

## MATHÉMATIQUES

### Nombres et calculs

# Comprendre et utiliser les notions de divisibilité et de nombres premiers

## Objectifs

Au cycle 3, l'élève a découvert la notion de multiple et diviseur d'un entier naturel d'usage courant et les critères de divisibilité par 2, 3, 4, 5, 9 et 10. Il a résolu des problèmes en mobilisant la division euclidienne selon deux approches :

LA DIVISION – GROUPEMENT	LA DIVISION – PARTAGE
<p>Exemple</p> <p>La maîtresse a 12 jetons. Elle les distribue à un groupe d'élèves. Chaque élève reçoit 3 jetons. Combien y a-t-il d'élèves ?</p>	<p>Exemple</p> <p>La maîtresse a 12 jetons. Elle les distribue à 4 élèves. Chaque élève a le même nombre de jetons. Combien de jetons a chaque élève ?</p>
<p>Résoudre un problème de division-groupe revient à calculer le nombre de paquets identiques que l'on peut faire dans une collection connaissant la valeur d'un paquet.</p>	<p>Résoudre un problème de division-partage revient à calculer la valeur d'un paquet connaissant le nombre de paquets identiques que l'on peut faire dans une collection.</p>

Au cycle 4, la division euclidienne continue à être mobilisée ; les notions de multiple et de diviseur sont étendues à l'ensemble des entiers naturels. Progressivement, l'élève découvre les notions de diviseur commun et de nombre premier. Il mobilise ces connaissances pour résoudre des problèmes.

L'apprentissage du raisonnement est un objectif central auquel contribue de façon spécifique le travail en arithmétique. L'activité mathématique proposée aux élèves doit prendre appui sur des situations variées.

Il s'agit d'amener les élèves à élaborer des raisonnements de divers types :

- **par disjonction de cas** : « Si deux entiers naturels ne sont pas multiples de 3, alors leur produit n'est pas multiple de 3 » (disjonction de cas suivant les restes de la division euclidienne par 3).
- **par l'absurde** : «  $n$  désigne un entier qui n'est pas premier. Montrer que  $n$  a un diviseur plus petit que  $\sqrt{n}$ . » ; « Irrationalité de  $\sqrt{2}$ . »
- **à l'aide d'un contre-exemple** : « Vrai-Faux : quel que soit l'entier naturel  $n$ , le nombre  $n^2 - n + 11$  a exactement 2 diviseurs. ( $n = 11$  fournit un contre-exemple.)

## Liens avec les domaines du socle

La recherche de diviseurs ou de multiples d'un entier naturel ou communs à deux entiers naturels, la simplification de fractions, la décomposition d'un entier naturel en produit de facteurs premiers conduisent à effectuer avec discernement des calculs mentaux, posés ou instrumentés (domaine 1).

De façon générale, l'analyse des erreurs, le travail par « essais/ajustements » et le travail collaboratif, en groupe ou en équipe et, plus spécifiquement, la reconnaissance du caractère irréductible d'une fraction, l'identification ou la production de nombres premiers conduisent à s'engager dans des démarches de recherche, y compris algorithmiques, à produire des exemples ou des contre-exemples (domaine 2).

La résolution de problèmes mettant en jeu des entiers naturels (comme les problèmes de conjonction, voir par exemple l'activité « [Ca roule](#) »), qui conduit à observer, manipuler et argumenter, et le travail de la preuve (critères de divisibilité, par exemple) permettent de rencontrer et de produire des raisonnements spécifiques (par l'absurde, par disjonction de cas, à l'aide de contre-exemples notamment), ce qui favorise l'apprentissage du raisonnement (domaines 3 et 4).

## Progressivité des apprentissages

La division euclidienne est travaillée sur toute la durée du cycle. Les critères de divisibilité, les notions de diviseur et de multiple d'un entier naturel sont à réinvestir dès le début du cycle. Dans la perspective de l'apprentissage du raisonnement, les nombres premiers peuvent être introduits dès le début du cycle et travaillés tout au long du cycle. La notion de fraction irréductible est introduite en classe de 3e, donnant une occasion d'aborder la notion de diviseur commun à deux entiers naturels. Dans la mesure où cette approche met en jeu des entiers de taille raisonnable, la fraction irréductible s'obtient par simplifications successives et ne nécessite pas le calcul du PGCD.

## Stratégies d'enseignement

Les questions flash ([Multiples, diviseurs et critères de divisibilité](#) et [Nombres premiers](#)) contribuent à la construction du sens « multiple/diviseur » et à l'appropriation des critères de divisibilité. Proposées régulièrement sur la durée du cycle, elles permettent de réactiver ces savoirs et savoir-faire ; elles peuvent concourir à une évaluation diagnostique.

Le travail sur l'erreur s'appuie sur un retour au sens, en lien avec la définition de diviseur et de multiple ainsi que la production d'exemples et de contre-exemples. L'arithmétique est un domaine dans lequel l'élève est amené à mettre en œuvre différents types de raisonnement.

L'oral constitue une aide à la compréhension et participe du traitement de l'erreur.

## Différenciation

Dans ce thème, la différenciation peut notamment consister en :

- un accompagnement spécifique que ce soit pour des travaux en classe ou hors la classe ;
- l'élaboration de la preuve d'un résultat général, d'une propriété (critère de divisibilité par 3 par exemple) ou la résolution d'un problème (voir par exemple le prolongement proposé dans la tâche intermédiaire « Un petit nombre ») à l'aide d'un exemple générique ; la démonstration dans le cas général pouvant faire l'objet d'un approfondissement proposé à certains élèves.

## Exemples de situations d'apprentissage

Les tâches proposées peuvent notamment consister en des activités mentales, conduire à l'élaboration d'algorithmes et de programmes et exiger la mise en œuvre de raisonnements.

### Exemples d'activités

Exemples de questions flash

- [Multiples, diviseurs et critères de divisibilité](#)
- [Nombres premiers](#)

Exemples de tâches intermédiaires

- [Qui suis-je ?](#)
- [Un habile partage](#)
- [Un petit nombre](#)
- [Une grande lectrice](#)

Exemples d'activités avec prise d'initiative

- [Ça roule](#)
- [Système monétaire](#)
- [Conjecture de Syracuse](#)

## Interdisciplinarité

Les entiers naturels interviennent principalement dans la résolution de problèmes internes aux mathématiques relevant de la divisibilité et de la primalité. L'étude de tels problèmes permet aux élèves de s'approprier des connaissances et d'acquérir des compétences qui favorisent tout particulièrement l'apprentissage du raisonnement.

De façon complémentaire, l'étude de problèmes d'engrenages, de conjonction de phénomènes périodiques, issus de la physique et de la technologie, participent de la formation des élèves.

Des EPI portant sur les thématiques « Information, communication, citoyenneté » (stockage de l'information, cryptage) ou « Langues et cultures de l'Antiquité » (prédiction des éclipses solaires et lunaires, nombres parfaits) seront l'occasion de construire l'attendu de fin de cycle « Comprendre et utiliser les notions de divisibilité et de nombres premiers ».

## Ressources complémentaires

Les ressources proposées ci-après constituent des compléments et des approfondissements utiles pour aborder les notions de divisibilité et de nombres premiers avec les élèves :

- [Du numérique au littéral](#)
- [Raisonnement et démonstration](#)

Retrouvez Éduscol sur

