TESTER EXPÉRIMENTALEMENT LA LOI FONDAMENTALE DE LA STATIQUE DES FLUIDES

Dans cette activité expérimentale, les élèves mesurent la pression à différentes profondeurs dans un grand récipient rempli d'eau. Ils sont ensuite amenés à discuter de la validation de la loi fondamentale de la statique des fluides. C'est l'occasion de réinvestir la notion d'incertitudes dans la situation « tester une loi », récurrente dans les programmes du lycée. (Il est à noter que la loi n'est pas démontrée mais testée…)

On propose l'utilisation de deux types de matériel différents. Cela permet de discuter de l'influence de l'instrument de mesure, comme indiqué dans les programmes.

Prérequis / repères de progressivité
En classe de Seconde, l'élève a abordé l'évaluation d'une incertitude-type par une approche statistique (évaluation type A). Cette activité expérimentale, explicitement au programme de la classe de Première, permet de réinvestir cette notion.

Références à la partie « Mesure et incertitudes » du programme

Notions et contenus	Capacités exigibles
Variabilité de la mesure d'une grandeur physique.	Exploiter une série de mesures indépendantes d'une grandeur physique : […] moyenne et écart-type. Discuter de l'influence de l'instrument de mesure et du protocole. Évaluer qualitativement la dispersion d'une série de mesures indépendantes.
Incertitude-type.	Définir qualitativement une incertitude-type. Procéder à l'évaluation d'une incertitude-type par une approche statistique (évaluation de type A). Procéder à l'évaluation d'une incertitude-type par une autre approche que statistique (évaluation de type B).
Écriture du résultat. Valeur de référence.	Écrire, avec un nombre adapté de chiffres significatifs, le résultat d'une mesure. Comparer qualitativement un résultat à une valeur de référence.

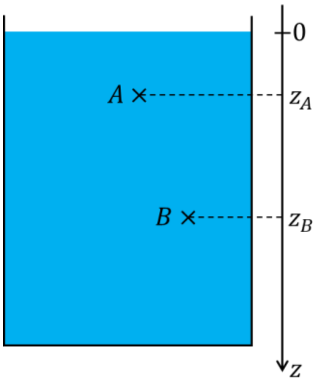
Éléments pour construire une activité des élèves

La loi fondamentale de la statique des fluides, vue en cours, relie la différence de pression $P_B - P_A$ entre deux points A et B d'un liquide, à la différence de profondeur :

$$P_B - P_A = \rho g(z_B - z_A)$$

(L'axe des z étant orienté vers le bas).

ρ est la masse volumique du liquide, et g est l'intensité du champ de pesanteur terrestre.



Objectif de l'activité

Tester expérimentalement la validité de cette loi, à l'aide du matériel à votre disposition.

Données numériques

- Masse volumique de l'eau, à différentes températures

Température T (en °C)	Masse volumique de l'eau ρ_{eau} (en kg.m^{-3})
15	999,05
16	998,90
17	998,74
18	998,56
19	998,16
20	998,16
21	997,96
22	997,74
23	997,50
24	997,25
25	996,99

- Intensité du champ de pesanteur terrestre à Paris : $g = 9{,}806\ N.kg^{-1} = 9{,}806\ Pa.m^2.kg^{-1}$
  Le site du Bureau Gravimétrique International permet d'obtenir la valeur de g dans différents lieux.
- Valeur de la pression atmosphérique du jour : à chercher sur Internet.

Liste du matériel

- Un grand récipient transparent rempli d’eau
- Un pressiomètre électronique avec sa notice
- Un réglet
- Un tube transparent relié à un tuyau souple raccordable au pressiomètre

Éléments pour le professeur

Matériel utilisé

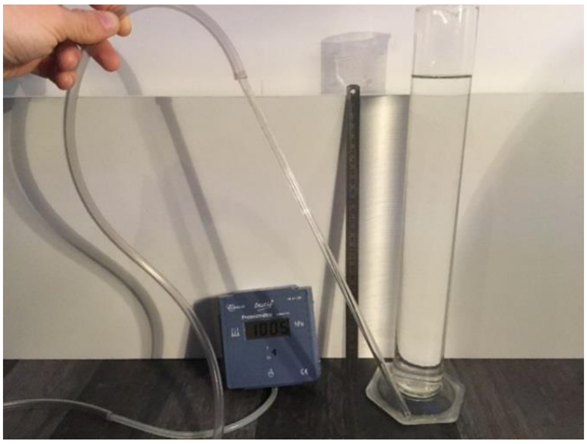
Capteur de pression

La plupart des pressiomètres électroniques dont sont habituellement équipés les lycées suffit.

