

## ENSEIGNEMENT DE LA RELATION DE BERNOULLI ASPECTS DIDACTIQUES

Jusqu'alors, la relation de Bernoulli n'était abordée dans l'enseignement secondaire que dans les filières technologiques, notamment en STI2D. Elle figure désormais au programme de l'enseignement de spécialité physique-chimie de la classe de terminale générale<sup>1</sup>.

Dans ce document, nous nous proposons d'évoquer quelques éléments de réflexion didactique sur l'enseignement de la mécanique des fluides. Nous évoquons le recours à l'expérimental, les notions de modèle et de contexte ainsi que quelques difficultés de raisonnement constatées en mécanique des fluides chez des lycéens et étudiants de premier cycle universitaire.

### Recours à l'expérimental

Nous présentons ici trois situations couramment évoquées dans une séquence d'enseignement de mécanique des fluides. Nous indiquons également quelques remarques et résultats en lien avec ces situations, constatés lors d'une enquête auprès d'enseignants et d'étudiants de premier cycle universitaire.

#### Situation 1 liée à la formule de Torricelli

Soit un réservoir de hauteur  $h$  et de section libre  $S$  contenant un liquide (figure 1).

On perce un trou en  $B$ , de section  $s \ll S$ .

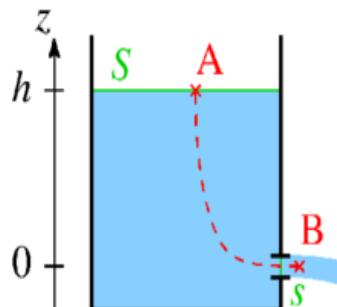


Figure 1 : Réservoir percé d'un trou

1. Signalons les efforts réguliers des enseignants-chercheurs Guyon, Hulin et Petit pour promouvoir la mécanique des fluides auprès de la communauté enseignante de physique-chimie du secondaire, via notamment de nombreux articles dans le BUP, revue de l'Union des Professeurs de physique et de chimie (UdPPC). Ils constatent et mettent en avant que les démarches de raisonnement en mécanique des fluides diffèrent de celles d'un enseignement traditionnel dans la mesure où la valorisation de l'observation, le recours aux ordres de grandeurs et l'analyse dimensionnelle y sont très présents.

Soit  $v_0$  la vitesse (moyenne) à la surface libre et  $v$  celle en sortie du trou.

On note  $P_0$  la pression atmosphérique.

**Que dire de l'écoulement ? En déduire une comparaison entre  $v_0$  et  $v$ .**

On assimile cet écoulement à un écoulement permanent et incompressible<sup>2</sup>.

Il y a donc conservation du débit volumique :

$$v_0 S = v s$$

Or  $s \ll S$

Donc<sup>3</sup>  $v \gg v_0$

**En déduire un lien entre  $v$  et  $h$ , en supposant les conditions de validité de la relation de Bernoulli vérifiée.**

Pour un écoulement homogène, incompressible, permanent et parfait, la relation de Bernoulli sur une ligne de courant entre les points  $A$  et  $B$  s'écrit :

$$P_0 + \frac{1}{2}\rho v_0^2 + \rho g h = P_0 + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g * 0$$

Soit ici  $\rho g h \approx \frac{1}{2}\rho v^2$

Soit  $v \approx \sqrt{2 g H}$  (formule dite de Torricelli)

NB1 : Un point qui a été constaté comme étant délicat pour des étudiants de premier cycle universitaire est de comprendre que la pression en B est égale à la pression atmosphérique  $P_0$ . Le jet en B étant supposé parallèle, la pression dans le jet vaut  $P_0$ .

NB2 : La « formule de Torricelli » est un cas particulier d'application de la relation de Bernoulli. Pour autant, historiquement, c'est la recherche d'une justification aux résultats de l'expérience de Torricelli (~ XVII<sup>e</sup> siècle) qui a poussé les savants du XVIII<sup>e</sup> siècle, parmi lesquels figuraient Bernoulli (fils & père), D'Alembert et Euler, à construire un modèle pour étudier l'écoulement d'un fluide.

NB3 : Notons que l'on retrouve un résultat analogue à ce que la mécanique du point annoncerait, ce qui est surprenant *a priori*. En effet, on pouvait s'attendre à une influence de l'interaction entre particules de fluide via les termes de pression : on constate que sur ce cas particulier, ils se compensent.

2. Dans le programme il est question de l'écoulement d'un fluide incompressible. Rappelons que la relation de Bernoulli peut s'appliquer à l'écoulement d'un liquide mais aussi d'un gaz, sous certaines conditions d'écoulement. Autant les élèves ne sont pas surpris qu'on applique cette relation à un liquide, qu'ils assimilent assez facilement à un fluide (quasi-)incompressible, autant appliquer cette relation à un gaz peut les surprendre, un gaz étant annoncé compressible (et non incompressible) dans les classes antérieures. Pour éviter cette éventuelle confusion, en post bac, on indique plus souvent que c'est l'écoulement qui est supposé incompressible plutôt que le fluide.

3. Au point B, en sortie de l'orifice, il y a en fait une contraction du jet : la section réelle du jet y est inférieure à la section de l'orifice  $s$ . En toute rigueur,  $v_0 S = v s_B$  avec  $s_B < s$ .

## Situation 2 liée à l'effet Venturi

Soit un écoulement incompressible d'eau dans une canalisation de section  $S_1$  et présentant un rétrécissement de section  $S_2$  (figure 2). Soit  $v_1$  la vitesse (moyenne) et  $P_1$  la pression dans la zone<sup>4</sup> de section  $S_1$  et  $(v_2, P_2)$  celles dans la zone de section  $S_2$ .

