LES MATHÉMATIQUES DE L'ENSEIGNEMENT SCIENTIFIQUE
LA DÉSINTÉGRATION RADIOACTIVE

Mots-clés

Décroissance radioactive ; demi-vie ; datation.

Références au programme

Aborder la question de la diversité des éléments chimiques nécessite de s'intéresser aux noyaux atomiques et à leurs transformations. Cela fournit l'occasion d'introduire un modèle mathématique d'évolution discrète.

Savoirs

Certains noyaux sont instables et se désintègrent (radioactivité).
L'instant de désintégration d'un noyau radioactif individuel est aléatoire.
La demi-vie d'un noyau radioactif est la durée nécessaire pour que la moitié des noyaux initialement présents dans un échantillon macroscopique se soit désintégrée. Cette demi-vie est caractéristique du noyau radioactif.

Savoir-faire

- Calculer le nombre de noyaux restants au bout de n demi-vies.
- Estimer la durée nécessaire pour obtenir une certaine proportion de noyaux restants.
- Utiliser une représentation graphique pour déterminer une demi-vie.
- Utiliser une décroissance radioactive pour une datation (exemple du carbone 14).

Notions mathématiques mobilisées

- Proportions, pourcentages, puissances.
- Notation scientifique.
- Modèle discret de décroissance exponentielle. Approche du modèle continu.
- Lecture graphique et interprétation.
- Algorithmique et programmation.

Histoire, enjeux, débats

La radioactivité est un phénomène naturel découvert par hasard en 1896 par Henri Becquerel alors qu'il faisait des recherches sur la fluorescence des sels d'uranium. Il constate qu'une plaque photographique en contact avec des sels d'uranium est impressionnée même dans l'obscurité. Il en conclut que l'uranium émet son propre rayonnement. Cette radiation est en fait due à la désintégration de certains noyaux d'uranium. Le phénomène de désintégration de noyaux instables est baptisé « radioactivité » en 1898 par Pierre et Marie Curie qui découvrent d'autres substances radioactives naturelles comme le plutonium et le radium. L'avancée majeure suivante est réalisée en 1934 par Irène Curie et Frédéric Joliot à travers la production d'une substance radioactive n'existant pas dans la nature. Cette découverte de la radioactivité artificielle ouvre la porte à la création contrôlée de noyaux radioactifs et la possibilité de réactions en chaîne susceptibles de fournir une quantité considérable d'énergie. La Seconde Guerre mondiale cristallise ces recherches dont les applications militaires sont évidentes. La première bombe atomique est mise au point par une équipe de scientifiques dirigée par Robert Oppenheimer. Elle explose le 16 juillet 1945 dans le désert du Nouveau Mexique. Les 6 et 9 août 1945, deux bombes atomiques sont lâchées sur les villes japonaises d'Hiroshima et Nagasaki.

En dehors de ses applications militaires, la fission nucléaire a de nombreuses applications civiles, tant dans le domaine industriel (production d'électricité dans les centrales nucléaires) que médical où elle est à la fois utilisée à des fins diagnostiques et thérapeutiques. Le radium, grâce à ses propriétés radioactives, a été massivement utilisé jusque dans les années 40, pour ses propriétés curatives. En raison des dangers dus au rayonnement radioactif, l'utilisation du radium a été interdite en 1937 pour toutes les applications non médicales.

Les mathématiques et la désintégration radioactive

Les mathématiques permettent de modéliser la radioactivité à l'échelle microscopique (un seul noyau instable) et à l'échelle macroscopique (une population de noyaux dont l'effectif est de l'ordre du nombre d'Avogadro, soit 6×10^{23}).

À l'échelle individuelle, il est impossible de prédire la date de désintégration d'un noyau instable : sa durée de vie est aléatoire. L'expérience prouve que le phénomène de désintégration radioactive satisfait aux deux conditions suivantes :

- un noyau instable ne vieillit pas : sa probabilité de désintégration par unité de temps reste constante au cours du temps ;
- la désintégration d'un noyau n'affecte pas celle des autres.