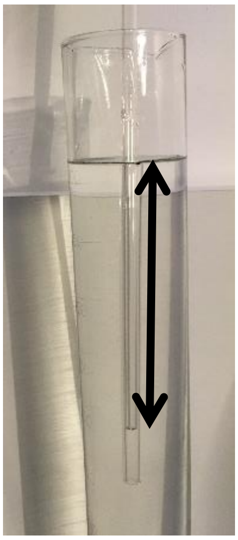
Il est généralement possible d’**étalonner** ces appareils, en réglant la valeur de la constante additive permettant de décaler les mesures (*offset*). Ce réglage se fait généralement grâce à un petit potentiomètre à tourner (parfois caché au fond du compartiment à piles), ou dans le menu de réglages pour les appareils plus récents.

Sonde de pression

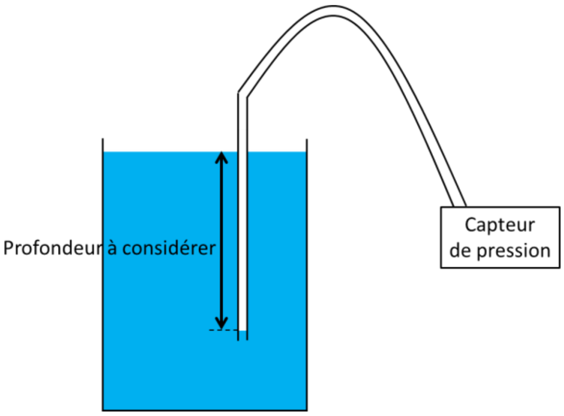
Un simple tube **mince** (quelques millimètres de diamètre), **rigide**, **transparent**, et raccordé au capteur par un tuyau souple.



Lors de l’introduction du tube dans l’eau, l’air « emprisonné » dans le tube va légèrement se comprimer sous l’effet de la pression de l’eau, ainsi de l’eau va pénétrer à l’intérieur du tube, sur une faible hauteur (cf. schéma).



La pression de l’air étant supposée uniforme à l’intérieur du tube (et dans le tuyau souple jusqu’au capteur), et étant supposée continue à l’interface air/eau, la mesure de pression affichée par le capteur correspond à la pression dans l’eau au niveau de la profondeur z (cf. schéma). **Il peut être intéressant de discuter de ce point avec les élèves.**



Remarque : une sonde à membrane qui ne fonctionne pas…

A la place du tube transparent, il est également possible d’utiliser une sonde constituée d’un tuyau et d’une cellule recouverte d’une membrane en latex (découpée dans un gant de laboratoire de chimie, et fixée grâce à des élastiques), et reliée au capteur par un tuyau souple.

Un tel dispositif peut donner de mauvais résultats, car l’élasticité de certaines membranes ne permet pas d’assurer l’égalité des pressions de part et d’autre (dans l’eau, et dans l’air emprisonné dans la capsule). Mais cela peut être l’occasion de travailler la compétence du programme : « *Discuter de l’influence de l’instrument de mesure et du protocole* ». Le professeur pourra, par exemple, faire travailler une moitié de classe avec un type de sonde (tube transparent, donnant de bons résultats), et l’autre moitié de classe avec l’autre type de sonde (membrane, donnant de « mauvais résultats »).

