

La portée des mathématiques

Présentation de l'EPI

DESCRIPTION SYNTHÉTIQUE DU PROJET ET PROBLÉMATIQUE CHOISIE

L'objectif de cet EPI est de créer ou recréer une échelle musicale en s'appuyant sur les connaissances et les compétences des programmes de mathématiques et d'éducation musicale. Selon les modalités choisies par les enseignants et par les élèves la production finale pourra par exemple prendre la forme d'une exposition (présentation des différentes étapes du travail sur des posters), d'une représentation musicale ou encore d'un enregistrement.

La construction d'une échelle musicale nécessite de calculer des fractions. Elle conduit à des choix et des approximations et utilise l'arithmétique modulaire. La synthèse d'un son, son identification ou sa modification mettent en œuvre des algorithmes qu'il est nécessaire de coder. L'écriture ou la lecture de la musique mettent en jeu des capacités d'analyse graphique qui peuvent être développées dans le cadre de l'étude de la notion de fonction ou dans celle des transformations du plan. L'analyse ou la composition de l'œuvre à interpréter peuvent quant à elles faire appel aux probabilités. Ces différents axes, qui font écho à différents points du programme d'éducation musicale (détaillés ci-dessous) pourront, selon l'organisation temporelle et la répartition disciplinaire choisies par les enseignants, être plus ou moins développés au cours de l'EPI.

Guidés par leurs professeurs, les élèves pourront par exemple s'approprier tout ou partie des fondamentaux (théorie et exemples) pendant un trimestre, puis, en autonomie et en équipe (binôme/trinôme), ils prépareront pendant le trimestre suivant une production finale, qui pourra donner lieu à une exposition ou un spectacle vivant et sur laquelle s'appuiera l'évaluation.

L'intérêt de l'EPI est ainsi d'associer l'aspect ressenti et émotionnel, essentiel chez le musicien, et l'aspect rationnel et théorique de l'écriture musicale, abordé sous l'angle des mathématiques.

Il peut ainsi tout autant se rattacher à la thématique « Sciences, technologie et société » qu'à la thématique « Culture et création artistiques ».

TEMPORALITÉ DE L'EPI (durée, fréquence, positionnement dans l'année...)

L'organisation temporelle de l'EPI sera déterminée par l'équipe pédagogique en fonction des axes de travail que les enseignants choisiront de privilégier et des modes d'interdisciplinarité qui seront mis en place. Cet enseignement peut par exemple se dérouler sur deux trimestres : une première phase de travail pourrait alors être dédiée à un travail guidé autour de différentes activités en mathématiques comme en éducation musicale, elle serait suivie par une seconde phase de travail pendant laquelle les élèves, en autonomie ou en équipe, se consacraient à la réalisation d'une production finale déterminée collectivement et dans le courant de laquelle ils seraient évalués.

**OBJECTIFS, CONNAISSANCES ET COMPÉTENCES TRAVAILLÉES
(Compétences du socle ; compétences disciplinaires des programmes)****En lien avec le socle****DOMAINE 1****Les langages pour penser et communiquer**

Comprendre, s'exprimer en utilisant la langue française à l'oral et à l'écrit ;
Comprendre, s'exprimer en utilisant les langages mathématiques, scientifiques et informatiques ;
Comprendre, s'exprimer en utilisant les langages des arts et du corps.

DOMAINE 2**Les méthodes et outils pour apprendre**

Médias, démarches de recherche et de traitement de l'information.
Outils numériques pour échanger et communiquer.

DOMAINE 3**La formation de la personne et du citoyen**

Expression de la sensibilité et des opinions, respect des autres

DOMAINE 4**Les systèmes naturels et les systèmes techniques**

Conception, création, réalisation.

DOMAINE 5**Les représentations du monde et l'activité humaine**

Organisations et représentations du monde.
Invention, élaboration, production.

En Mathématiques**Nombres et calculs****Utiliser les nombres pour comparer, calculer et résoudre des problèmes**

Définition de la racine carrée (\leftrightarrow *par analogie, définition de la racine douzième et gamme chromatique tempérée*).

Fractions (\leftrightarrow *rappports des fréquences et construction des échelles, accords, tubes résonnants, fausse parenté avec le chiffrage des mesures*).

Effectuer des calculs numériques simples impliquant des puissances (\leftrightarrow *rythmes et gammes, d'Occident ou d'ailleurs à travers les âges*).

Comprendre et utiliser les notions de divisibilité et de nombres premiers

Déterminer si un entier est ou n'est pas multiple ou diviseur d'un autre entier. (\leftrightarrow *mesures binaires ou ternaires*).