Un modèle probabiliste, défini par une loi de probabilité, rend compte de ces deux conditions. Des simulations numériques permettent d'appréhender ce modèle.

À l'échelle macroscopique, des expériences de comptage permettent de conjecturer que le nombre de noyaux radioactifs d'un échantillon se désintégrant sur une courte durée est proportionnel à la fois au nombre de noyaux présents à l'instant initial et à la durée d'observation.

Traduction mathématique

Dans le cas où la durée d'observation est petite par rapport à la durée de vie des noyaux, la traduction mathématique est la suivante :

$$N(t+\Delta t) - N(t) = -\lambda \times N(t) \times \Delta t$$

où, t désigne l'instant du début de l'observation (un nombre positif ou nul) ;

Δt la durée de l'observation (un nombre strictement positif) ;

$N(t)$ le nombre de noyaux présents dans l'échantillon à l'instant t ;

$N(t+\Delta t)$ le nombre de noyaux présents dans l'échantillon à l'instant $t+\Delta t$;

λ un nombre positif.

Le coefficient λ est indépendant du temps car il s'agit d'un phénomène sans vieillissement. Cela ne serait pas le cas pour la durée de vie d'un être humain, le nombre d'années lui restant à vivre dépendant de son âge.

Remarque (hors programme) :
La relation ci-dessus permet d'obtenir le nombre de noyaux présents dans l'échantillon à des instants distants de Δt. Le modèle proposé est donc un modèle discret.

L'égalité précédente peut s'écrire sous la forme :

$$\frac{N(t+\Delta t) - N(t)}{\Delta t} = -\lambda \times N(t)$$

Un passage à la limite en faisant tendre la durée d'observation Δt vers 0, dans l'égalité précédente, permet d'aboutir à l'équation différentielle :

$N'(t) = -\lambda \times N(t)$ (notation mathématique) ou $\frac{dN}{dt} = -\lambda \times N$ (notation physique).

Si la condition initiale est $N(0) = N_0$, la solution de cette équation différentielle est :

$$N(t) = N_0 \times \mathrm{e}^{-\lambda t}$$

On obtient un modèle continu du nombre de noyaux présents à n'importe quelle date t.

La fonction exponentielle n'étant pas connue d'une partie des élèves, sa présentation n'est pas attendue. L'allusion qui y est faite ici, destinée aux professeurs, sera utilisée dans le paragraphe suivant sur la demi-vie.

Demi-vie d'un élément radioactif

La demi-vie d'un noyau radioactif, également appelée période radioactive, est la durée nécessaire pour que la moitié des noyaux initialement présents dans un échantillon macroscopique se soit désintégrée. En raison de l'absence de vieillissement, cette demi-vie, caractéristique du noyau considéré, est indépendante de l'instant initial. La demi-vie est, généralement, notée $T_{1/2}$.

Les demi-vies des noyaux radioactifs couvrent une gamme extrêmement large de valeurs, comme le montrent les données suivantes :

- Uranium 238 : 4,5 × 10^9 ans ;
- Plutonium 239 : 2,4 × 10^4 ans ;
- Carbone 14 : 5730 ans ;
- Iode 131 : 8 jours ;
- Radon 220 : 56 secondes ;
- Polonium 213 : 4 × 10^{-6} secondes.

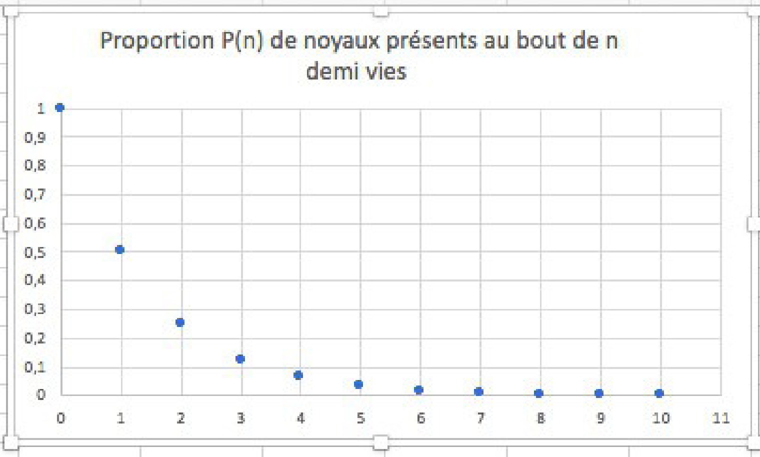
Considérons que le nombre de noyaux présents dans l'échantillon à la date initiale (que l'on peut choisir égale à 0 quitte à changer l'origine du temps) est égal à N_0,