Réglet

Grand récipient rempli d'eau

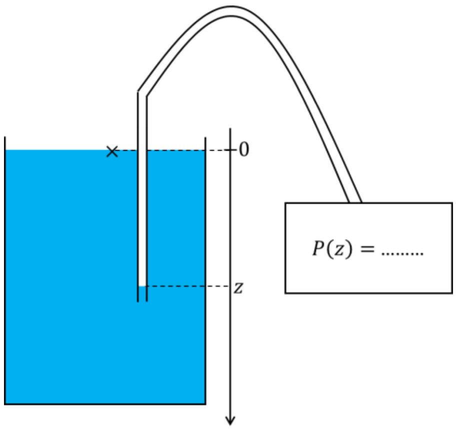
Le récipient doit être de grande profondeur (au moins une trentaine de centimètres), et bien transparent, de manière à pouvoir repérer le niveau de l'interface eau-air dans le tube (lui-même transparent) introduit dans l'eau.

Une grande éprouvette en verre peut convenir.

Protocole expérimental

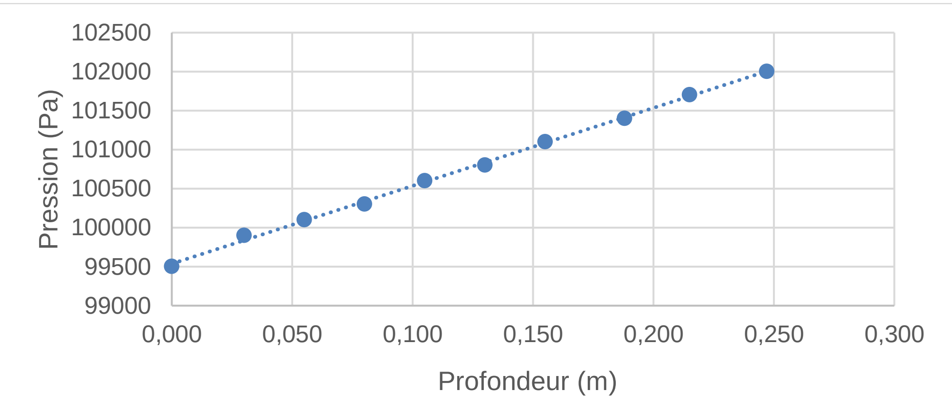
Les binômes d'élèves mesurent la pression dans l'eau à différentes profondeurs (on prendra z_A=0 et on notera P_A=P_0) et on note z= z_B - z_A dans la suite de la présentation.

On entre les mesures dans un logiciel tableur. Voici un exemple de mesures obtenues avec le dispositif du tube mince transparent :



z (m)	0,000	0,030	0,055	0,080	0,105	0,130	0,155	0,188	0,215	0,247
P (Pa)	$995 \cdot 10^2$	$999 \cdot 10^2$	$1001 \cdot 10^2$	$1003 \cdot 10^2$	$1006 \cdot 10^2$	$1008 \cdot 10^2$	$1011 \cdot 10^2$	$1014 \cdot 10^2$	$1017 \cdot 10^2$	$1020 \cdot 10^2$

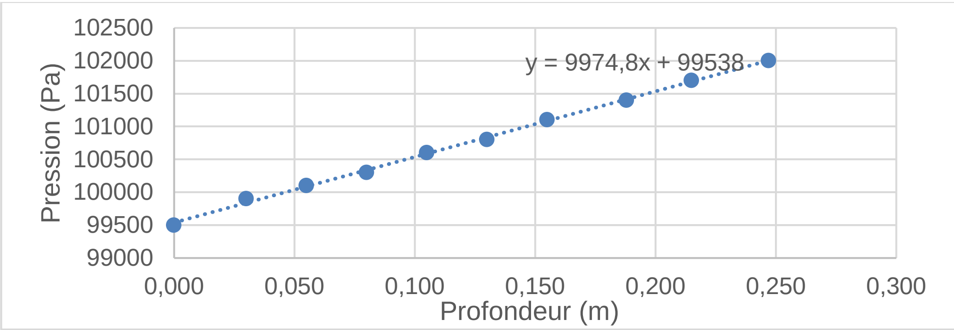
On trace sur un graphe, un nuage de points avec la pression en ordonnées et la profondeur en abscisses :



Traitement des mesures

Les élèves doivent ensuite tester la loi de la statique des fluides : $P = P_0 + \rho g z$.