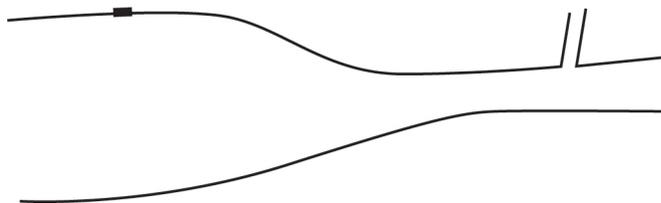


Figure 2 : Canalisation avec rétrécissement

### Comparer $v_1$ à $v_2$ . Puis comparer $P_1$ à $P_2$ .

Il y a conservation du débit volumique pour un écoulement permanent et incompressible :

$$v_1 S_1 = v_2 S_2$$

$$\text{Or } S_2 < S_1$$

Donc  $v_2 > v_1$  : la vitesse du fluide augmente dans un rétrécissement.

Pour un écoulement homogène, incompressible, permanent et

parfait<sup>5</sup>, la relation de Bernoulli sur une **ligne de courant, prise ici horizontale**<sup>6</sup> (figure 2'), s'écrit :

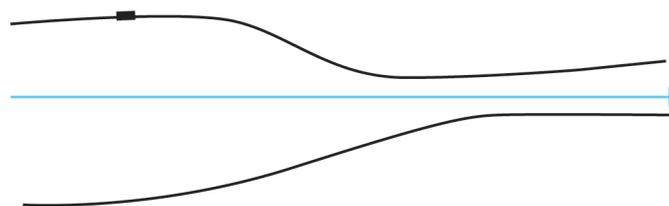


Figure 2' : tracé de la ligne de courant horizontale

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g z_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g z_2$$

La ligne de courant ayant été choisie horizontale,  $z_1 = z_2$  :

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 \quad (1)$$

$$\text{Or } v_2 > v_1$$

Donc  $P_2 < P_1$  : la pression du fluide diminue dans un rétrécissement (effet Venturi).

**Expérimentalement**, on peut visualiser cette baisse de pression en insérant deux fins<sup>7</sup> tubes dans la canalisation, l'un en amont du rétrécissement (n°1) et l'autre en aval du rétrécissement (n°2) (figure 3). On observe une baisse du niveau d'eau dans le second tube par rapport au premier.

4. En se plaçant « loin » en amont et en aval du rétrécissement, on y suppose la vitesse uniforme dans une section donnée.

5. Au sens où on néglige les forces de viscosité : pour plus de détails, voir (Guyon, 2001) pages 274-275.

6. Un point délicat lors de l'utilisation de la relation de Bernoulli est le choix des points d'application.

7. Le tube perturbe peu l'écoulement si son diamètre est très faible devant celui de la canalisation.

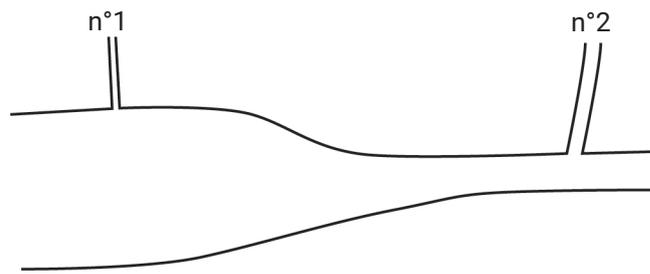


Figure 3 : 2 prises de mesure de pression

De cette étude qualitative on peut passer à une étude quantitative en mesurant cette différence de hauteur dans les deux tubes et en la reliant à la différence de pression dans l'écoulement. Cette étape peut être délicate pour l'élève, dans la mesure où il doit basculer d'un raisonnement sur un fluide en écoulement dans la canalisation à un raisonnement sur un fluide statique dans les fins tubes.

Par ailleurs, signalons qu'il y a des dispositifs à destination des lycées où la canalisation reprend la forme initiale qu'elle avait en amont du rétrécissement. Un troisième fin tube (n°3) peut être ajouté dans cette zone où la canalisation a repris sa forme initiale (figure 3').

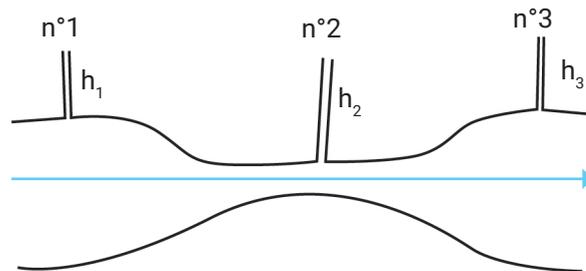


Figure 3' : 3 prises de mesure de pression

- Dans la canalisation, au niveau de ce troisième tube, la section  $y$  est la même qu'au niveau du premier tube : la vitesse (moyenne) d'écoulement  $y$  est donc la même.
- D'après la relation de Bernoulli, en supposant l'écoulement parfait, on devrait y retrouver la même pression que dans le premier tube et cette pression devrait être plus élevée que dans le deuxième tube. Le niveau d'eau dans le troisième tube devrait donc être identique à celui dans le premier tube.
- Or ce n'est pas le cas : on observe expérimentalement que, dans le troisième tube, le niveau d'eau est certes plus haut que dans le deuxième, mais qu'il est plus bas que dans le premier. On ne retrouve pas une pression aussi élevée qu'en amont du rétrécissement.
- En effet, les phénomènes dissipatifs, négligés lorsqu'on suppose l'écoulement parfait, ne le sont pas complètement dans cette situation. Ils aboutissent à une diminution de la pression tout au long de l'écoulement dans la canalisation. Dans le langage des hydrauliciens, on parle de « pertes de charge ».
- Ainsi, un même dispositif expérimental permet à la fois de prévoir un résultat à l'aide de la relation de Bernoulli (observation des tubes n°1 et n°2) et d'en montrer les limites (observation des tubes n°1 et n°3).