- Au bout d'une demi-vie, il reste $\frac{N_0}{2}$ noyaux dans l'échantillon.
- Au bout de deux demi-vies, le nombre de noyaux restant à cette date est de nouveau divisé par deux, soit $\frac{\frac{N_0}{2}}{2} = \frac{N_0}{4} = \frac{N_0}{2^2}$.
- Au bout de trois demi-vies, le nombre de noyaux est divisé de moitié, soit $\frac{N_0}{8} = \frac{N_0}{2^3}$, et ainsi de suite.
- Au bout d'un nombre entier n de demi-vies, le nombre de noyaux restant est égal à $\frac{N_0}{2^n}$.

Le modèle mathématique discret qui traduit cette évolution est donc celui d'une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$.

Le graphique ci-dessous obtenu à l'aide d'un tableur fournit la proportion de noyaux restants au bout de 0, 1, 2… 10 demi-vies.

n	P(n)
0	1
1	0,5
2	0,25
3	0,125
4	0,0625
5	0,03125
6	0,015625
7	0,0078125
8	0,00390625
9	0,00195313
10	0,00097656



La loi de désintégration affirme que, pour une courte durée Δt :

$$N(t + \Delta t) - N(t) = -\lambda \times N(t) \times \Delta t.$$

Donc on détermine λ en mesurant $N(t)$, $N(t + \Delta t)$ et Δt.

Retrouvez éduscol sur :

On admet que la demi-vie $T_{1/2}$ et la constante radioactive λ sont inversement proportionnelles, avec :

$$T_{1/2} \approx \frac{0{,}693}{\lambda}.$$

Télécharger l'animation Geogebra © intitulée « notion de demi-vie ». En déplaçant le point rose et le curseur bleu, cette animation permet d'illustrer graphiquement la notion de demi-vie.

Remarque (hors programme) : cette dernière relation se justifie dans le cadre du modèle continu avec $N(t) = N_0 e^{-\lambda.t}$.

En effet, pour tout réel positif t, $\frac{N(t+T_{1/2})}{N(t)} = \frac{e^{-\lambda(t+T_{1/2})}}{e^{-\lambda t}} = e^{-\lambda.T_{1/2}} = \frac{1}{2}$.

D'où $\lambda.T_{1/2} = \ln(2) \approx 0{,}693$.

Datation au carbone 14

Le carbone 14, de notation symbolique ^{14}C, est produit dans la haute atmosphère lors de réactions nucléaires induites par des protons rapides d'origine galactique. Sa proportion dans les environnements terrestres, où l'on trouve du carbone en contact avec l'atmosphère, est à peu près constante et connue : elle est de $1{,}3 \times 10^{-12}$ noyaux de carbone 14 pour 1 noyau de carbone 12. Lorsqu'un être vivant (individu, plante…) cesse de vivre, son métabolisme cesse et le carbone qu'il contient n'est plus renouvelé. Le carbone 14 se désintègre alors, avec une demi-vie de 5 730 ans. À partir des mesures du ^{14}C encore présent dans les restes (os, cheveux, bois), on peut déterminer le moment où la vie s'est arrêtée. On peut ainsi dater des événements qui se sont déroulés il y a des milliers d'années. Au-delà de 30 000 ans, la plus grande partie des noyaux de carbone 14 se sont désintégrés et le comptage ne peut plus se pratiquer.