Pour cela, ils cherchent à ajuster les points expérimentaux avec la loi affine "$y = ax + b$". La "méthode des moindres carrés" peut être utilisée[1]. Elle présente l'avantage d'être implantée dans les calculatrices, les logiciels de traitement de données. C'est donc cette méthode qui est utilisée ici, lorsque l'on fait une régression linéaire avec un tableur.



Tester la loi de la statique des fluides par régression linéaire revient à[2] :

- vérifier visuellement la répartition des points ; (sont-ils situés de manière aléatoire autour de la droite de régression ?)
- vérifier la compatibilité de la pente obtenue avec sa valeur de référence (ρg) ;
- vérifier la compatibilité de l'ordonnée à l'origine avec la pression atmosphérique du jour.

Dans l'exemple présenté ici, on vérifie bien visuellement l'alignement des points expérimentaux. Ils semblent se répartir de manière aléatoire autour de la droite de régression calculée par le logiciel.

> **Remarque** : Si les points obtenus sont parfaitement alignés, cela peut s'expliquer par le fait que les valeurs de profondeurs ont été prises à intervalles réguliers (p.ex. tous les 2 cm). En effet, si le capteur de pression est un capteur digital, le risque est alors de voir le dernier digit augmenter toujours de la même valeur. C'est pourquoi il est préférable de prendre les mesures à des profondeurs prises à intervalles irréguliers. Ce que nous avons fait ici.

Le logiciel fournit la pente et l'ordonnée à l'origine de la droite de régression.
Ici on obtient une pente de $9974{,}8\ \mathrm{Pa.m^{-1}}$ et une ordonnée à l'origine de $99538\ \mathrm{Pa}$.

---

[1] Il existe cependant d'autres méthodes d'ajustement ! L'article " Quelle est la « meilleure » droite ? " du B.U.P. Vol. 113, février 2019, par Thierry Pré et François Hernandez, présente des méthodes alternatives à la méthode des moindres carrés pour l'ajustement de données expérimentales : moindres carrés des écarts horizontaux, moindres carrés des distances orthogonales, moindres écarts verticaux absolus.

[2] A la suite d'un ajustement par cette méthode, il ne faudra pas vouloir affirmer que le modèle utilisé est « bon » ou « mauvais ». Le résultat d'un ajustement de données par la méthode des moindres carrés ne peut être apprécié de façon absolue, comme le montre le quartet d'Anscombe. On vérifie simplement la compatibilité du modèle avec les données expérimentales.

Quelle incertitude-type est associée à cette grandeur ? Quel nombre de chiffres significatifs faut-il conserver ? Pour répondre à ces questions, deux approches sont présentées dans ce document :

- (i) exploitation de plusieurs séries de mesures (mise en commun des résultats de tous les binômes de TP),
- (ii) étude d'une seule série de mesure (un seul groupe de TP).

Approche (i) : mise en commun des résultats de la régression linéaire de tous les binômes de TP

On peut demander aux élèves de remplir un tableur en ligne pour rassembler les valeurs des pentes et des ordonnées à l'origine obtenues par chaque binôme.

L'annexe 1 regroupe les données expérimentales obtenues lors d'une séance avec 9 groupes de TP.

Nous regroupons les résultats obtenus par régression linéaire pour chacun d'entre eux :

Groupe	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Pente ($Pa.m^{-1}$)	9974,8	10662	9857,8	10143	10213	9957,5	10480	10092	9737,2
Ordonnée à l'origine (Pa)	99538	99518	99596	99465	99595	99513	99549	99523	99500

On peut alors effectuer une étude statistique (type A) sur la pente et l'ordonnée à l'origine :

	Min	Max	Moyenne	Ecart-type
Pente ($Pa.m^{-1}$)	9737,2	10662	10124	294,95
Ordonnée à l'or. (Pa)	99465	99596	99533	42,620