L'enseignant a conscience des limites du modèle de l'écoulement parfait. Pour autant, s'il choisit de présenter le dispositif à trois tubes à un lycéen, l'enseignant doit y avoir réfléchi au préalable. En effet, le lycéen débute dans l'utilisation de la relation de Bernoulli. Il s'agit que le lycéen ait confiance en la relation que l'enseignant introduit. Si elle est immédiatement mise en défaut, cela peut être gênant pour le lycéen.

### Remarque

Proposer des approximations et les valider est une démarche difficile pour l'élève, qui nécessite l'aide de l'enseignant. Ce dernier ayant un rôle de médiateur dans l'apprentissage de l'élève, créer des connexions entre empirie et théorie chez l'élève nécessiterait son appui.

Lors d'entretiens menés auprès d'enseignants de premier cycle universitaire dans le cadre d'une enquête (Crastes, 2019), un schéma leur est montré (figure 4), sur lequel apparaît une canalisation présentant un rétrécissement, avec deux prises de mesure de pression, l'une en amont du rétrécissement et l'autre en aval.

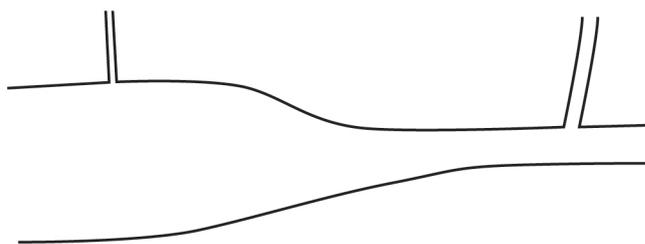


Figure 4 : Schéma d'un 'rétrécissement'

Il est demandé à l'enseignant s'il reprend cette situation dans son cours et s'il anticipe des difficultés particulières associées.

Ce schéma, que nous avons rencontré dans tous les ouvrages consultés de mécanique des fluides pour physiciens de premier cycle universitaire, est généralement introduit en lien avec l'effet Venturi pour illustrer la relation de Bernoulli. Tel que présenté dans les manuels, est énoncée dans un premier temps la conservation du débit volumique, ce qui aboutit à une augmentation de la vitesse en aval du rétrécissement par rapport à l'amont. De là il est fait référence à la relation de Bernoulli pour justifier qu'à cette augmentation de la vitesse est associée une diminution de la pression (effet Venturi).

Dans ce contexte, la viscosité de l'écoulement n'est pas prise en compte : il est souvent indiqué dans les manuels que l'on suppose l'écoulement 'parfait', sans qu'une justification de cette approximation ne soit apportée. On s'attend donc à ce que les enseignants de physique ne soient pas surpris par ce schéma et déclarent l'utiliser en cours en lien avec la relation de Bernoulli. Pour autant, perçoivent-ils des difficultés dans cette situation en termes de modélisation ?

Il a été constaté que les enseignants indiquant, en entretien, ne pas aborder le domaine de validité d'un modèle ou l'aborder sans l'analyser ont tendance à considérer la situation du rétrécissement de la figure 1 comme ne présentant pas ou peu de difficultés. Les éventuelles difficultés évoquées ne sont alors que du registre du 'calculatoire' (conversion d'unités, isoler la pression ou la vitesse dans la relation de Bernoulli, etc.), ce qui apparaît cohérent avec l'utilisation du modèle qu'ils proposent (à savoir énoncer une liste d'hypothèses, écrire une formule et en déduire l'expression d'une grandeur inconnue).

Au contraire, les enseignants analysant le domaine de validité d'un modèle<sup>8</sup>, en se demandant par exemple s'il est légitime de recourir à la relation de Bernoulli dans cette situation (c'est-à-dire en se demandant si l'écoulement est permanent, incompressible, etc.) ont tendance à évoquer des difficultés conceptuelles liées à cette situation, par exemple, le risque de confusion entre les propriétés de la zone où le fluide est en écoulement et celles dans les fins tubes, où le fluide est statique.

Signalons également que les enseignants qui n'analysent pas le domaine de validité du modèle le justifient par des arguments liés au programme (il s'agit d'un cours introductif de mécanique des fluides) mais aussi liés à des convictions personnelles.

Il nous semble que ces constats incitent l'enseignant à s'interroger sur ses propres convictions sur ce qu'est un modèle, un contexte, etc.

### Situation 3 liée au tube de Prandtl

Le tube de Prandtl est une variante du tube de Pitot. On parle aussi de sonde Pitot.

Il y a deux zones de prise de mesure de la pression, aux points A et B (figure 5).

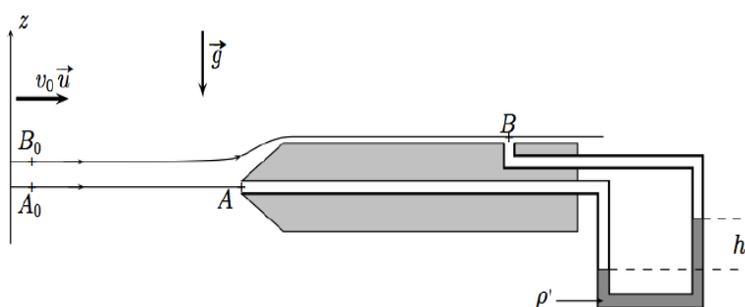


Figure 5 : Tube de Prandtl

On suppose un fluide en écoulement à une vitesse  $v_0 \vec{u}$  supposée uniforme loin du tube de Prandtl.

On applique la relation de Bernoulli à deux lignes de courant distinctes : on introduit un point  $A_0$  couplé à A et un point  $B_0$  couplé à B.

Sur la ligne de courant à laquelle appartiennent A et  $A_0$  :

$$P_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2 + \rho g z_A = P_{A_0} + \frac{1}{2} \rho v_0^2 + \rho g z_{A_0}$$

Or A est un point d'arrêt :  $v_A = 0$  ; A et  $A_0$  sont à la même altitude :  $z_A = z_{A_0}$  ;  $P_{A_0} = P_0$ .

$$\text{Donc } P_A = P_0 + \frac{1}{2} \rho v_0^2 \quad (2)$$

8. Signalons que dans l'échantillon d'une quarantaine d'enseignants post bac interviewés, il y en a eu peu qui ont indiqué analyser le domaine de validité du modèle retenu dans leur séquence d'enseignement.

