

DISTRIBUTIVITÉ SIMPLE

Voie : GT

Source du document : MEN-SG-DEPP

Domaine : Nombres et calculs

Sous domaine : Utiliser les nombres pour comparer, calculer et résoudre des problèmes

Compétence : Raisonner

Item 18 :

Quelle expression est égale à $3 \times 49 + 3 \times 5$?

Cocher la bonne réponse :

- $3 \times 49 + 5$
- $6 \times (49 + 5)$
- $9 \times (49 + 5)$
- $3 \times (49 + 5)$

Réponse attendue :	$3 \times (49 + 5)$
Descriptif de la tâche :	<p>Calculer avec des nombres entiers. Utiliser la distributivité simple pour factoriser une expression numérique.</p> <p>Réponse 1 : L'élève ne sait pas appliquer la distributivité simple ; l'élève identifie le facteur 3 commun aux deux termes de la somme, mais oublie les parenthèses</p> <p>Réponse 2 : L'élève ne sait pas appliquer la distributivité simple ; l'élève identifie le facteur 3 commun aux deux termes de la somme, mais le compte deux fois en l'additionnant à lui-même.</p> <p>Réponse 3 : L'élève ne sait pas appliquer la distributivité simple ; l'élève identifie le facteur 3 commun aux deux termes, mais le compte deux fois en le multipliant par lui-même.</p>
Positionnement :	Satisfaisant Palier 1

Commentaires pédagogiques

Analyse des difficultés

L'item repose sur la connaissance de la distributivité simple appliquée à des nombres entiers. Celle-ci est étudiée dès le cycle 3, mais dans des situations où la factorisation conduit à une réelle simplification du calcul, comme par exemple $23 \times 7 + 23 \times 3 = 23 \times 10 = 230$.

Il s'agit ici d'appliquer la distributivité pour transformer une somme en un produit après identification d'un facteur commun. Cette utilisation est plus délicate que celle qui consiste à développer une expression factorisée en appliquant la distributivité simple dans l'autre sens. On peut ainsi penser que certains élèves n'ayant pas réussi cet item auraient cependant été capables de développer correctement l'expression $3 \times (49 + 5)$, de manière automatisée, à l'aide des flèches d'usage.

Enfin, des élèves dont le niveau de maîtrise est fragile ont pu être tentés d'effectuer les cinq calculs proposés (question et réponses) pour ensuite les comparer. On peut noter que l'utilisation de la distributivité simple sur les nombres mis en jeu dans cet item n'est a priori pas tellement plus simple que la factorisation d'une expression littérale du type $k \times a + k \times b$.

Analyse des distracteurs

- La réponse $3 \times 49 + 5$ correspond à un déficit de connaissance ou de pratique sur le rôle des parenthèses et les priorités opératoires.
- Les deux réponses $6 \times (49 + 5)$ et $9 \times (49 + 5)$ laissent penser que l'élève a bien identifié le facteur commun 3, qui apparaît deux fois dans l'expression donnée, mais ne sait pas appliquer la distributivité simple pour la factoriser. Dans le premier cas, il factorise par $3 + 3$ et dans le second par 3×3 .

Pistes de différenciation pédagogique

Simplifications possibles de l'item pour en faire un item correspondant au niveau de maîtrise fragile

- 1) On demande de développer plutôt que de factoriser :

Exemple : quelle expression est égale à $3 \times (49 + 5)$?

Réponses proposées :

$$(3 \times 49) + 5$$

$$3 \times 49 + 5$$

$$3 \times 49 + 3 \times 5$$

- 2) Activités de calcul mental sollicitant la distributivité

Exemple : calculer mentalement $49 \times 7 + 49 \times 3$

Les activités mentales sollicitant la distributivité peuvent également mobiliser des produits à mémoriser comme 50×2 ou 25×4 ou 25×8 .

Exemple : calculer mentalement $49 \times 2 (= 50 \times 2 - 2)$ ou $26 \times 8 (= 25 \times 8 + 8)$.

- 3) Pour forcer la factorisation et ne pas favoriser l'envie d'effectuer des multiplications, on peut demander de transformer en produit une somme comme par exemple $23 \times 15 + 23 \times 37$.

Complexifications possibles de l'item

1) Pour en faire un item correspondant au niveau de maîtrise satisfaisant palier 2

- a) La complexification peut déjà se faire à travers la factorisation d'une expression numérique dans laquelle le nombre 1, amené à intervenir dans la mise en facteur, n'est pas visible.

• Exemple : quelle expression est égale à $3 \times 49 + 3$?