Les valeurs retenues pour la pente et l'ordonnée à l'origine par cette approche (i) correspondent à la moyenne des 9 mesures :

$$\overline{\text{Pente}} = 10{,}124 \cdot 10^3 \text{ Pa.m}^{-1}$$

$$\overline{\text{Ordonnée à l'origine}} = 99533 \text{ Pa}$$

L'incertitude-type associée correspond à l'écart-type divisé par $\sqrt{9}$, puisque nous avons réalisé 9 mesures :

$$u(\overline{\text{Pente}}) = \frac{294{,}95}{\sqrt{9}} = 0{,}098317 \cdot 10^3 \text{ Pa.m}^{-1}$$

$$u\left(\overline{\text{Ordonnée à l'origine}}\right) = \frac{42{,}620}{\sqrt{9}} = 14{,}207 \text{ Pa}$$

On fait le choix de ne garder qu'un chiffre significatif (règle régulièrement utilisée au lycée) sur l'incertitude-type :

$$u(\overline{\text{Pente}}) = 0{,}098317 \cdot 10^3 \text{ Pa.m}^{-1} \rightarrow \mathbf{0{,}1 \cdot 10^3 \text{ Pa.m}^{-1}}$$

$$u\left(\overline{\text{Ordonnée à l'origine}}\right) = 14{,}207 \text{ Pa} \rightarrow \mathbf{1 \cdot 10^1 \text{ Pa}}$$

Ceci fixe alors le nombre de décimales à garder dans le résultat retenu (ie. la moyenne), et donc le nombre de chiffres significatifs. On a ici :

$$\overline{\text{Pente}} = 10{,}124 \cdot 10^3 \text{ Pa.m}^{-1} \rightarrow \mathbf{10,1 \cdot 10^3 \text{ Pa.m}^{-1}}$$

$$\overline{\text{Ordonnée à l'origine}} = 99533 \text{ Pa} \rightarrow \mathbf{9953 \cdot 10^1 \text{ Pa}}$$

Cette approche (i) aboutit donc à :

$\overline{\text{Pente}} = 10{,}1 \cdot 10^3 \text{ Pa.m}^{-1}$ avec $u(\overline{\text{Pente}}) = 0{,}1 \cdot 10^3 \text{ Pa.m}^{-1}$

$\overline{\text{Ordonnée à l'origine}} = 9953 \cdot 10^1 \text{ Pa}$ avec $u\left(\overline{\text{Ordonnée à l'origine}}\right) = 1 \cdot 10^1 \text{ Pa}$

La valeur de la pente est à comparer[3] avec le produit ρg :

À Paris, la pesanteur est de $g = 9{,}806 \text{ m.s}^{-2}$. La masse volumique de l'eau à 20°C est de $\rho = 998{,}16 \text{ kg.m}^{-3}$. La valeur de référence à laquelle on compare la pente est donc $(\rho g)_{ref} = 9{,}806 \times 998{,}16 = 9{,}788 \cdot 10^3 \text{ Pa.m}^{-1}$.

$$\frac{\left|\overline{\rho g} - (\rho g)_{ref}\right|}{u(\rho g)} = \frac{10{,}1 \cdot 10^3 - 9{,}788 \cdot 10^3}{0{,}10 \cdot 10^3} = 3{,}12 \approx 3$$

Notre résultat est compatible à $\mathbf{3}u$ près avec la valeur de référence du produit ρg.

La valeur de référence à laquelle on compare l'ordonnée à l'origine est la pression atmosphérique du jour : $(P_{atm})_{ref} = 9950 \cdot 10^1 \text{ Pa}$.