De même, sur la ligne de courant à laquelle appartiennent B et B<sub>0</sub> :

$$P_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2 + \rho g z_B = P_{B_0} + \frac{1}{2} \rho v_{B_0}^2 + \rho g z_{B_0}$$

Or on néglige<sup>9</sup> la variation d'altitude entre les points B et B<sub>0</sub> :  $z_B \approx z_{B_0}$ , on néglige la variation d'altitude entre les points A<sub>0</sub> et B<sub>0</sub> :  $P_{B_0} \approx P_{A_0} \approx P_0$

$$\text{Donc } P_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2 \approx P_0 + \frac{1}{2} \rho v_0^2 \quad (3)$$

$$\text{De (3) dans (2) : } P_A \approx P_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2$$

$$\text{On en déduit que } P_A - P_B \approx \frac{1}{2} \rho v_B^2$$

Ainsi, la mesure de la différence de pression entre les points A et B permet d'accéder à la vitesse de l'air par rapport à l'avion au voisinage du point B, qui est proche<sup>10</sup> de la vitesse  $v_0$ .

Si on ajoute un tube en U comme indiqué sur le schéma, on a également  $P_A - P_B = \rho' g h$

Donc  $\frac{1}{2} \rho v_0^2 = \rho' g h$  : de la lecture de la différence de hauteur  $h$  on accède à la vitesse de l'air  $v_0$ .

### Pistes de réflexion en lien avec un recours à l'expérimental : quelle place lui accorder ?

En fonction des contraintes logistiques et des choix pédagogiques retenus, nous suggérons de réfléchir aux éléments suivants :

- La nature des expériences que l'on souhaite proposer aux élèves (qualitatives ou quantitatives). Pour évaluer un débit volumique, on peut débiter par la mesure d'un volume fixé (volume d'un bécher) dans un intervalle de temps mesuré au chronomètre. Dans la situation 2, on peut débiter en bloquant l'écoulement, on constate que le niveau d'eau est le même dans tous les tubes en statique. Puis permettre l'écoulement, on constate que lorsque le fluide s'écoule, ce n'est plus le cas (et que le niveau atteint dans chaque tube est plus bas qu'en statique) : les propriétés d'un fluide en écoulement sont a priori différentes de celles d'un fluide statique.
- Le support retenu (manipulation de cours, travaux pratiques (TP), vidéo, expérience décrite sur un document visuel ou manuscrit)
- La personne réalisant l'expérience (s'agit-il de l'enseignant, d'un ou des élèves ? Pourquoi ?)
- Le positionnement de l'expérience dans la situation d'enseignement : s'agit-il de proposer une expérience introductive, à but illustratif ou ludique ou cette expérience vient-elle en fin de situation d'enseignement, comme confrontation des prévisions du modèle aux données expérimentales ? L'expérience peut également constituer la tâche principale de la mise en activité des élèves.
- L'existence d'une éventuelle mise en parallèle des contextes empiriques présentés : des contextes techniques et industriels liés à des canalisations présentant des rétrécissements, des contextes biomédicaux avec un écoulement sanguin.

9. Un autre point délicat lors de l'utilisation de la relation de Bernoulli est l'estimation des termes négligeables dans la situation abordée.

10. En effet,  $v_B \approx v_0$  si le point B est suffisamment en aval de A et si la section du tube de Prandtl est faible devant celle du canal d'écoulement.

## Quelques remarques sur les notions de modèle et de contexte

### Pistes de réflexion en lien avec la notion de modèle

Sur l'exemple de la relation de Bernoulli nous suggérons des pistes de réflexion en lien avec deux aspects de ce qu'est un modèle en physique : quelques-unes de ses caractéristiques et sa mise en œuvre en situation d'enseignement.

#### Quelques aspects relevant des caractéristiques du modèle

- Est-il prévu d'exprimer la relation de Bernoulli entre deux points

$\left( P_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2 + \rho g z_A = P_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2 + \rho g z_B \right)$  ou alors d'annoncer que sous certaines conditions, un terme, la « charge », est égal à une constante  $\left( P + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g z = \text{cte} \right)$  ?

Ecrire qu'un terme, ici la charge, est égal à une constante, plutôt que de spécifier les points où appliquer la relation rendrait cette relation non opérationnelle pour certains élèves : ils bloqueraient, ne sachant pas par quoi remplacer la constante<sup>11</sup>.

Il vaudrait donc mieux préciser les points A et B et les indiquer sur un schéma, ce qui permettrait également d'insister sur le fait que la relation de Bernoulli s'applique a priori en deux points d'une même ligne de courant.

- Est-il prévu d'énoncer la relation de Bernoulli en unités de pression, d'énergie massique, de hauteur ?

Le programme n'indique pas de formulation particulière. A priori, n'en retenir qu'une tout au long de sa séquence d'enseignement paraît pertinent. Il peut être intéressant de faire réfléchir les élèves aux unités des grandeurs introduites.

Formulation avec des termes homogènes à des pressions (ou énergies volumiques) :

$$P_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2 + \rho g z_A = P_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2 + \rho g z_B$$

Formulation avec des termes homogènes à des énergies massiques :

$$\frac{P_A}{\rho} + \frac{1}{2} v_A^2 + g z_A = \frac{P_B}{\rho} + \frac{1}{2} v_B^2 + g z_B$$

Formulation avec des termes homogènes à des hauteurs :

$$\frac{P_A}{\rho g} + \frac{1}{2} \frac{v_A^2}{g} + z_A = \frac{P_B}{\rho g} + \frac{1}{2} \frac{v_B^2}{g} + z_B$$

Signalons que dans des formations post-bacs de type CPGE, on énonce plutôt la relation de Bernoulli en termes de pression, tandis que dans des formations de type STS, on retiendrait plutôt une formulation en termes de hauteur.