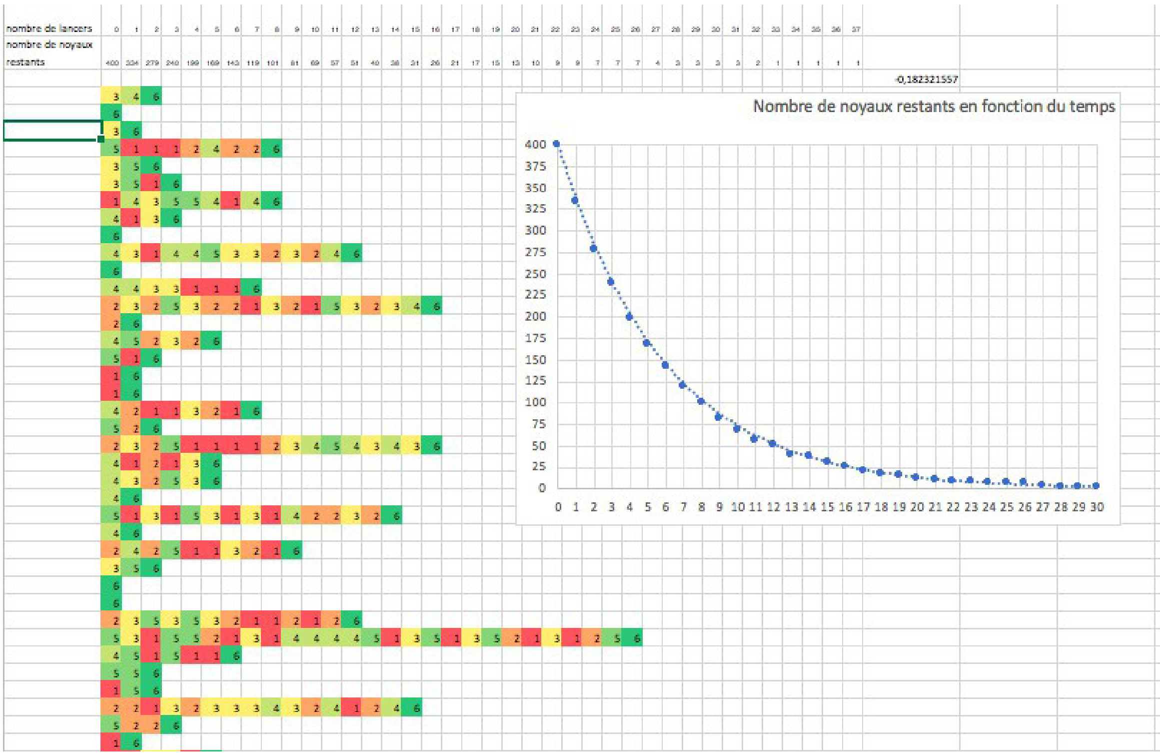
Propositions d'activités

Activité 1 : simulation de la désintégration radioactive

Pour simuler le caractère aléatoire de la désintégration d'un noyau individuel, on peut lancer successivement un dé ; chaque lancer représente une unité de temps et le résultat obtenu simule le comportement du noyau. On itère les lancers jusqu'à obtenir le 6, dont on décide arbitrairement que cela correspond à la désintégration du noyau. Pour travailler sur un échantillon, on lance plusieurs dés (par exemple 10) et on élimine à chaque étape ceux pour lesquels on a obtenu le 6.

Utilisation d'un tableur

Une simulation au tableur permet d'étudier l'évolution d'un échantillon plus important de noyaux (même si son effectif reste extrêmement petit par rapport au nombre d'Avogadro).



Le fichier intitulé [T1-R1-A2-desintegration-radioactive-simulation.xls]() permet de simuler la désintégration d'un échantillon comptant au départ 400 noyaux instables, en supposant connue la probabilité de désintégration de chaque noyau par unité de temps (ici 1/6). Chaque étape correspond à une unité de temps. Dans l'exemple ci-dessus, le premier noyau s'est désintégré au bout de 3 unités de temps, le second au bout d'une, le troisième au bout de deux, etc. Le nombre de chiffres autres que 6 figurant dans la n-ième colonne représente le nombre de noyaux restants au bout de n unités de temps.