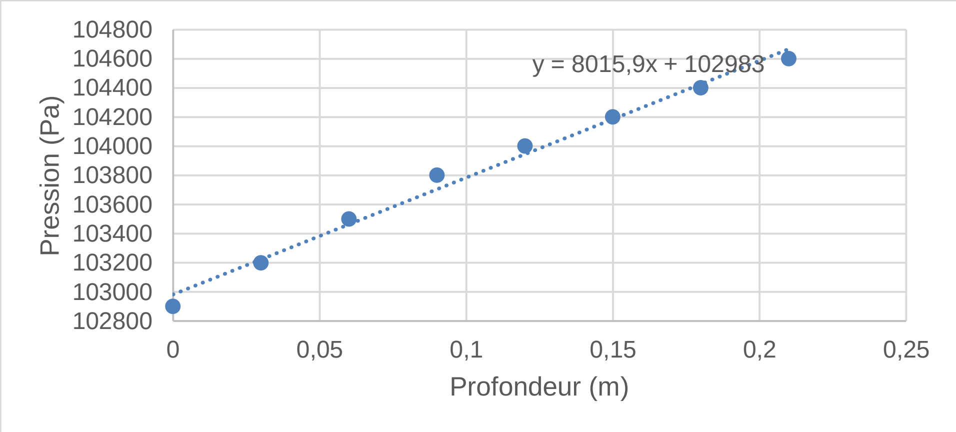
$$\frac{\left|\overline{P_{atm}} - (P_{atm})_{ref}\right|}{u(P_{atm})} = \frac{9953 \cdot 10^1 - 9950 \cdot 10^1}{1 \cdot 10^1} = 3$$

Notre résultat est compatible à $\mathbf{3}u$ près avec la pression atmosphérique du jour.

[3] Il est intéressant de sensibiliser les élèves sur le fait que cette « valeur de référence » n'est pas une valeur théorique. Elle est tout aussi expérimentale que celle issue de nos mesures. Elle correspond à des valeurs de ρ et de g mesurées par d'autres personnes, avec un autre protocole (probablement plus précis que le nôtre).

Remarque : avec la sonde à membrane…

Pour travailler la compétence « ***Discuter de l'influence de l'instrument de mesure et du protocole*** », nous présentons ici les mesures obtenues par un groupe de TP ayant travaillé avec la sonde à membrane en latex, à la place du tube transparent :



On voit très nettement que les points ne se répartissent pas aléatoirement autour de la droite de régression. La modélisation affine n'est donc pas pertinente. La modélisation réalisée montre bien un grand écart avec les valeurs de référence. L'élasticité de la membrane ne permet pas d'assurer l'égalité des pressions de part et d'autre. Ce type de sonde de pression est donc à utiliser avec précaution (nature de la membrane ?).

Approche (ii) : étude d'une seule série de mesures (1 seul groupe de TP)

Lorsque l'on ne dispose que d'une seule série de mesures (un seul binôme de TP : pas de mise en commun des résultats avec les autres binômes), le logiciel de régression linéaire[4] peut fournir les incertitudes-type associées à la pente et à l'ordonnée à l'origine.

Ces incertitudes-type sur la pente et sur l'ordonnée à l'origine peuvent tout-à-fait être calculés de façon analytique : les expressions sont données en annexe 2 pour information[5]. Nous y indiquons également un programme Python permettant de calculer ces grandeurs.

Prenons par exemple les résultats du groupe 1 :

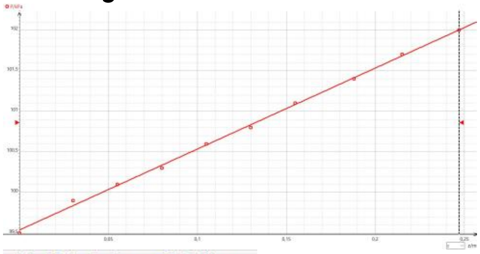
z (m)	0	0,03	0,055	0,08	0,105	0,13	0,155	0,188	0,215	0,247
P (Pa)	99500	99900	100100	100300	100600	100800	101100	101400	101700	102000

Cette deuxième approche aboutit aux incertitudes-type suivantes (par exemple avec le programme Python fourni en annexe, ou avec Regressi) :

[4] Par exemple avec Regressi si on le paramètre correctement (bouton *Options* de la fenêtre *Graphe*, sélectionner *Options de modélisation*, puis cocher *Incertitudes type*). Possibilité également d'utiliser la fonction DROITEREG de libreoffice. https://wiki.openoffice.org/wiki/FR/Documentation/Calc:_fonction_DROITEREG

[5] Les calculs sont lourds, demander aux élèves de les faire à la main ne présente pas d'intérêt.

