PROGRAMMER EN PYTHON

FICHE N°2 : VARIABILITÉ D'UNE MESURE

La mesure de la période d'un pendule simple et son utilisation pour déterminer une valeur expérimentale de la valeur du champ de pesanteur terrestre permettent d'illustrer simplement l'influence de la variabilité des mesures sur la détermination d'une grandeur. Ici, on cherche à simuler cette démarche à l'aide d'un script écrit en langage Python.

> **Capacité numérique mise en œuvre**
> Simuler, à l'aide d'un langage de programmation, un processus aléatoire illustrant la détermination de la valeur d'une grandeur avec incertitudes-types composées.

Présentation

On simule la mesure de la période T et de la longueur L d'un pendule avec le module random de Python, soit selon une répartition uniforme soit selon une loi normale. On calcule ensuite, pour chaque couple de mesures, la valeur de g à l'aide de l'expression théorique pour les petites oscillations :

$$g = \frac{4.\pi^2.L}{T^2}$$

On obtient ainsi des mesures de g dont on peut tracer l'histogramme. On peut aussi déterminer la valeur moyenne de ces mesures et l'écart-type sur les mesures de g.

Comme l'exécution du module random produit un ensemble de couple aléatoire de valeurs pour T et L, chaque nouvelle exécution du même scripte abouti à une nouvelle valeur moyenne pour g.

Répartition uniforme des valeurs

On simule la mesure de la période T et de la longueur L d'un pendule. Avec le module random de Python, on simule 100 mesures de T (réparties uniformément entre 0,88 et 0,90 s) et de L (réparties uniformément entre 19,7 et 19,9 cm). On calcule ensuite les valeurs de g, la moyenne et l'écart type.

```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
#%%
Lvar=np.random.uniform(19.7,19.9,100)
Tvar=np.random.uniform(0.88,0.90,100)
gvar=4*np.pi**2*Lvar*10**(-2)/Tvar**2
gmoy=np.mean(gvar)
dg=np.std(gvar)
print('moyenne des mesures de g =',gmoy,'écart-type =',dg)
```

Une exécution de ce script renvoie une valeur de g qui dépend des couples de valeurs aléatoires de T et L :

```
moyenne des mesures de g = 9.865359517202187 écart-type = 0.13337196549847452
```

Une nouvelle exécution du même scripte renvoie une autre valeur moyenne de g et l'écart type :

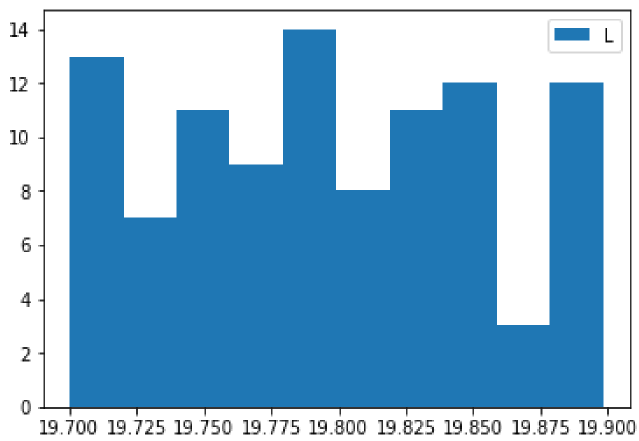
```
moyenne des mesures de g = 9.865261121188594 écart-type = 0.1336586782216507
```

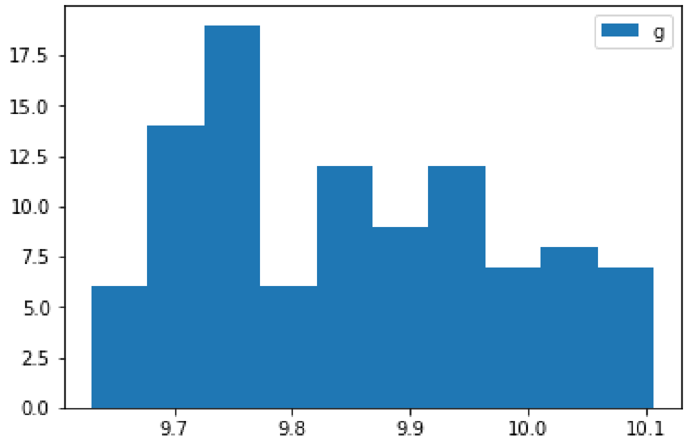
Visualisation des distributions de mesures simulées et de calcul de g

On peut ensuite faire tracer une représentation type histogramme des mesures simulées et des valeurs calculées pour g, afin de rendre plus claire la notion de moyenne et la notion d'écart-type.

```python
plt.hist(Lvar, bins =10)
plt.legend('L mesurée')
plt.show()
plt.hist(gvar, bins =10)
plt.legend('g mesurée')
plt.show()
```