On peut, à partir du nuage de points, estimer la demi-vie (environ 4 unités de temps) et vérifier qu'elle est indépendante du nombre initial de noyaux (il faut le même intervalle de temps pour passer de 200 à 100 noyaux, de 100 à 50 noyaux, de 50 à 25 noyaux).

Utilisation d'un algorithme

En prolongement de l'activité 1, on se propose de simuler la décroissance radioactive à l'aide de l'algorithme suivant :

> $n \leftarrow N$
> $i \leftarrow 0$
> Tant que $\mathrm{n} > \frac{\mathrm{N}}{2}$ faire
> $i \leftarrow i + 1$
>   Si (nombre aléatoire entre 1 et 6) $= 6$ alors
> $n \leftarrow n - 1$
>   Fin Si
> Fin Tant que

1. Que représente la variable n ?
2. Interpréter la valeur contenue dans la variable i après exécution de cet algorithme.

Prolongements possibles

Télécharger l'animation Geogebra © intitulée « Désintégration radioactive ». Cette animation permet de modifier la probabilité de désintégration d'un noyau.

- Modélisation : dans cette animation on considère 100 noyaux radioactifs. On suppose qu'à chaque étape (représentant un intervalle de temps), chaque noyau se désintégrera avec probabilité p, et ce indépendamment des autres noyaux. La probabilité p est fixée par le curseur rouge. En faisant varier p, cela relance les nombres aléatoires du tableau.
- Explications sur le tableau :

La ligne 2 indique le nombre de titrage.

Les lignes de 5 à 104 du tableur correspondent aux états des 100 noyaux :
- 1 si le noyau n'est pas désintégré ;
- 0 si le noyau est désintégré.

Les cellules de B5 à B104 ne contiennent que des 1, signifiant que les 100 noyaux sont initialement non désintégrés.

Dans une colonne, la cellule de la ligne 3 calcule la somme des nombres compris dans les cellules comprises entre les lignes 5 et 104 de cette colonne. Les cellules de la ligne 3 représentent donc le nombre de noyaux restants à l'étape correspondante indiquée en ligne 2.

Dans la cellule C5, la formule suivante est écrite :

$$=\text{Si } (B5 \stackrel{?}{=} 1 \wedge \text{AléaEntreBornes } (0, 100) < 100\ (1 - \$ B \$1), 1, 0)$$

Si dans la cellule B5 il y a un 1 et qu'un tirage aléatoire entre 0 et 100 donne un nombre inférieur à 100 (1-p), alors le noyau n'est pas désintégré (codé par 1), sinon le noyau est désintégré (codé par 0).

Pour terminer, cette formule est adaptée dans les différentes cellules à l'aide d'un collage spécial.

Le programme ci-dessous écrit en Python permet d'effectuer également une simulation.

- Renvoyer le nombre de noyaux restants après une étape.

```
from random import*
def compte_noyaux_restants(n,p):
      N=n
      for i in range(n):
            if random() < p :
            N=N-1
      return N
```

Par exemple `compte_noyaux_restants(10 000,0.02)` renvoie le nombre de noyaux restants après une étape, si on a initialement 10 000 noyaux et qu'ils se désintègrent avec la probabilité 0,02.

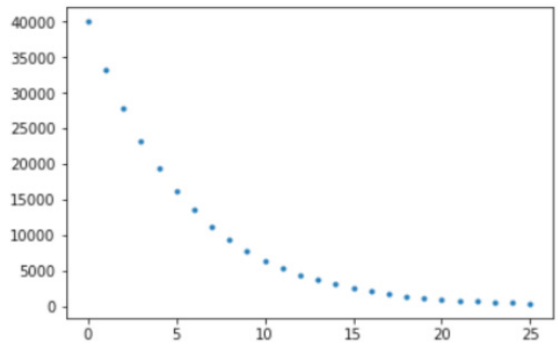
- Créer la liste contenant le nombre de noyaux restants à chaque étape jusqu'à ce qu'il n'en reste plus que 1 % du nombre initial.

```
def Liste_nb_noyaux_restants(n,p):
   L=[]
   N=n
   while n>0.01*N:
      L.append(n)
      n=compte_noyaux_restants(n,p)
   return L
```