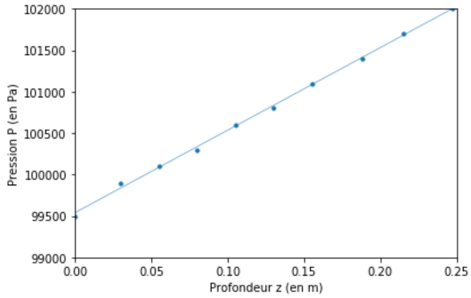
Avec Regressi :



Résultats de la modélisation

Ecart données-modèle
Ecart-type sur P=33,56 Pa
Incertitude-type
a=(9,97 ±0,14)10^3 Pa/m
b=(99,538 ±0,020)kPa

Avec le programme Python fourni en annexe 2 :




```
In [4]: runfile('/Users/thomasroy/.spyder-py3/temp.py', wdir='/Us
Pente : 9974.769700170158
Incertitude-type de la pente : 137.4229408277735
Ordonnee à l origine : 99538.0402511295
Incertitude-type de l ordonnée à l origine : 19.668914947128247
```

On fait le choix de ne garder qu'un chiffre significatif sur l'incertitude-type :

$$u(\text{Pente}) = 0{,}13742 \cdot 10^3 \text{ Pa.m}^{-1} \rightarrow \mathbf{0,1 \cdot 10^3 \text{ Pa.m}^{-1}}$$

$$u(\text{Ordonnée à l'origine}) = 19{,}6689 \text{ Pa} \rightarrow \mathbf{2 \cdot 10^1 \text{ Pa}}$$

Ceci fixe alors le nombre de décimales à garder dans le résultat retenu, et donc le nombre de chiffres significatifs. On a ici :

$$\text{Pente} = 9{,}97477 \cdot 10^3 \text{ Pa.m}^{-1} \rightarrow \mathbf{10,0 \cdot 10^3 \text{ Pa.m}^{-1}}$$

$$\text{Ordonnée à l'origine} = 99538 \text{ Pa} \rightarrow \mathbf{9954 \cdot 10^1 \text{ Pa}}$$

Cette approche (ii) aboutit donc à :

$\text{Pente} = 10{,}0 \cdot 10^3 \text{ Pa.m}^{-1}$ avec $u(\text{Pente}) = 0{,}1 \cdot 10^3 \text{ Pa.m}^{-1}$

Ordonnée à l'origine $= 9954 \cdot 10^1$ Pa avec u(Ordonnée à l'origine) $= 2 \cdot 10^1$ Pa

À Paris, la pesanteur est de $g = 9{,}806 \text{ m.s}^{-2}$. La masse volumique de l'eau à 20°C est de $\rho = 998{,}16 \text{ kg.m}^{-3}$. La valeur de la pente est donc à comparer[6] avec le produit $(\rho g)_{ref} = 9{,}806 \times 9{,}9816 \cdot 10^2 \approx 9{,}8 \cdot 10^3 \text{ Pa.m}^{-1}$. On obtient alors :

$$\frac{|\rho g - (\rho g)_{ref}|}{u(\rho g)} = \frac{10{,}0 \cdot 10^3 - 9{,}8 \cdot 10^3}{0{,}1 \cdot 10^3} = 2$$

Notre résultat est compatible à $\mathbf{2}u$ près avec la valeur de référence du produit ρg.

La valeur de référence à laquelle on compare l'ordonnée à l'origine est la pression atmosphérique du jour : $(P_{atm})_{ref} = 9950 \cdot 10^1$ Pa. On obtient alors :

$$\frac{|P_{atm} - (P_{atm})_{ref}|}{u(P_{atm})} = \frac{9954 \cdot 10^1 - 9950 \cdot 10^1}{2 \cdot 10^1} = 0{,}5$$

Notre résultat est compatible à $\mathbf{0,5}\ u$ près avec la pression atmosphérique du jour.

[6] Il est intéressant de sensibiliser les élèves sur le fait que cette « valeur de référence » n'est pas une valeur théorique. Elle est tout aussi expérimentale que celle issue de nos mesures. Elle correspond à des valeurs de ρ et de g mesurées par d'autres personnes, avec un autre protocole (probablement plus précis que le nôtre).

Complément : pourquoi n'a-t-on pas traité les incertitudes en « type B », en utilisant les incertitudes indiquées par le constructeur ?