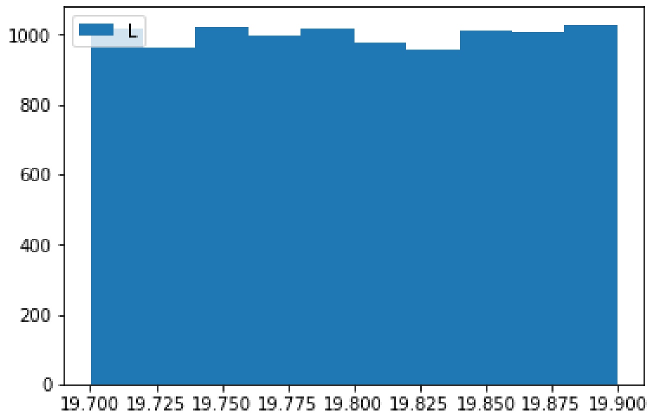
Qui renvoient :

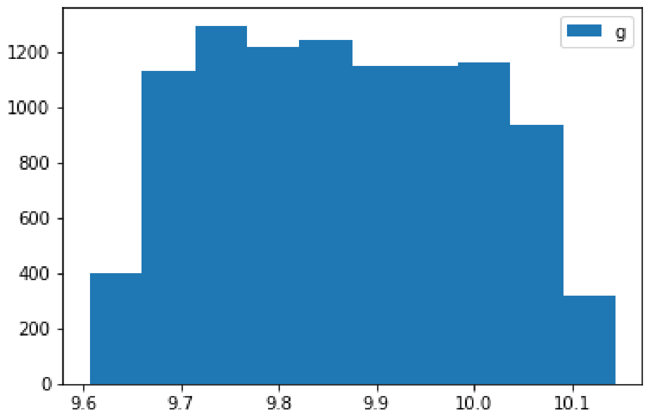




On peut augmenter le nombre de couples de valeurs pour T et L :

```
Lvar=np.random.uniform(19.7,19.9,10000)
Tvar=np.random.uniform(0.88,0.90,10000)
```





On peut voir que la distribution des mesures de longueur n'est pas exactement uniforme avec 10000 mesures. On peut voir émerger une distribution en cloche pour les valeurs de g.

Pour aller plus loin

On pourra ensuite prendre des valeurs très variables pour l'un des deux paramètres mesurés – par exemple T – pour montrer que la variabilité de g est pour l'essentiel affectée par la variabilité de son paramètre le plus incertain, par exemple en augmentant l'intervalle des valeurs de L.

```
Lvar=np.random.uniform(19.7,19.9,100)
Tvar=np.random.uniform(0.79,0.99,100)
```

Renvoie, pour une exécution, à un écart type plus important :

```
moyenne des mesures de g =  10.077300179791829 écart-type = 1.2822708397673632
```

Vers la loi normale

La répartition des mesures d'une grandeur physique suit généralement une loi normale. On pourra simuler la mesure de la période T et de la longueur L d'un pendule avec le module random mais en effectuant le tirage selon une loi normale. On simule 100 mesures de T (réparties autour d'une valeur moyenne de 0,89 s avec un écart type de 0,005 s) et de L (réparties autour d'une valeur moyenne de 19,8 cm avec un écart type de 0,05 cm). Le calcul, pour chaque couple de mesures, de la valeur de g est inchangé. On peut faire varier le nombre de mesures pour illustrer la convergence des valeurs de g vers une loi normale pour un grand nombre de tirage.

```
Lvar=np.random.normal(19.8,0.05,100)
Tvar=np.random.normal(0.89,0.005,100)
```

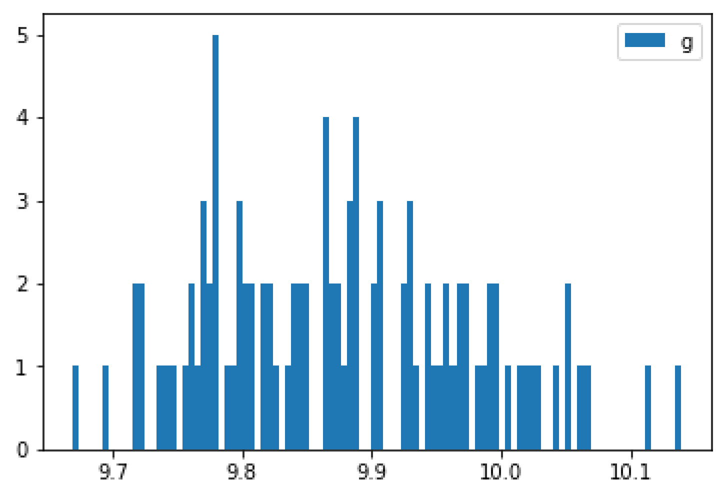
Pour augmenter à 100 le nombre de valeurs affichées dans l'histogramme des valeurs de g « bins=100 »

```
plt.hist(gvar, bins =100)
plt.legend('g mesurée')
plt.show()
```

