Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE ET DE LA JEUNESSE

TESTS DE POSITIONNEMENT CLASSE DE SECONDE

MATHÉMATIQUES

LYCÉE
Général
Technologique
Professionnel

CALCUL LITTÉRAL

Voie : GT

Source du document : MEN-SG-DEPP

Domaine : Expressions algébriques

Sous domaine : Traduire un problème par une expression algébrique

Compétence : Raisonner

Item 30 :

$a^2 = 2a$

L'égalité ci-dessus est-elle vraie pour toutes les valeurs de a ?

Cocher soit Oui soit Non.

○ Oui

○ Non

Réponse attendue :	Non
Descriptif de la tâche :	Utiliser ses connaissances sur la définition du carré d'un nombre. Mettre en œuvre ces connaissances dans une expression algébrique à caractère général.
Positionnement :	Fragile

Commentaires pédagogiques

Analyse des difficultés

a) Pourquoi l'item correspond-il à un niveau de maitrise « fragile » ?

On peut penser que le choix proposé, limité à deux réponses, a induit des réponses correctes uniquement dues au hasard.

b) Quelles sont les difficultés susceptibles de mettre un élève en échec ?

Les difficultés susceptibles de mettre un élève en échec sont multiples et d'origines variées.

- **En lien avec la définition du carré :** la confusion classique entre a^2 et $2a$ a pu induire la réponse Oui. Le même exercice en remplaçant l'égalité $a^2 = 2a$ par $a^2 = 3a$ aurait peut-être donné lieu à des réponses différentes.
- **En lien avec le statut de la lettre a :** un élève peut ne pas avoir compris ce que représentent « toutes les valeurs de la lettre a ».
- **En lien avec le raisonnement :** un élève peut avoir testé l'égalité $a^2 = 2a$ sur les valeurs $a = 0$ et $a = 2$ pour lesquelles elle est vraie et avoir ensuite généralisé le résultat.
- **En lien avec les différents statuts du signe égal :** en rupture avec la signification première du signe « = » qui sous-entend qu'une certaine propriété est vraie, le statut de ce symbole est ici tout autre. En effet, en substituant la lettre par un nombre (test d'égalité), on obtient une égalité qui, selon la valeur de ce nombre, est soit vraie, soit fausse.

Pistes de différenciation pédagogique

Préalable : travailler sur la distinction entre égalité vraie (ou vérifiée) pour certaines valeurs de a et identité (égalité vraie pour toute valeur de a).

Simplifications possibles de l'item

a) L'égalité $3a - 1 = 2a$ est-elle vraie pour $a = 1$?

Il est à noter que, dans l'égalité $a = 1$ du test, le signe « = » joue encore un autre rôle, celui d'opérateur d'affectation, à l'instar du symbole d'affectation en informatique.

b) Proposer de tester l'égalité pour $a = 0$ et $a = 1$ avant de conclure.

Complexification possible de l'item

a) L'égalité $a^2 = \frac{1}{2}a$ est-elle vraie pour $a = \frac{1}{2}$? Est-elle vraie pour toute valeur de a ?

b) L'égalité $(a+1)^2 = a^2 + 1$ est-elle vraie pour toute valeur de a ?

c) L'égalité $(a-1)(a-2) = a^2 - 3a + 2$ est-elle vraie pour $a = 1$? Pour $a = 2$? Pour toute valeur de a ? $a^2 - 3a + 2$

Remédiations

a) Substituer une valeur numérique à une lettre dans une expression littérale.

b) Verbaliser en demandant ce que valent « le double de … », « la moitié de … », « le carré de … », voire « la racine carrée de… » (sur des carrés parfaits) sur des exemples particuliers.

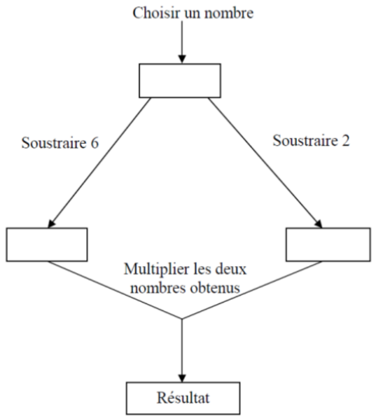
c) Représenter géométriquement le problème pour contextualiser la question : interpréter a^2 comme l'aire d'un carré de côté a et $2a$ comme celle d'un rectangle de côtés de longueurs a et 2. À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, conjecturer les cas d'égalité de ces deux aires.

d) Travailler sur la compréhension de la phrase « il existe au moins une valeur de a pour laquelle $a^2 \neq 2a$. »

Prolongements

- Résoudre dans l'ensemble des nombres réels l'équation $a^2 = 2a$.
- Résoudre dans l'ensemble des nombres réels l'équation $a^2 = 2$.
- Travailler sur des programmes de calcul pour consolider le lien entre l'aspect structural et l'aspect procédural d'une expression algébrique. L'aspect procédural pourra être éclairé à travers la représentation d'un arbre et l'explicitation orale de la suite des opérations à effectuer.

 Exemple :



Montrer que, si on choisit 8 comme nombre de départ, le programme donne 12 comme résultat.

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse (les réponses doivent être justifiées) :

Affirmation 1 : le programme peut donner un résultat négatif.
Affirmation 2 : si on choisit 1 comme nombre de départ, le programme donne 5 comme résultat.

Affirmation 3 : Le programme donne 0 comme résultat pour exactement deux nombres.
Affirmation 4 : Si on note x le nombre choisi au départ, le résultat est : x - 8x + 12.

Ressources

- Repères annuels de progression en mathématiques : cycle 4
- Attendus de fin d'année en mathématiques : classe de 5e, classe de 4e, classe de 3e
- Document-ressource Éduscol cycle 4 « utiliser le calcul littéral »