- Dans le cas d'un échantillon contenant au départ 40 000 noyaux instables, la probabilité de désintégration de chacun étant de 1/6, représenter graphiquement la courbe d'évolution du nombre de noyaux restants.

```
import matplotlib. pyplot as plt
n=40000
L=Liste_nb_noyaux_restants(n,1/6)
m=len(L)
plt.plot (range(m),L, linestyle = 'none', marker = '.')
plt.show()
```

On obtient le graphique ci-dessous.



Activité 2 : datation au carbone 14

Les organismes vivants contiennent naturellement du carbone 14 (^{14}C) provenant de l'interaction des rayons cosmiques avec le carbone présent dans l'atmosphère. La proportion de ^{14}C par rapport au ^{12}C présent dans un organisme vivant est constante, égale à $1{,}3 \times 10^{-12}$. À la mort d'un organisme, les échanges avec l'atmosphère cessent. Le carbone 14 qu'il contient se désintègre à raison de 12 pour 1000 tous les 100 ans, alors que le ^{12}C n'évolue pas.

1. À l'aide de la calculatrice, d'un tableur ou d'un programme écrit en Python, déterminer la demi-vie du ^{14}C.
2. Des archéologues ont trouvé des fragments d'os dans lesquels la proportion de carbone 14 par rapport au carbone 12 est égale à 7×10^{-13}. Estimer l'âge de ces fragments d'os.
3. On a découvert dans une grotte en Dordogne un foyer contenant du charbon de bois. À quantité égale, un morceau de bois actuel contient 1,5 fois plus de ^{14}C que le charbon de bois prélevé dans la grotte. À la calculatrice ou au tableur, estimer une datation de l'occupation de la grotte.
4. Lorsque la teneur en carbone 14 d'un organisme devient inférieure à 0,3 % de sa valeur initiale, on ne peut plus dater précisément à l'aide du carbone 14. Déterminer l'âge à partir duquel un organisme ne peut plus être daté au carbone 14.

Activité 3 : construction dichotomique de la fonction $x \to (\frac{1}{2})^x$

Il est naturel de chercher à estimer la proportion de noyaux restants au bout d'une durée qui n'est pas un multiple entier de la demi-vie. Ainsi, on peut s'interroger sur la proportion de noyaux restants au bout de la moitié, du quart, des trois quarts d'une demi-vie, d'une demi-vie et demie, puis d'un nombre x de demi-vies, pour un nombre réel positif x quelconque.

Une construction par interpolation dichotomique permet de répondre à cette question par un passage du modèle discret d'évolution, la suite géométrique de terme général $(\frac{1}{2})^n$, au modèle continu, la fonction $x \mapsto (\frac{1}{2})^x$.

Amorce du raisonnement

Déterminons le coefficient multiplicateur a qui permet de passer du nombre de noyaux présents à la date t au nombre de noyaux présents une moitié de demi-vie après la date t, c'est-à-dire à la date $t + \frac{T_{1/2}}{2}$. L'absence de vieillissement permet d'affirmer que a est indépendant de la date de départ t.

Si le nombre de noyaux à la date t est N_0, alors le nombre de noyaux présents à la date $t + \frac{T_{1/2}}{2}$ est égal à $a \times N_0$. Le nombre de noyaux présents à la date $t + \frac{T_{\frac{1}{2}}}{2} + \frac{T_{\frac{1}{2}}}{2} = t + T_{\frac{1}{2}}$ est égal à $a \times (aN_0) = a^2 \times N_0$. Or, d'après la définition de la demi-vie $T_{\frac{1}{2}}$, le nombre de noyaux présents à la date $t + T_{\frac{1}{2}}$ est également égale à $\frac{N_0}{2}$.