11. Ce conseil s'applique également lorsqu'il s'agit d'écrire la conservation de l'énergie mécanique ou la relation de Laplace en thermodynamique.

- **Évaluer la validité des approximations proposées** apparaît délicat à mener en séquence d'enseignement à un niveau pré-bac. Pour autant, à titre personnel, on peut cependant s'interroger sur ces points et en discuter avec les membres de son équipe. Il s'agirait ici de prendre conscience de l'importance de délimiter le domaine de validité du modèle retenu. Par exemple l'incompressibilité de l'écoulement gazeux étudié est vérifiée si l'inégalité  $\frac{v}{c_{son}} \ll 1$  est vérifiée<sup>12</sup> avec  $v$  l'ordre de grandeur de la vitesse du fluide et  $c_{son}$  la célérité du son dans ce fluide.

Approximer l'écoulement comme étant parfait est raisonnable si on l'étudie au-delà du strict voisinage des obstacles à l'écoulement (la zone proche de l'obstacle où les effets des forces de viscosité ne sont pas négligeables est appelée 'couche limite'<sup>13</sup>).
- **La comparaison des ordres de grandeur entre les prévisions dues au modèle et les résultats expérimentaux est-elle prévue ? L'écart est-il justifié ?**

Dans la situation 2, si on souhaite relier quantitativement la vitesse à la différence de pression à l'aide de l'équation (1), la donnée du diamètre de la canalisation est nécessaire. L'écart entre la donnée constructeur et la valeur réelle du diamètre peut expliquer l'écart entre les prévisions du modèle et les résultats expérimentaux obtenus<sup>14</sup>.

### Quelques aspects relevant de la mise en œuvre du modèle

On peut s'interroger sur **les contextes** associés à la relation de Bernoulli :

- **Les domaines d'application abordés, les choix retenus**

Les exemples sont-ils issus de la biologie lorsque les lycéens ont choisi SVT en première ou issus de la mécanique lorsque les lycéens ont choisi SI en première ? Ou à l'inverse, une ouverture sur d'autres domaines que ceux privilégiés par les élèves est-elle tentée ? La circulation sanguine (hémodynamique, athérosclérose) peut être évoquée. Parmi les dispositifs techniques figurent le tube de Pitot, les débitmètres à Venturi, etc. Le fonctionnement d'une trompe à eau du laboratoire de chimie ou celui d'un vaporisateur de parfum peuvent être abordés. On peut aussi s'intéresser au jet d'eau de Genève ou au Flyboard.

- **Les objectifs visés associés**

Les applications sont-elles perçues comme aidant à la compréhension des concepts introduits dans le cours ? Ou comme illustration des concepts ? Une prévision des résultats attendus est-elle suggérée ? Une application numérique, associée ?

12. La condition est en fait moins contraignante : il s'agit de  $\left(\frac{v}{c_{son}}\right)^2 \ll 1$  (voir (Brébec, 1998) pages 109-110).

13. À titre indicatif, l'épaisseur  $\delta$  d'une couche limite laminaire vaut  $\delta = \frac{L}{\sqrt{Re}}$  avec  $L$  la dimension caractéristique de l'obstacle à l'écoulement et  $Re$  le nombre de Reynolds associé à l'écoulement.  $Re = \frac{\rho v L}{\eta}$  avec  $\rho$  la masse volumique du fluide en écoulement,  $\eta$  sa viscosité dynamique,  $v$  sa vitesse moyenne et  $L$  la dimension caractéristique de l'obstacle à l'écoulement.

14. Sur l'exemple de la situation 2, en supposant la canalisation cylindrique de rayon  $R_1$  puis de rayon  $R_2$  après rétrécissement, de la conservation du débit volumique on obtient

$$v_1 \pi R_1^2 = v_2 \pi R_2^2 \leftrightarrow v_2 = v_1 \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2$$

d'où dans la relation de Bernoulli exprimée en (1) :  $P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho \left(v_1 \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2\right)^2$

Soit  $P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho v_1^2 \left[\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^4 - 1\right]$  : dans la relation de Bernoulli, le rayon ou le diamètre de la canalisation apparaît alors à la puissance 4.

- **Quel est l'intérêt d'enseigner la relation de Bernoulli ?**

La relation de Bernoulli peut être utilisée de manière 'utilitaire', lorsque par exemple on cherche à estimer une pression ou une vitesse.

Au-delà, elle est intéressante pour évoquer le domaine de validité d'un modèle : par exemple, faire l'approximation que l'écoulement est parfait, c'est supposer que les phénomènes dissipatifs sont négligeables. Est-ce légitime et si oui, dans quelle zone de l'écoulement ? Les prévisions du modèle sont-elles observées expérimentalement sur l'exemple de la situation 2 liée à l'effet Venturi par exemple ?

- **Le savoir à enseigner est-il introduit à partir de questions possibles posées par l'élève, liées à ce qu'il peut observer et manipuler ?**

### *Quelques difficultés éventuelles que pourraient rencontrer les élèves, en lien avec la relation de Bernoulli<sup>15</sup>*

#### Choisir les points où appliquer la relation de Bernoulli<sup>16</sup> si ce n'est pas indiqué dans l'énoncé.

La mécanique des fluides nécessite un certain vécu afin d'y être à l'aise. Lors des activités pédagogiques, il s'agirait de monter progressivement en difficulté pour aborder la résolution d'un problème donné. Indiquer les points où appliquer la relation, justifier ce choix auprès des lycéens puis fournir de moins en moins d'indices au fur et à mesure des exercices proposés afin de rendre l'élève autonome.