Organisation et gestion de données, fonctions

Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilités (↔ *étude des fréquences d'apparition des notes dans une tonalité, principe de composition stochastique*).

Résoudre des problèmes de proportionnalité

Proportionnalité (↔ *note émise par une corde plus ou moins courte ou tendue, tubes résonnants*).

Comprendre et utiliser la notion de fonction

Modéliser des phénomènes continus par une fonction. (↔ *décrire un signal périodique, noter la musique : axe des temps, hauteur (logarithmique) des notes, origine marquée par la clé*).

Algorithmique et programmation

Écrire, mettre au point et exécuter un programme simple (↔ *avec une carte à microcontrôleur ou sur ordinateur : produire un son de fréquence, durée, intensité données (signal carré pour commencer), puis une mélodie, comparer à l'oreille plusieurs gammes, écouter la quinte du loup, renverser une mélodie, fabriquer un accordeur*).

En Éducation musicale**Réaliser des projets musicaux d'interprétation ou de création**

Outils numériques simples pour capter les sons (enregistrement), les manipuler (timbre) et les organiser dans le temps (séquence). (↔ *s'enregistrer, réaliser un accordeur « guitar tuner »*).

Écouter, comparer, construire une culture musicale et artistique

Lexiques du langage musical (timbre et espace, dynamique, temps et rythme, forme, successif et simultané, styles), de l'interprétation et de l'enregistrement pour décrire et commenter la musique. Commentaire comparé portant sur plusieurs extraits d'œuvres esthétiquement proches ou éloignées (*après avoir verbalisé l'émotion ressentie ; en donner une interprétation sous l'angle des mathématiques*).

Explorer, imaginer, créer et produire

Concevoir, réaliser, arranger, pasticher une courte pièce préexistante, notamment à l'aide d'outils numériques. (↔ *changer le rythme, l'échelle, le timbre à l'aide d'un ordinateur ou sur une carte à microcontrôleur*).

CONTRIBUTION DE L'EPI AUX DIFFÉRENTS PARCOURS**Parcours avenir**

Les métiers du son (captation, enregistrement, acoustique), les métiers de la musique (musicien, facteur d'instrument).

Parcours d'éducation artistique et culturelle

Cet EPI peut permettre la mise en œuvre des trois piliers du parcours d'éducation artistique et culturelle (PEAC), c'est-à-dire :

- **des rencontres** avec des artistes et des œuvres ;
- **des pratiques** individuelles et collectives dans le domaine musical ;

CONTRIBUTION DE L'EPI AUX DIFFÉRENTS PARCOURS

Parcours d'éducation artistique et culturelle

• **des connaissances** qui permettent l'acquisition de repères culturels et l'appropriation d'un lexique spécifique simple permettant d'exprimer ses émotions esthétiques, de porter un jugement construit et étayé en matière d'art et de contextualiser, décrire et analyser une œuvre en vue de développer la faculté de juger et l'esprit critique.

Ces trois piliers fondamentaux du PEAC sont précisés dans [la circulaire interministérielle n°2013-073 \(BO n°19 du 9 mai 2013\)](#) et sont assortis de repères de progression définis dans le référentiel du PEAC ([BO n°28 du 9 juillet 2015](#)).

Enfin, cet EPI est également propice à la mise en œuvre d'une démarche de projet, qui pourra avoir lieu dans le cadre de partenariats avec des acteurs culturels.

Modalités de mise en œuvre pédagogique

1. Le projet tel qu'expliqué aux élèves

Il s'agit d'acquérir ou de consolider des connaissances et compétences tant musicales que mathématiques et de les mobiliser dans la réalisation d'une production finale qui pourra prendre plusieurs formes (les enseignants peuvent choisir de laisser les élèves définir les contours de cette production : exposition, spectacle vivant, enregistrement etc.).

Le travail sur la mesure et celui sur les échelles sont une occasion d'écouter des extraits du répertoire, et de parcourir ainsi toute la variété des genres musicaux et des instruments à travers l'histoire, tout en formalisant, quand cela est bienvenu, les principes mathématiques qui les sous-tendent. [Quelques expériences](#), pourront venir en appui de la théorie :

- corde de Melde (« voir » les harmoniques) ;
- monocorde et tubes résonnants (« entendre » la proportionnalité) ;
- jeu en Harmonique sur une guitare (« entendre » les harmoniques), résonance par sympathie (« voir » et « entendre » les harmoniques) ;
- intérêt du vibrato (provoquer les vibrations par sympathie de l'instrument tempéré) ;
- sifflements (battements) de la quinte du loup (limite de la gamme de Pythagore ou de Zarlino).

