

UNE FONCTION LINÉAIRE

Voie : GT

Source du document : MEN-SG-DEPP

Domaine : Organisation et gestion de données

Sous domaine : Comprendre et utiliser la notion de fonction

Compétence : Raisonner

Item 5 :

On considère la fonction f linéaire et telle que $f(40) = 120$.

Quelle est l'image de 10 par cette fonction ?

- L'image de 10 par la fonction f est 90
- L'image de 10 par la fonction f est 480
- On ne peut pas donner l'image de 10
- L'image de 10 par la fonction f est 30

Réponse attendue :	L'image de 10 par la fonction f est 30
Descriptif de la tâche :	Déterminer, à partir d'un mode de représentation, l'image d'un nombre par une fonction.
	Réponse 1 : l'élève n'a pas pris en compte le fait que la fonction f est linéaire et utilise une procédure additive : $40 + 80 = 120$ donc $10 + 80 = 90$.
	Réponse 2 : 40 étant le quadruple de 10, l'élève se trompe en multipliant 120 par 4 au lieu de diviser 120 par 4.
	Réponse 3 : l'élève pense qu'il manque une donnée pour pouvoir répondre à la question.
Positionnement :	Satisfaisant Palier 2

Analyse des difficultés

a) Pourquoi l'item correspond-il à un niveau de maîtrise « satisfaisant » Palier 2 ?

Il s'agit d'un problème interne aux mathématiques consistant à trouver l'image d'un nombre par une fonction linéaire. Aucune représentation graphique ou allusion à une situation de proportionnalité de la vie courante n'est fournie.

Les relations, très simples, entre les données numériques limitent au maximum les difficultés de calcul et recentrent l'item sur la traduction du problème en la recherche d'une quatrième proportionnelle.

b) Quelles sont les difficultés susceptibles de mettre un élève en échec ?

- Associer une fonction linéaire à une situation de proportionnalité.
- Une fois la situation de proportionnalité identifiée, le choix des variables didactiques permet de mobiliser aussi bien la propriété d'homogénéité

$$f(10) = \frac{1}{4}f(40) \text{ que le coefficient de proportionnalité } \frac{120}{40} = 3.$$

Un élève n'ayant pas automatisé ces procédures risque de ne pas identifier les rapports (de 4 à 1 ou de 1 à 3) entre les données.

Analyse des distracteurs

- La réponse 1, qui correspond au retranchement du même nombre, 30, de l'image et de l'antécédent traduit une vision additive et non multiplicative de la proportionnalité.
- La réponse 2 correspond à une confusion entre multiplication et division dans le calcul de l'image, l'élève ayant repéré un rapport de 1 à 4 sur les antécédents.
- La réponse 3 traduit la non compréhension du fait qu'une fonction linéaire est entièrement déterminée par l'image d'un nombre non nul.

Pistes de différenciation pédagogique

a) Simplification (transformation de l'item vers un niveau de maîtrise « fragile »)

Demander la valeur de $f(80)$, interprétée comme image du double de 40, avec la possibilité de revenir à $f(40) + f(40)$.

b) Complexification (transformation de l'item vers un niveau de « très bonne maîtrise »)

Le fait que 40 soit un diviseur de 120 facilite le calcul du coefficient de proportionnalité. On peut complexifier l'item en demandant de calculer $f(10)$ à partir de la donnée $f(40) = 130$.

Le fait que 10 soit un diviseur de 40 facilite le rapport du coefficient d'homogénéité. On peut complexifier l'item en imposant toujours $f(40) = 120$, mais en demandant de calculer $f(35)$. Il est alors possible :

- Soit de décomposer $35 = 30 + 5$ et d'utiliser l'additivité, ainsi que les calculs de $f(10)$, $f(30)$ et $f(5)$.
- $f(10) = \frac{1}{4}f(40)$; $f(30) = 3 \times f(10)$; $f(5) = \frac{1}{2}f(10)$ puis $f(35) = f(30) + f(5)$.
- Soit de calculer le coefficient de proportionnalité $\frac{120}{40} = 3$, puis $f(35) = 3 \times 35$.

Remédiations

- Relier calcul et représentation graphique de la fonction linéaire.
- Demander de traduire le problème posé sous la forme d'un tableau.
- Demander l'image par f de 80, puis de 20, puis de 10 pour installer la nature multiplicative du problème.
- Utiliser des décompositions additives et multiplicatives pour traduire la linéarité de f (travail effectué de manière progressive depuis le cycle 3).
- Travailler sur des grandeurs proportionnelles, et faire émerger la linéarité de la fonction (masse en fonction du volume, distance en fonction de la durée dans le cas d'un déplacement à vitesse constante, etc.).

Prolongements

- Automatiser les procédures de calcul d'une quatrième proportionnelle en proposant régulièrement des questions « flash » dans divers contextes, y compris internes aux mathématiques : triangles semblables, configuration de Thalès, agrandissement-réduction de figures, fractions égales, etc.
- Modifier les variables didactiques pour inciter différentes procédures : additivité, homogénéité, retour à l'unité, utilisation du coefficient de proportionnalité.

Ressources

- Repères annuels de progression en mathématiques : [cycle 4](#)
- Attendus de fin d'année en mathématiques : [classe de 3e](#)
- Document-ressource Éduscol cycle 4 « [Résoudre des problèmes de proportionnalité](#) »