#### Négliger ou non les variations d'altitude lorsqu'il y a à utiliser la relation de Bernoulli

Estimer la contribution relative de chacun des termes de la relation de Bernoulli (terme d'énergie cinétique, terme d'énergie potentielle de pesanteur, terme lié à la pression) peut être problématique pour des lycéens. À un niveau pré-bac, il apparaît donc pertinent, dans un premier temps, de fournir l'indication (plus ou moins guidée) dans l'énoncé. Ainsi, suggérer de travailler sur la ligne de courant horizontale dans une canalisation, préciser qu'on néglige la variation d'altitude entre les deux points de mesure d'un tube de Prandtl, etc.

Dans la situation 1, la pression dans le jet d'eau en sortie du trou vaut la pression atmosphérique. C'est un point délicat à percevoir pour de nombreux élèves.

#### Prévoir l'évolution de la pression lors d'un rétrécissement

Ce point est détaillé dans la suite de ce document.

#### Relier les vitesses aux rayons des canalisations

C'est une difficulté calculatoire. Pour une canalisation cylindrique, il faut connaître la surface d'un disque. Comme indiqué dans les conditions de la note 14, dans la relation de Bernoulli, le rayon (ou le diamètre) de la canalisation y apparaît alors à la puissance 4.

15. Dans le cadre d'une réflexion personnelle de l'enseignant sur les subtilités liées à la poussée d'Archimède, qui est au programme de terminale, nous recommandons la lecture d'un article du BUP (Lafaille, 2011). Concernant la statique des fluides, qui est au programme de première, la situation d'un poisson dans une grotte sous-marine, évoquée par Viennot dans un autre article du BUP, pourrait être utilisée en séquence d'enseignement (Besson, 2001).

16. Signalons que beaucoup d'étudiants mettent un *i* de trop et écrivent alors 'Bernouilli'. Un moyen mnémotechnique : « un seul *i* dans Bernoulli ».

De plus, il a été constaté auprès d'étudiants de premier cycle universitaire qu'autant les étudiants maîtrisent l'écriture de la relation de Bernoulli, autant penser à écrire la conservation du débit volumique et la coupler à la relation de Bernoulli est moins aisé.

Par exemple, si on cherche à relier le débit à la variation de pression, il s'agit d'introduire le débit dans la relation de Bernoulli. Parmi les élèves qui réussissent à écrire

$D_V = v_A S_A = v_B S_B$ , certains ne perçoivent pas ensuite qu'ils ont à leur disposition deux égalités ( $D_V = v_A S_A$  et  $D_V = v_B S_B$ ) et non pas qu'une. Il n'y a plus alors qu'à substituer  $v_A$  par  $\frac{D_V}{S_A}$  et  $v_B$  par  $\frac{D_V}{S_B}$  dans la relation de Bernoulli.

### Étudier un écoulement présentant un point d'arrêt.

L'existence d'un point d'arrêt dans un écoulement est une notion délicate pour l'élève. Si une situation présentant un point d'arrêt est abordée (par exemple le cas d'un tube de Pitot), il apparaît nécessaire de justifier, par un raisonnement clair et précis, que la vitesse du fluide est nulle au point considéré.

### Connaissances « naïves » des élèves

Enseigner la démarche de modélisation à un élève nécessite de prendre en compte les connaissances et les conceptions qu'il a déjà construites en amont de la séquence d'enseignement. En effet, « *un passage sans problème des représentations quotidiennes des enfants au savoir scientifique scolaire et vice-versa est largement contesté* » (Koulaidis, 1999, p.169) : l'élève n'est pas 'un vase vide que l'on remplit'. Il s'agit de tenir cas de la connaissance « commune », nommée aussi « spontanée » (Maurines, 2013, p.2), ou encore naïve, qui est « individuelle, implicite, partiellement structurée et cohérente » (*ibid.*, p.2). Elle est parfois évoquée sous le vocable 'd'approche quotidienne', de 'modèle de l'élève' ou de 'structure d'accueil'<sup>17</sup>. Qualifiée parfois d'obstacle à l'apprentissage, elle a fait l'objet de nombreuses études en mécanique, en optique géométrique, en électricité et en physique des ondes, principalement dans les années 1980-1990 (Maurines, 1988 ; Kaminski, 1991 ; Closset, 1992 ; Viennot, 1996). Qu'en est-il en mécanique des fluides ?

### Le cas de l'écoulement d'un fluide : les travaux de Closset

L'objectif de l'équipe de Closset est d'améliorer l'enseignement de l'électricité. Ils abordent l'écoulement d'un liquide dans un circuit fermé comme analogie possible pour l'étude d'un circuit électrique. Signalons qu'ici, 'circuit fermé' désigne un circuit hydraulique bouclé sur lui-même.

Cette analogie entre hydraulique et électrique est déjà évoquée par Bachelard (1973, p.98) : « *précisément, la science moderne se sert de l'analogie de la pompe pour illustrer certains caractères des générateurs électriques ; mais c'est pour tâcher d'éclaircir les idées abstraites de différences de potentiels, d'intensité de courant. On voit ici un vif contraste des deux mentalités : dans la mentalité scientifique, l'analogie joue après la théorie. Elle joue avant dans la mentalité préscientifique* ».

17. Réussir à faire appréhender une démarche scientifique et son écart vis-à-vis de la démarche retenue par un élève apparaît comme un travail de longue haleine, dans la mesure où le modèle de l'élève est souvent « *particulièrement efficace pour comprendre le quotidien* » (Robardet, 2001, p.9). Cela peut nécessiter de la part de l'élève des étapes contenant un savoir intermédiaire entre ces deux démarches : « *L'apprentissage les conduit à passer par des connaissances intermédiaires qui peuvent être incorrectes tout en étant une étape dans la compréhension de la discipline enseignée* » (Tiberghien, 2008, p.153).

Closset rappelle l'usage par des élèves de la métaphore du fluide en mouvement en électricité, mise en évidence par Johsua puis Benseghir dans les années 1980.