Réponses proposées :

$$3 \times (49 + 3)$$

$$3 \times (49 + 0)$$

$$3 \times (49 + 1)$$

• Exemple similaire sur la différence $3 \times 49 - 3$.

- b) La complexification peut se faire en passant à la factorisation d'expressions littérales « simples ». On entend par « simple » une expression littérale ne faisant intervenir qu'une seule lettre et des coefficients entiers, comme par exemple

$2x - 4$ ou $3x + 6x^2$. On note que la factorisation de $3x^2 + x$ pose la même difficulté que celle de $3 \times 49 - 3$.

2) Pour en faire un item correspondant à un très bon niveau de maîtrise

- a) La complexification peut se faire en restant dans le champ des nombres entiers, mais en faisant appel à la décomposition non fournie d'un multiple du facteur commun.

Exemple : quelle expression est égale à $7 \times 15 + 21$?

Réponses proposées :

$$7 \times 36 ; 7 \times (15 + 3) ; 7 \times (15 + 21) ; 3 \times (35 + 7)$$

- b) La complexification peut se faire en appliquant la distributivité simple sur des expressions numériques contenant des fractions.

Exemple : écrire sous forme d'une somme l'expression $3 \times \left(\frac{49}{6} + \frac{1}{3} \right)$.

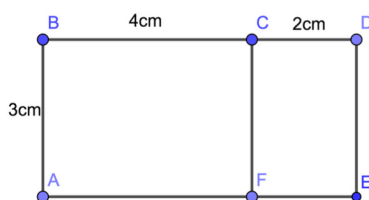
- c) La complexification peut se faire en passant à la transformation d'expressions littérales faisant intervenir des nombres non entiers.

Exemple : factoriser $-\frac{3}{4}x^2 + x$.

Remédiations

Quatre axes principaux de remédiation, qui s'appliquent aussi bien pour le calcul numérique que le calcul littéral.

- 1) Retour sur la représentation géométrique de la distributivité simple : demander d'exprimer de deux manières différentes l'aire du rectangle ABDE



- 2) Pratique régulière (entraînement technique dans la durée, sous forme de questions « flash ») des quatre opérations et des priorités opératoires afin d'automatiser l'emploi de la distributivité simple, dans les deux sens, dans les cadres numérique et algébrique, notamment quand le facteur 1 est invisible.
- 3) Reconnaissance de la structure d'une expression (somme ou produit) et transformation de forme en utilisant la distributivité (dans les deux sens).
- 4) Verbalisation explicite des transformations de forme. En effet, l'écriture mathématique étant très condensée, elle contient souvent des implicites que seule la formulation orale, véritable « dépliement de la pensée », permet de mettre en évidence.

Cette affirmation est ici illustrée sur la factorisation de $3 \times 49 + 3$ dont le traitement mathématique se réduit à : $3 \times 49 + 3 = 3 \times (49 + 1) = 3 \times 50$.

Or, pour aboutir au résultat, il est nécessaire de comprendre la structure de l'expression initiale (somme du produit de 3 par 49 et du produit de 3 par 1) avant d'appliquer la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition. On mesure sur cet exemple tout le profit qu'il y a à compléter la trace écrite par une formulation orale.

Reconnaissance de structure

Il est à noter que le niveau de maîtrise requis pour reconnaître la structure d'une expression dépend de la complexité de celle-ci. Par exemple :

Maîtrise insuffisante : $50 + 3$; $5 \times (10 + 3)$

Maitrise fragile : $5 + 3x$; $5 \times (10a + 3)$

Maîtrise satisfaisante palier 1 : $5(7a + 3)$; $x + 10x + 7$

Maîtrise satisfaisante palier 2 : $(a + b)^2$; $x(3 - x)$

Maîtrise satisfaisante palier 3 : $-2(a + b)(a - b)$

Très bonne maîtrise : $5 + (3a \times 5b)$;

Transformation de formes

Utiliser la distributivité simple pour transformer une somme en produit ou un produit en somme sur des expressions numériques ou littérales. Ici encore, le niveau de maîtrise requis dépend de la complexité de l'expression et il est recommandé de veiller à la progressivité de la complexification.

Éléments du programme de seconde permettant de remobiliser la distributivité

- Développer la pratique du calcul numérique ou littéral.
- Identités remarquables à savoir utiliser dans les deux sens.

Ressources

- [Attendus de fin de 3e en mathématiques](#)
- [Document ressource cycle 4 : calcul littéral](#)
- [Document ressource sur les automatismes](#)