La programmation d'une carte à microcontrôleur pour jouer un son de fréquence arbitraire, puis une mélodie, ou pour accorder un instrument pourra faire l'objet de séances en classe ou être donnée en exemple par le professeur aux élèves désireux d'approfondissements et de matière pour la réalisation d'un projet (jouer n'importe quel son, reconnaître n'importe quel son).

Pendant cette première phase comme pendant la phase de production proprement dite, les élèves seront incités à se documenter (voir ressources ci-dessous), à écouter/créer de la musique, et à fréquenter musées, expositions ou salles de concert.

2. Modes d'interdisciplinarité

Séances en parallèle associées à des séances en co-intervention (tantôt sur une heure de mathématiques, tantôt sur une heure d'éducation musicale).

3. Étapes de mise en œuvre ; progression envisagée

- Trimestre 2 : appropriation collective (groupe classe) des fondamentaux, expériences. Séances d'enseignement en parallèle et en co-intervention.
- Trimestre 3 : réalisation en autonomie ou en groupes de la production finale et évaluation. Séances d'enseignement en parallèle et en co-intervention.

4. Production(s) finale(s) envisagée(s) au regard des compétences disciplinaires et transversales travaillées

Pendant le trimestre 3, chaque groupe approfondit, en accord avec l'équipe enseignante, l'une des thématiques abordées en cours au trimestre 2. Cet approfondissement se concrétise par exemple par la réalisation d'une affiche (un peu de théorie, et une focale sur un métier dans le cadre du parcours avenir), éventuellement accompagnée d'une maquette d'instrument, ou bien par des interprétations, une composition, un montage sur carte à microcontrôleur... Ces productions (posters, maquettes d'instrument, montages) pourront être exposées au CDI, et donner lieu à un vernissage.

5. Ressources mobilisées (partenariats, bibliographie, sitographie ...)

Certaines ressources sont accessibles aux élèves, d'autres peuvent être réservées aux enseignants qui les mettront à la portée des élèves selon leurs besoins.

[Une vidéo est disponible en annexe](#) : réalisée en juillet 2016 avec l'aide du service de l'audiovisuel du Ministère de l'éducation nationale par Karim Zayana et Nicolas Ngo, elle illustre notamment les différentes expériences évoquées dans la description du projet.

Maths & Musique, hors série Tangente n°11.

Mathématiques des systèmes acoustiques, Franck Jedrzejewski, L'Harmattan.

Abrégé de Musique, Frédéric Platzer, Ellipses.

L'oreille musicienne, les chemins de la musique de l'oreille au cerveau, Claude-Henri Chouard, Gallimard.

Les coulisses de la création, un compositeur et un mathématicien racontent, K.Beffa et C.Villani, Flammarion.

Le grand livre d'Arduino, Erik Bartman, Eyrolles.

Hackable Magazine : démontez/comprenez/adaptez, trimestriel, éditions Diamond.

Une construction mathématique des gammes musicales, Richard Breheret IA-IPR de mathématiques, [site Euler de l'académie de Versailles](#)

[La portée des mathématiques](#), Rémi Coulon, Chargé de recherche au CNRS

[Pourquoi n'ai-je jamais rien compris au solfège ?](#) Xavier Hubaut, professeur à l'Université Libre de Bruxelles

[Mathématique et Musique au lycée Marseilleveyre](#), Bénédicte Espariat, APMEP n°495

Cédric Villani et Karol Beffa : [La créativité en musique et en mathématiques](#)

IRCAM, 1 place Igor-Stravinsky, 75004 Paris.

Philharmonie de Paris – musée de la musique, 221, avenue Jean-Jaurès 75019 Paris.

Cité des sciences et de l'industrie – exposition permanente « Les Sons », 30, avenue Corentin-Cariou - 75019 Paris.

6. Usage des outils numériques

Espace numérique de travail : recherches sur des sites internet, blog de groupe ou porte-document de groupe/éditeurs collaboratifs en ligne, appareil photo numérique.

7. Critères de réussite, modalités d'évaluation individuelle / collective

Démarche et investissement : recherche documentaire, tenue du carnet de bord ou du blog de groupe, coopération, initiative et autonomie.

Réalisation du poster (+ maquette le cas échéant) : cohérent, illustrant bien le sujet, créatif, mise en forme soignée, bonne qualité orthographique.

Présentation orale : clarté de l'exposé, pertinence et qualité des extraits musicaux produits.