

## PARALLÉLOGRAMME

Voie : GT

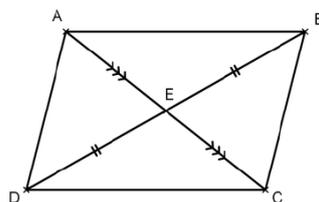
Source : MEN-SG-DEPP

Domaine : Géométrie de raisonnement

ABCD est un quadrilatère.

Le point E est le milieu des segments [AC] et [DB] comme sur la figure ci-dessous.

Démontrer que le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.



Voici les réponses de 5 élèves, lequel a raison ?

Cocher la bonne réponse.

- Les diagonales [AC] et [BD] se coupent en leur milieu. Or, si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses diagonales se coupent en leur milieu. J'en conclus que ABCD est un parallélogramme.
- $(AB) \parallel (DC)$  et  $(AD) \parallel (BC)$ . Or, si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles alors c'est un parallélogramme. J'en conclus que ABCD est un parallélogramme.
- $AD = BC$  et  $AB = DC$ . Or, si un quadrilatère (non croisé) a ses côtés opposés de même longueur alors c'est un parallélogramme. J'en conclus que ABCD est un parallélogramme.
- ABCD est un parallélogramme. Or, si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu alors c'est un parallélogramme. J'en conclus que les diagonales [AC] et [BD] se coupent en leur milieu.
- Les diagonales [AC] et [BD] se coupent en leur milieu. Or, si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu alors c'est un parallélogramme. J'en conclus que ABCD est un parallélogramme.

Niveau de maîtrise correspondant : Très bonne

Attendu de fin de cycle 4 : Utiliser les notions de géométrie plane pour démontrer

Compétence(s) mathématique(s) : Chercher

Type de tâche : Intermédiaire

Contexte de la situation : Intra mathématique

Format de réponse : QCM

Réponse attendue	5 <sup>ème</sup> proposition.
Descriptif de la tâche	Mener des raisonnements et s'initier à la démonstration en utilisant les propriétés des parallélogrammes : identifier la propriété nécessaire pour démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme à partir de ses diagonales.

## Commentaires pédagogiques

### Analyse des difficultés

- Relier un énoncé formulé en langage naturel et une figure.
- Connaître des propriétés caractéristiques d'un parallélogramme.
- Mettre en place une démonstration basée sur un raisonnement logique, en identifiant une condition suffisante pour réaliser une propriété.
- Remarque : dans le descriptif de la tâche, il faut remplacer «nécessaire» par «suffisante» : identifier **une propriété suffisante** pour démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme.
- Il s'agit ici de ne pas utiliser d'hypothèses autres que celle qui figure dans l'énoncé et la figure codée. Certains élèves qui en sont encore au stade de la géométrie perceptive (et non à la géométrie du raisonnement) utilisent le parallélisme des côtés, visible sur la figure.

## Pistes de différenciation pédagogique

### Transformations de l'item vers un niveau de maîtrise «satisfaisante»

- Ne retenir que les propositions 1, 3 et 5 qui font référence aux seules propriétés des diagonales.
- Proposer un croquis à main levée afin de ne pas induire de prise d'information sur le parallélisme.

## Remédiations

- Travail sur la logique à partir de propositions issues du langage courant.

**Exemple 1** : à chaque fois qu'il pleut, je prends mon parapluie.

Je sors avec mon parapluie ; peut-on conclure qu'il pleut ?

Je sors sans mon parapluie ; peut-on conclure qu'il ne pleut pas ?

**Exemple 2** : une réunion de cosmonautes du monde entier a lieu à Paris. Les cosmonautes américains portent tous une chemise rouge.

a) À l'aéroport, on voit quelqu'un qui porte une chemise blanche.  
Est-il cosmonaute américain ?

b) À côté de la personne précédente, on voit quelqu'un qui porte une chemise rouge.  
Est-il cosmonaute américain ?

c) Le haut-parleur annonce l'arrivée d'un cosmonaute russe.  
Porte-t-il une chemise rouge ?

d) Dans le hall, on voit un cosmonaute américain qui porte un manteau.  
Porte-t-il une chemise rouge ?

- VRAI ou FAUX ?

Si  $x > 1$  alors  $x^2 > 1$

Si  $x^2 > 1$  alors  $x > 1$

## Prolongement : travail sur les conditions nécessaires, suffisantes, nécessaires et suffisantes en géométrie

- Les diagonales d'un quadrilatère sont de même longueur. Peut-on en déduire que ce quadrilatère est un rectangle ?**
- Un quadrilatère a trois angles droits. Peut-on en déduire que ses diagonales ont la même longueur ?**
- ABC est un triangle. Démontrer que si M est le milieu du segment BC, alors les triangles ABM et AMC ont la même aire. La réciproque de cette propriété est-elle vraie ?**

## Éléments du programme de seconde permettant de remobiliser la géométrie du raisonnement

- Vocabulaire ensembliste et logique.
- Résolution de problèmes faisant intervenir les configurations planes.

## Ressources

- [Notations et raisonnement mathématiques \(document d'accompagnement du programme de seconde 2010\)](#)
- [Document sur les différents types de raisonnement en mathématique \(académie de Bordeaux\)](#)
- [Document ressource cycle 4 : géométrie plane](#)