On en déduit que $a^2 = \frac{1}{2}$. Donc : $a = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = (\frac{1}{2})^{\frac{1}{2}} = 2^{-\frac{1}{2}}$.

Un raisonnement analogue permet de montrer que le coefficient multiplicateur pour passer du nombre de noyaux présents à une date t au nombre de noyaux présents un quart de demi-vie après la date t, c'est-à-dire à la date $t + \frac{T_{1/2}}{4} = t + \frac{T_{1/2}}{2^2}$, est égal à $\frac{1}{\sqrt{\sqrt{2}}} = \frac{1}{\sqrt[4]{2}} = \frac{1}{(2)^{\frac{1}{4}}} = 2^{-\frac{1}{4}} = 2^{-\frac{1}{2^2}}$.

Plus généralement, le coefficient multiplicateur entre le nombre de noyaux présents à une date t et le nombre de noyaux présents à la date $t + \frac{T_{1/2}}{2^n}$ est égal à : $(\frac{1}{2})^{\frac{1}{2^n}} = 2^{-\frac{1}{2^n}}$.

Utilisation de moyennes

> **Différentes moyennes**
>
> La moyenne arithmétique de deux nombres réels a et b est égale à $\frac{a+b}{2}$.
>
> La moyenne géométrique de nombres réels positifs a et b est égale à $\sqrt{a.b}$.

Précédemment, on a montré que le nombre de noyaux restants au bout de la moitié d'une demi-vie est égal à :

$$\frac{1}{\sqrt{2}} N_0.$$

Retrouvez éduscol sur :

Le carré de ce nombre est égal à :

$$\frac{N_0{}^2}{2} = N_0 \times \frac{N_0}{2} = N_0 \times N_1.$$

Donc le nombre de noyaux restants au bout de la moitié d'une demi-vie est la moyenne géométrique du nombre de noyaux restants initialement et du nombre de noyaux restants au bout d'une demi-vie.

De manière analogue, on montre que :

- le nombre de noyaux restants au bout d'un quart de demi-vie est la moyenne géométrique du nombre de noyaux restants à l'instant initial et du nombre de noyaux restants au bout de la moitié d'une demi-vie ;
- le nombre de noyaux restants au bout de trois quarts de demi-vie est la moyenne géométrique du nombre de noyaux restants au bout de la moitié d'une demi-vie et du nombre de noyaux restants au bout d'une demi-vie.

En divisant par N_0 le nombre de noyaux restants, on obtient la proportion de noyaux restants par rapport au nombre initial de noyaux. D'où l'idée de compléter le nuage de points $[n, \frac{1}{2^n}]$ correspondant à la suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$ en intercalant entre deux points consécutifs $[n, \frac{1}{2^n}]$ et $[n+1, \frac{1}{2^{n+1}}]$ le point ayant pour abscisse la moyenne arithmétique de n et $n+1$ et pour ordonnée la moyenne géométrique de $\frac{1}{2^n}$ et $\frac{1}{2^{n+1}}$.

Mise en œuvre sur un tableur

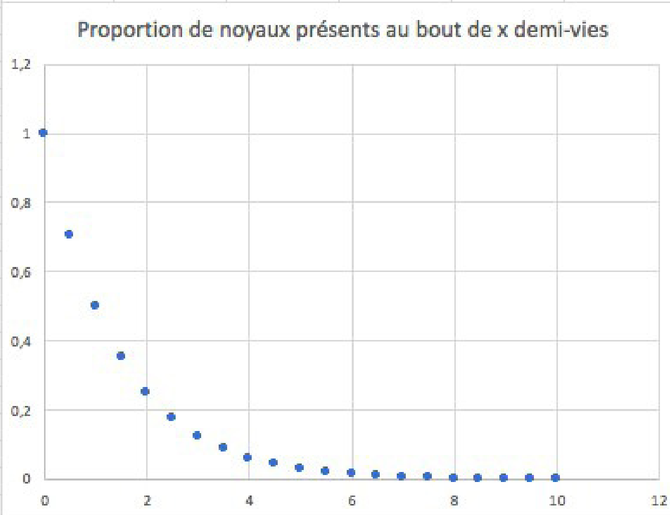
Intercaler les milieux des entiers compris entre 0 et 10 (pas égal à 0,5).

