est faux, il suffit de trouver un élément (« il existe… ») qui réalise les conditions de l'hypothèse sans que soit vérifiée la conclusion.

Certains raisonnements sont cités dans le programme. Parmi eux :

- l'utilisation d'un contre-exemple pour infirmer une proposition universelle ; par exemple, si l'on souhaite montrer que la proposition P : « quel que soit $x \in \mathbb{R}, x^2 + 2x + 1 \neq 0$ » est fausse, il est équivalent de montrer que la proposition contraire (*non* P) : « il existe $x \in \mathbb{R}, x^2 + 2x + 1 = 0$ » est vraie, c'est-à-dire trouver un réel x pour lequel l'expression : « $x^2 + 2x + 1$ » est nulle ;

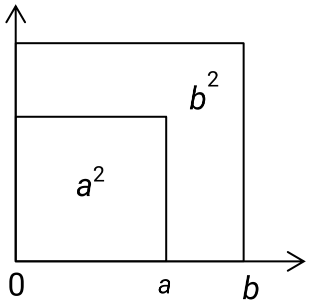
- le raisonnement par disjonction de cas ; si l'on souhaite démontrer qu'une propriété est vraie pour tout élément d'un ensemble F, on démontre successivement que cette propriété est vraie pour les éléments de sous-ensembles de F dont la réunion est F . Par exemple, si l'on souhaite étudier le signe de l'expression produit : $(x + 1)(x - 1)$ sur $\mathbb{R}$; la réalisation d'un tableau de signes laisse entrevoir trois sous-ensembles de $\mathbb{R}$, sur lesquels on peut facilement par la règle des signes obtenir le signe du produit ;

- le raisonnement par l'absurde ; pour démontrer qu'une proposition P est vraie, on suppose que la proposition contraire, (*non* P), est vraie (c'est-à-dire que la proposition P est fausse) et on montre que cette hypothèse conduit à une contradiction . Par exemple, on peut raisonner par l'absurde pour montrer qu'il n'existe pas de fonction affine f telle que $f(-1) = 2$; $f(3) = 4$ et $f(5) = 3$: on suppose qu'une telle fonction affine existe ; elle est donc croissante ou décroissante sur $\mathbb{R}$; la comparaison des images montre que l'on arrive à une absurdité.

Toute exigence excessive de formalisme qui ferait obstacle à la mise en œuvre orale ou écrite du raisonnement par les élèves est à éviter. En particulier, l'introduction des tables de vérité pour l'étude des raisonnements n'est pas un attendu des programmes.

Il peut être intéressant d'aborder la preuve de manière « visuelle » si celle-ci est évidente sans qu'un texte plus explicite la commentant ne soit nécessaire.

L'étude du sens de variation de la fonction carré sur l'intervalle $[0, +\infty[$ en est une illustration. Une preuve visuelle possible peut être présentée par le schéma ci-dessous.



L'aire d'un carré croît avec la longueur de son côté.

Croisements possibles entre le module « Vocabulaire ensembliste et logique » et les autres modules

Le module algorithmique et programmation est particulièrement adapté pour travailler l’ensemble du module « Vocabulaire ensembliste et logique ».

Il permet d’aborder plus particulièrement :

- le statut des lettres utilisées avec la notion de variable et celle de fonction ;
- le raisonnement par disjonction de cas et le raisonnement déductif avec les instructions conditionnelles et en boucles (SI...ALORS...SINON ou TANT...QUE).

Pour les autres modules, une liste non exhaustive de notions pouvant être travaillées figure dans le tableau présenté sur la page suivante.

Domaines	Notions	Symboles associés
Statistiques et probabilités		
Statistique à une variable	Effectif.	$\mathbb{N}$
Fluctuations d'une fréquence selon les échantillons, probabilités	Intervalles de $\mathbb{R}$. Évènement et ensemble associé afin d'introduire l'inclusion, la réunion, l'intersection et le complémentaire d'un ensemble (négation).	$[a\,;\,b]$, $]a\,;\,b[$, $[a\,;\,b[$, $]a\,;\,b]$ $\subset$, $\cup$, $\cap$, $\bar{A}$, $\in$, $\notin$, $\emptyset$ (ensemble vide à distinguer du nombre 0)
Algèbre – Analyse		
Résolution d'un problème du premier degré	Statut des lettres	
Fonctions	Quantificateur « quel que soit » utilisé pour définir la monotonie sur un intervalle. Couple solution d'un système de deux équations du premier degré à deux inconnues. Vérification de l'appartenance d'un point à une courbe. Ensemble vide avec l'intersection de deux droites parallèles non confondues.	$+\infty$ et $-\infty$ et intervalles associés. $\mathbb{R}^+$, $\mathbb{R}^-$, $\mathbb{N}$, $\in$ et $\notin$ $(a\,;\,b)$ $\emptyset$
Calculs commerciaux et financiers	Argumentation des affirmations, en procédant à l'analyse de données brutes ou de représentations graphiques.	
Géométrie	Implications et équivalences Utilisation d'un contre-exemple pour infirmer une proposition	$\Rightarrow$ et $\Leftrightarrow$
Automatismes	Utilisation et transformation de formules et notion de variable. Travail sur les expressions littérales (développement, factorisation, réduction, etc.) et statut des lettres. Résolution d'équations, équivalence et implication.	$\Rightarrow$ et $\Leftrightarrow$

