

MATHÉMATIQUES

Nombres et calculs

Utiliser le calcul littéral

Un exemple de question à prise d'initiative

Le calendrier

ATTENDUS DE FIN DE CYCLE ; CONNAISSANCES ET COMPÉTENCES ASSOCIÉES

Utiliser le calcul littéral.

- Utiliser le calcul littéral pour prouver un résultat général, pour valider ou réfuter une conjecture.

COMPÉTENCES TRAVAILLÉES

Chercher, modéliser, représenter, raisonner.

Énoncé

On peut grouper les cases de chaque mois de ce calendrier en carrés de différentes tailles (voir image agrandie en fin de document).

janvier L M M J V S D 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31	février L M M J V S D 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28	mars L M M J V S D 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31
avril L M M J V S D 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30	mai L M M J V S D 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31	juin L M M J V S D 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30
juillet L M M J V S D 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31	août L M M J V S D 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31	septembre L M M J V S D 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30
octobre L M M J V S D 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31	novembre L M M J V S D 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30	décembre L M M J V S D 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31

En dessiner quelques uns de taille donnée (on pourra commencer par des carrés de 3 jours sur 3 jours). Pour chacun d'eux, calculer la différence entre les produits des deux nombres situés aux extrémités des diagonales.

Que constate-t-on ? Démontrer le résultat observé.

Pistes pédagogiques

Les élèves font plusieurs essais, sur des carrés d'une même taille pouvant être pris dans des mois différents ; les deux valeurs possibles (selon l'ordre dans lequel on effectue le calcul) émergent facilement. La démonstration passe par la modélisation et la réduction de l'expression algébrique correspondant à la différence entre les produits des nombres situés aux extrémités des diagonales. La simplification de l'expression obtenue requiert une double attention : d'une part, le développement du produit des deux sommes suppose deux utilisations successives de la distributivité simple, d'autre part, les produits sont séparés par un signe « moins ». Cette difficulté peut nécessiter de revenir à ce que signifie « soustraire une somme ».

Quelques pistes de différenciation

- travailler sur des carrés de taille 4×4 , puis 5×5 ;
- généraliser en cherchant la valeur du résultat pour des carrés de taille $a \times a$;
- travailler sur des carrés dont les côtés ne sont pas parallèles au bord de la feuille, ou sur des rectangles ;
- travailler sur un tableau de nombres de même type mais plus grand, par exemple à 50 colonnes et 50 lignes.

janvier 1							février 2							mars 3						
L	M	M	J	V	S	D	L	M	M	J	V	S	D	L	M	M	J	V	S	D
				1	2	3	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7
4	5	6	7	8	9	10	8	9	10	11	12	13	14	8	9	10	11	12	13	14
11	12	13	14	15	16	17	15	16	17	18	19	20	21	15	16	17	18	19	20	21
18	19	20	21	22	23	24	22	23	24	25	26	27	28	22	23	24	25	26	27	28
25	26	27	28	29	30	31								29	30	31				
avril 4							mai 5							juin 6						
L	M	M	J	V	S	D	L	M	M	J	V	S	D	L	M	M	J	V	S	D
			1	2	3	4						1	2		1	2	3	4	5	6
5	6	7	8	9	10	11	3	4	5	6	7	8	9	7	8	9	10	11	12	13
12	13	14	15	16	17	18	10	11	12	13	14	15	16	14	15	16	17	18	19	20
19	20	21	22	23	24	25	17	18	19	20	21	22	23	21	22	23	24	25	26	27
26	27	28	29	30			24	25	26	27	28	29	30	28	29	30				
							31													
juillet 7							août 8							septembre 9						
L	M	M	J	V	S	D	L	M	M	J	V	S	D	L	M	M	J	V	S	D
			1	2	3	4							1			1	2	3	4	5
5	6	7	8	9	10	11	2	3	4	5	6	7	8	6	7	8	9	10	11	12
12	13	14	15	16	17	18	9	10	11	12	13	14	15	13	14	15	16	17	18	19
19	20	21	22	23	24	25	16	17	18	19	20	21	22	20	21	22	23	24	25	26
26	27	28	29	30	31		23	24	25	26	27	28	29	27	28	29	30			
							30	31												
octobre 10							novembre 11							décembre 12						
L	M	M	J	V	S	D	L	M	M	J	V	S	D	L	M	M	J	V	S	D
				1	2	3	1	2	3	4	5	6	7			1	2	3	4	5
4	5	6	7	8	9	10	8	9	10	11	12	13	14	6	7	8	9	10	11	12
11	12	13	14	15	16	17	15	16	17	18	19	20	21	13	14	15	16	17	18	19
18	19	20	21	22	23	24	22	23	24	25	26	27	28	20	21	22	23	24	25	26
25	26	27	28	29	30	31	29	30						27	28	29	30	31		