Résultats d'une exécution du programme

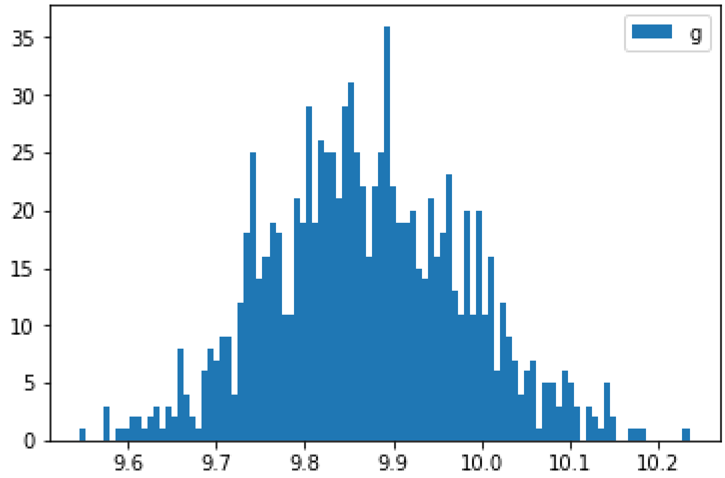
Pour 100 tirages

```
moyenne des mesures de g = 9.877156488911082 écart-type = 0.10102940692699447
```



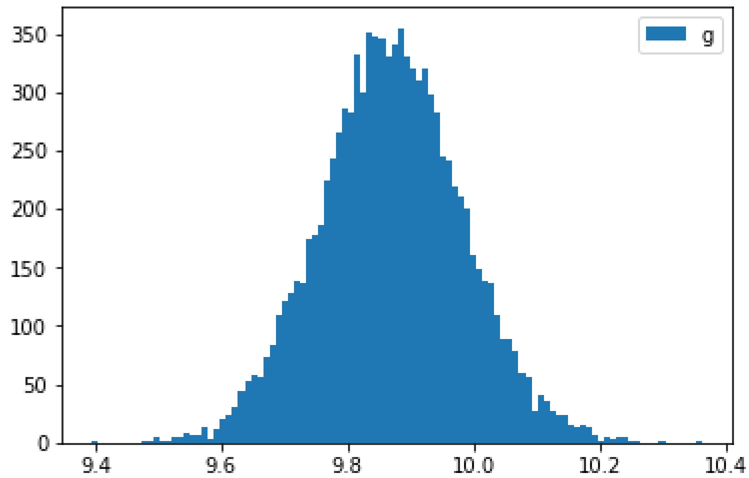
Pour 1000 tirages

```
moyenne des mesures de g = 9.870539825252049 écart-type = 0.11098387366
```



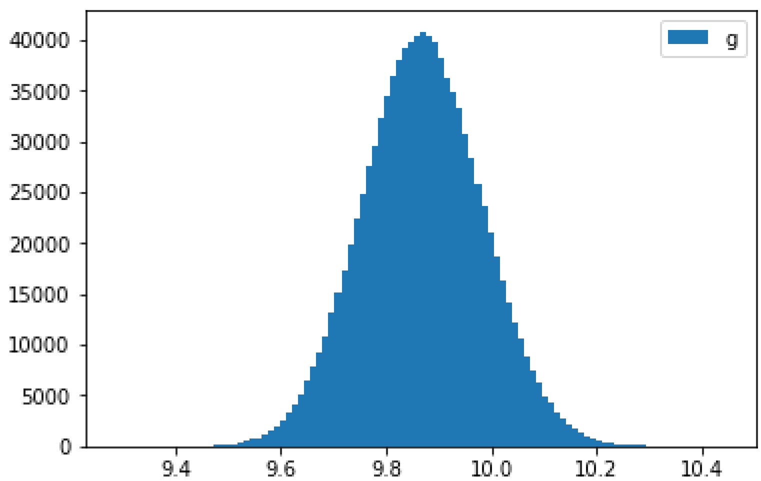
Pour 10000 tirages

```
moyenne des mesures de g = 9.869944911455176 écart-type = 0.11355699600571662
```



Pour un million de tirages

```
moyenne des mesures de g = 9.86949890432934 écart-type = 0.11376862141817766
```



Pour montrer que la variabilité de g est pour l'essentiel affectée par la variabilité de son paramètre le plus incertain, on peut faire varier l'écart type sur une des valeurs (T par exemple) :

```
Lvar=np.random.normal(19.8,0.05,1000)
Tvar=np.random.normal(0.89,0.05,1000)
```

Pour l'exécution du programme pour 1000 tirages :

```
moyenne des mesures de g = 9.947605020724238 écart-type = 1.1405157424088663
```