Lexique

Axiome
Un axiome désigne une proposition considérée comme évidente qui n'admet pas de démonstration dans une théorie. L'ensemble des axiomes d'une théorie est appelé axiomatique.

Conjecture
Proposition (assertion) pour laquelle une démonstration n'est pas établie, mais que l'on pense être vraie.

Conjonction de deux propositions
La proposition « P *et* Q » est appelée conjonction de P et Q ; elle est vraie si les propositions P et Q sont toutes les deux vraies.

Contraposée d'une implication (ne figure pas dans les programmes du baccalauréat professionnel)
La contraposée de l'implication « $P \Rightarrow Q$ » est « (non Q) $\Rightarrow$ (non P) ». Une implication est toujours équivalente à sa contraposée.

Contre-exemple
La recherche d'un contre-exemple est utilisée pour prouver qu'une proposition est fausse. Pour montrer qu'un énoncé qui commence par « quel que soit » ou « pour tout… » est faux, il suffit de trouver un élément (« il existe… ») qui réalise les conditions imposées dans l'hypothèse sans que soit vérifiée la conclusion.

Couple
Un couple de deux nombres est la donnée de ces deux nombres dans un ordre déterminé.

Le couple des deux nombres a et b pris dans cet ordre est noté (a, b). Deux couples (a, b) et (a', b') sont égaux si et seulement si $a = a'$ et $b = b'$.

Disjonction de deux propositions
La proposition « P *ou* Q » est appelée disjonction de P et Q ; elle est vraie si l'une au moins des propositions P ou Q est vraie ; elle est fausse uniquement quand P et Q sont toutes les deux fausses.

Égalité
Une égalité est une expression mathématique comportant le signe « = » et deux membres situés chacun de part et d'autre de ce signe. Une égalité peut être vraie ou fausse ; par exemple, $2 = 3$ est une égalité fausse.

Égalité d'ensembles
Deux ensembles E et F sont égaux s'ils ont les mêmes éléments. Pour montrer que $E = F$, il est équivalent de montrer les deux inclusions : $E \subset F$ et $F \subset E$.

Équation (à une inconnue dans les programmes du baccalauréat professionnel)
Une équation est une égalité qui comporte une inconnue. Résoudre l'équation c'est trouver les valeurs de l'inconnue pour lesquelles l'égalité est vraie. Une équation peut avoir 0, 1, 2 ou plusieurs solutions, voire une infinité.

Identité
Une identité est une égalité toujours vraie.

Implication
L'implication de la proposition Q par la proposition P, notée $P \Rightarrow Q$ est une proposition qui est fausse si (P est vraie et Q fausse) et qui est vraie dans tous les autres cas.

Par exemple : soit ABCD un quadrilatère ; on considère les propositions « P : ABCD est un carré » et « Q : ABCD est un rectangle ». Alors $P \Rightarrow Q$.

Logique
La logique est une discipline qui étudie les mathématiques en tant que langage ; elle s'intéresse aux démonstrations et aux raisonnements.

« non »
La proposition « *non* P » est appelée négation de P. La proposition « *non* P » est fausse si P est vraie, et vraie si P est fausse.

Proposition
Une proposition est un énoncé mathématique qui est soit vrai soit faux. Cet énoncé ne contient pas d'éléments variables. Par exemple : « 2 est un nombre pair » est une proposition vraie.

Principe de non-contradiction
Une proposition est vraie ou fausse, jamais les deux en même temps.

Propositions équivalentes
On dit que les propositions P et Q sont équivalentes si ($P \Rightarrow Q$) et ($Q \Rightarrow P$).

Réciproque d'une implication
La réciproque de « $P \Rightarrow Q$ » est « $Q \Rightarrow P$ ».

Ce n'est pas parce que $P \Rightarrow Q$ que l'on a $Q \Rightarrow P$. Par exemple, l'implication « $x = 2 \Rightarrow x^2 = 4$ » est vraie alors que « $x^2 = 4 \Rightarrow x = 2$ » est fausse.

Sous-ensemble
On dit qu'un ensemble E est inclus dans un ensemble F, si tout élément de E est élément de F. On dit dans ce cas que E est un sous-ensemble, ou une partie, de F et on note $E \subset F$.