L'étude de Closset est menée via des questionnaires crayon-papier auprès d'une centaine d'étudiants de première année universitaire scientifique ayant déjà reçu un enseignement d'hydrodynamique et d'une cinquantaine de novices.

Les situations envisagées concernent un circuit hydraulique. Il est constitué d'une canalisation fermée qui est reliée à une pompe et qui présente un ou plusieurs rétrécissements, une ou plusieurs ramifications<sup>18</sup>.

Par exemple, dans le circuit hydraulique de la figure 6, il est indiqué que « *P est une pompe qui établit la circulation de l'eau dans le circuit. Celui-ci est horizontal et la direction de l'eau est indiquée par les deux flèches* ».

- Il est demandé si la quantité d'eau par seconde en A sera la même, plus grande ou plus petite que celle en B.
- De même pour la quantité d'eau par seconde en B par rapport à celle en C.
- De même pour la vitesse en A par rapport à celle en B, de celle en B par rapport à celle en C.
- Puis il est indiqué que « *dans le même circuit, par un procédé quelconque, on rend le rétrécissement R encore plus étroit* » et on demande si la quantité d'eau par seconde en A sera la même, plus grande ou plus petite qu'avant.
- De même en B et en C.

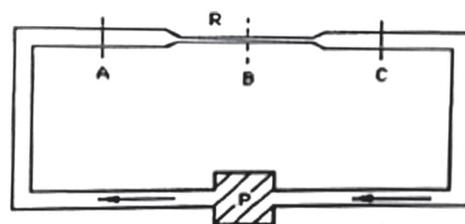


Figure 6 : Premier circuit hydraulique

#### Réponses attendues

- Egalité des débits volumiques en A, en B et en C ;
- Egalité des vitesses en A et en C et vitesse plus grande en B ;
- R est plus étroit donc plus résistant, à puissance de la pompe fixée, ce qui implique un débit volumique plus faible dans le circuit fermé.

Dans le circuit hydraulique de la figure 7, il est indiqué que le rétrécissement R2 est plus étroit que le rétrécissement R3.

- Il est demandé si la quantité d'eau par seconde en D sera la même, plus grande ou plus petite que celle en E.
- De même pour la quantité d'eau par seconde en F par rapport à celle en H.

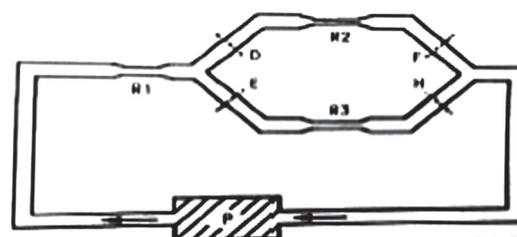


Figure 7 : Deuxième circuit hydraulique

#### Réponses attendues

- R2 est plus étroit que R3 donc R2 est plus résistant que R3, à puissance de la pompe fixée, donc le débit volumique en D est plus faible qu'en E dans le circuit fermé ;
- De même, le débit volumique en F est plus faible qu'en H dans le circuit fermé.

Retrouvez éducol sur



18. Ces situations sont fournies ici à titre indicatif pour l'enseignant et vont au-delà des attendus du programme (en particulier le cas de la figure 8).

Dans le circuit hydraulique de la figure 8,

- Il est demandé si la hauteur d'eau en A sera la même, plus grande ou plus petite que celle en B.
- De même pour la hauteur d'eau en B par rapport à celle en C.

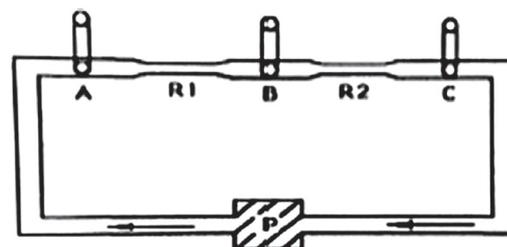


Figure 8 : Troisième circuit hydraulique

#### Réponses attendues :

- La hauteur en A est plus élevée que celle en B qui est plus élevée que celle en C.

Closset repère quatre principaux modes de raisonnement à partir des situations des figures 6 et 7 :

- **un raisonnement à débit constant** qui est majoritaire en mécanique des fluides et minoritaire en électricité, qui consiste à supposer le débit identique en tout point d'un circuit en série (ce qui, jusqu'ici est correct), mais qui est « *hyper généralisé* » au cas où le circuit est modifié dans le temps (là est l'erreur de raisonnement et aboutit à conclure que les débits en A, B et C sont inchangés lorsque R est rétréci) ;
- **un raisonnement local**, qui consiste à « *considérer que dans un circuit fermé, une modification sur le circuit (par exemple fermer une vanne) n'engendre qu'un effet local, à l'endroit même ou aux alentours immédiats de l'endroit où l'on agit* ». L'élève répondrait par exemple que les débits en A et en C sont inchangés lorsque R est rétréci alors que celui en B varierait ;
- **un raisonnement séquentiel** qui est minoritaire en mécanique des fluides et majoritaire en électricité. Il s'agit de « *suivre le débit et de considérer que les différents « obstacles » (rétrécissements, résistances) sur le chemin du courant n'ont pas de retentissement en amont de l'endroit où ils se trouvent* ». L'élève annoncerait alors que le débit volumique en A est supérieur à celui en B et que celui en B serait égal à celui en C ;
- **un raisonnement systémique**, à savoir ici considérer le système dans son ensemble, qui serait le raisonnement attendu. Dans le cas de la figure 6, la pompe génère une différence de pression qui permet d'obtenir un débit dans le circuit fermé (l'analogie électrique étant que le générateur de tension impose une différence de potentiel électrique qui permet d'obtenir un courant électrique dans un circuit fermé). Même avec ce dernier mode de raisonnement, plus de la moitié des élèves interrogés pensent que la pression est la même dans tout le circuit hydraulique fermé de la figure 8.