La valeur 0,5 de la cellule A3 est obtenue en tapant MOYENNE(A2 ; A4).

La valeur 0,70710678 de la cellule B3 est obtenue en tapant MOYENNE.GEOMETRIQUE(B2 ; B4).

Pour obtenir les valeurs correspondant aux lignes impaires, copier les formules et effectuer un collage spécial afin d'adapter la formule à la ligne concernée.

	A	B
1	x	P(x)
2	0	1
3	0,5	0,70710678
4	1	0,5
5	1,5	0,35355339
6	2	0,25
7	2,5	0,1767767
8	3	0,125
9	3,5	0,08838835
10	4	0,0625
11	4,5	0,04419417
12	5	0,03125
13	5,5	0,02209709
14	6	0,015625
15	6,5	0,01104854
16	7	0,0078125
17	7,5	0,00552427
18	8	0,00390625
19	8,5	0,00276214
20	9	0,00195313
21	9,5	0,00138107
22	10	0,00097656



La représentation graphique montre bien que les nouvelles valeurs complètent le nuage de points précédent.

Le procédé peut se poursuivre en intercalant à chaque fois les moyennes arithmétiques dans la colonne A et géométriques dans la colonne B de manière à approcher au mieux la fonction $x \to (\frac{1}{2})^x$.

Mise en œuvre sur un programme Python

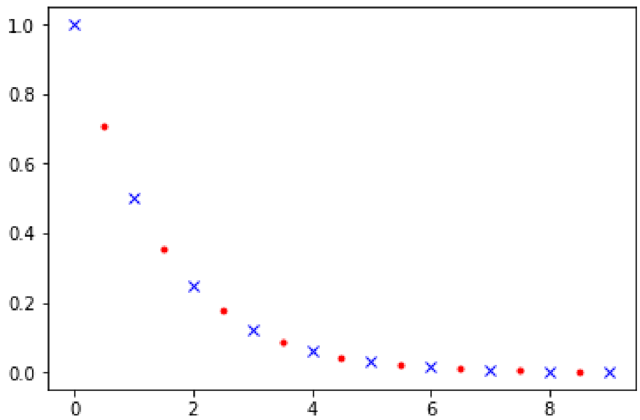
Le programme ci-après permet d'intercaler un point entre deux des points du nuage $[n, 0{,}5^n]$.

```
In [1]: from matplotlib import pyplot as plt
        from math import sqrt

In [2]: N = 10
        abscisses = [ i for i in range(N)]
        ordonnees = [ 0.5 ** i for i in range(N)]

In [3]: for i in range(N-1):
            x = (abscisses[i]+abscisses[i+1])/2
            y = sqrt(ordonnees[i]*ordonnees[i+1])
            abscisses.append(x)
            ordonnees.append(y)
```

On affiche alors les points à l'aide des commandes suivantes.

```
In [5]: plt.plot(abscisses[:N],ordonnees[:N],'bx')
        plt.plot(abscisses[N:],ordonnees[N:],'r.')
```

On obtient le graphique ci-dessous.



En itérant le processus, on obtient un nuage de points qui approche la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par $F(t) = \left(\frac{1}{2}\right)^t$, fonction accessible avec une touche de la calculatrice.

Faire afficher un tableau de valeurs de cette fonction et comparer ces valeurs à celles obtenues aux questions précédentes.

Pour aller plus loin

- Modèle continu de désintégration radioactive : fonctions exponentielles.
- Utilisation de la fonction logarithme pour calculer le temps au bout duquel la proportion de noyaux restants atteint une valeur donnée.

Bibliographie et sitographie

- *Madame Curie*, Eve Curie, Gallimard, 1938.
- Site de l'institut de radioprotection et de sureté nucléaire (IRSN).
- Site de la radio France Culture : Radium Girls (1/2) : des femmes lumineuses ; Radium Girls (2/2) : le radium au tribunal.