Closset estime qu'il existe une hiérarchie entre ces modes de raisonnement, hiérarchie qu'il s'agit d'accepter et de faire franchir à l'élève pour espérer, à terme, une assimilation correcte du contenu scientifique. Closset (1992, p.155) parle de « *chemin cognitif* » : « *les modes de raisonnement peuvent être hiérarchisés et constituent alors un passage obligé dans la construction de la connaissance scientifique de nos élèves et de nos étudiants. Les rencontrer et les dépasser en ne tentant pas de bousculer leur hiérarchie naturelle serait la garantie de l'acquisition des compétences cognitives nécessaires à une connaissance scientifique stable d'un sujet déterminé. Nous parlerons à ce propos de 'chemin cognitif'* ».

Retrouvez éducol sur



L'équipe de Closset constate des obstacles conceptuels.

**Trois idées reçues** sont mises en évidence, liées à un raisonnement qualifié de séquentiel :

- « **la section diminue donc le débit volumique diminue** »,
- « **la section diminue et une même quantité d'eau doit traverser une section donnée donc le débit volumique augmente (il y a alors confusion entre le débit volumique et la vitesse moyenne)** »,
- « **le rétrécissement n'aurait pas d'influence sur l'amont du circuit (le rétrécissement n'aurait un impact que localement)** ».

Closset note que le transfert à l'hydraulique de compétences acquises dans d'autres domaines de la physique (électricité, circulation sanguine notamment) paraît relativement faible. Il signale également que des élèves ont des difficultés à appréhender le problème dans son ensemble : ils ne voient pas l'importance de l'aspect fermé du circuit.

### Un raisonnement spontané constaté pour étudier un rétrécissement :

Lors d'entretiens dans le cadre d'une enquête de recherche (Craustes, 2019), **des étudiants français et des étudiants américains ont énoncé l'idée que lors d'un rétrécissement de canalisation, la pression serait plus forte là où la section serait la plus étroite, les particules de fluide y ayant moins de place. Naïvement, les étudiants annonceraient donc une pression plus forte au niveau d'un rétrécissement alors qu'au contraire, la pression y est plus faible qu'en amont du rétrécissement (effet Venturi).**

Ce constat a également été signalé par un enseignant interrogé ayant longtemps enseigné dans une section de STS où l'effet Venturi était au programme. En entretien, cet enseignant indiquait que « *et le gag, évidemment, c'est... on a une grande section à l'entrée puis un rétrécissement et à votre avis, là où le fluide il a passé, là [l'enseignant évoque la zone du rétrécissement] il est tout tassé, là, pour circuler dans la section contractée, comment va être la pression ? Et la réponse qui fusait c'était « ben la pression va être plus forte puisque il faut tasser pour passer, faut pousser pour passer donc la pression sera plus forte ! ». Voilà. »*

## Conclusion

Enseigner la relation de Bernoulli constitue une opportunité pour l'enseignant de réfléchir aux notions de modèle et de contexte, ainsi que de penser sa pratique expérimentale et son recours à l'histoire des sciences lors de ses séquences d'enseignement. C'est également une opportunité de découvrir un pan important et intéressant de l'histoire souvent méconnue de la mécanique des fluides.

## Bibliographie

- Bachelard, G. (1973). *Essai sur la connaissance approchée* ((4e édition), Vrin).
- Besson, U., Viennot, L., & Lega, J. (2001). Pression et statique des fluides : un début de modélisation. *BUP*, 834, 825–840.
- Blondin, C., Closset, J.-L., & Lafontaine, D. (1992). Raisonnements naturels en hydrodynamique. *Revue Française de Pédagogie*, 100, 71–80.
- Brébec, J.-M., et al, *Mécanique des fluides* (H-Prépa, Hachette supérieur).
- Closset, J.-L. (1992). Raisonnements en électricité et en hydrodynamique. *ASTER*, 14, 143–155
- Crastes, C. (2019). *Les enseignants du supérieur et l'écoulement interne d'un fluide : modélisation et contextualisation dans différentes disciplines et filières de formation en France et aux États-Unis*. (Thèse de doctorat, Université Paris-Saclay, France).
- Guyon, E., Hulin, J.-P., & Petit, L. (1990). Un enseignement de mécanique des fluides par des physiciens. *BUP*, 721, 185–201
- Guyon, E., Hulin, J.-P., & Petit, L. (2001). *Hydrodynamique physique* (EDP Sciences, CNRS Editions).
- Kaminski, W. (1991). *Optique élémentaire en classe de quatrième : raisons et impact sur les maîtres d'une maquette d'enseignement*. (Thèse de doctorat, Université Denis Diderot, France).
- Koulaidis, V. & Tsatsaroni, A., 1999. Un cadre pour reconsidérer l'enseignement des sciences. Distinguer expérimentation et expérience. *Aster*, 28, pp.167–190.
- Kuhn, T. (1990). *La tension essentielle : tradition et changement dans les sciences* (Gallimard).
- Lafaille, J.-M. (2011). Poussée d'Archimède et objet mobile. *BUP*, 937, 987–1001.
- Martinand, J. (1993). Histoire et didactique de la physique et de la chimie : quelles relations ? *Didaskalia*, (2), 89–99.
- Maurines, L., & Saltiel, E. (1988). Mécanique spontanée du signal. *BUP*, 707 (1), 1023–1041.
- Maurines, L., Ramage, M., & Beaufils, D. (2013). La nature des sciences dans les programmes de seconde de physique-chimie et de sciences de la vie et de la terre, *Rdst*, 19–52.
- Robardet, G. (1998). La didactique dans la formation des professeurs de sciences physiques face aux représentations sur l'enseignement scientifique. *Aster*, 26, 31–58.
- Viennot, L. (1996). *Raisonnement en physique la part du sens commun*. De Boeck Université.