On peut en effet penser au premier abord à chercher la précision du pressiomètre dans la notice de l'appareil, d'autant plus que le traitement « type B » des incertitudes fait son apparition dans le programme de Première.

On pourrait alors prendre comme incertitudes-type :

- sur la profondeur z :

On peut prendre une graduation du réglet, que l'on multiplie par deux[7] car on effectue deux mesures sur le réglet pour obtenir la profondeur, en première approximation :

$$u(z) = 2 \times 1 \text{ mm} = 2 \text{ mm}$$

- sur la pression P :

Pour l'incertitude-type sur la mesure de pression par le pressiomètre, il faut se référer à la notice constructeur. La plupart[8] des constructeurs indiquent une incertitude relative : *« Précision : 2% »*. On a donc, en première approximation:

$$u(P) = 0{,}02 \times P$$

On comprend aisément qu'un tel traitement ne donnera pas des résultats satisfaisants. En effet, sur la profondeur d'eau explorée (une vingtaine de centimètres), la pression varie peu : de $\boldsymbol{P = 995 \cdot 10^2}$ Pa en surface à $\boldsymbol{P = 1019 \cdot 10^2}$ Pa au fond du récipient, la pression ne varie que de 2,4 %, cette variation est du même ordre de grandeur que l'incertitude-type relative de l'appareil.

Pour illustrer ceci, traçons les points expérimentaux du groupe 1 en affichant les « ellipses d'incertitude » dans regressi.

---

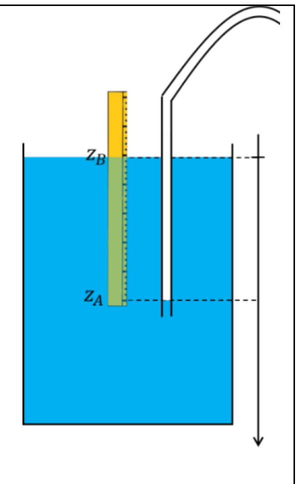
[7] La profondeur $z = z_B - z_A$ résulte en effet de *deux* mesures z_A et z_B sur le réglet (cf. schéma ci-contre) :

$$u(z_A) = u(z_B) = 1 \text{ mm} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Il s'agit donc d'une incertitude composée, et en toute rigueur l'incertitude-type sur la profondeur z devrait être :

$$u(z) = u(z_B - z_A) = \sqrt{\left(u(z_B)\right)^2 + \left(u(z_A)\right)^2} = \sqrt{(1 \text{ mm})^2 + (1 \text{ mm})^2} = \sqrt{2} \times 1 \text{ mm}$$

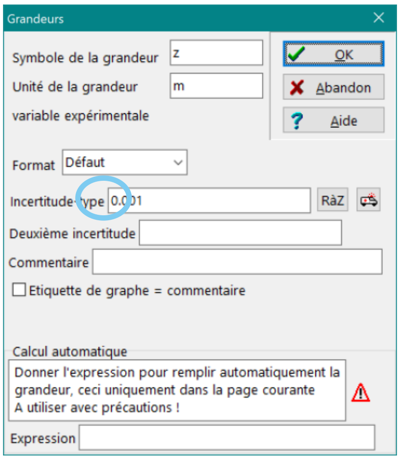
Or, les incertitudes composées ne sont introduites qu'en classe de terminale. Toutefois, en ne gardant qu'un chiffre significatif sur l'incertitude-type , on obtient la même valeur de 1 mm.

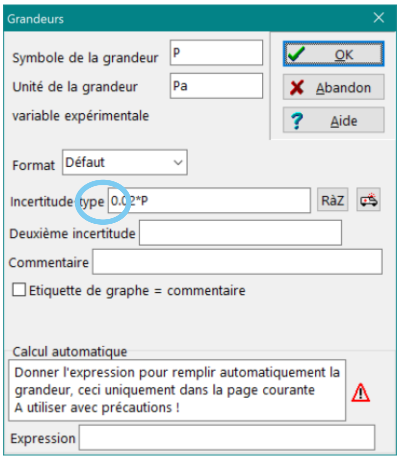


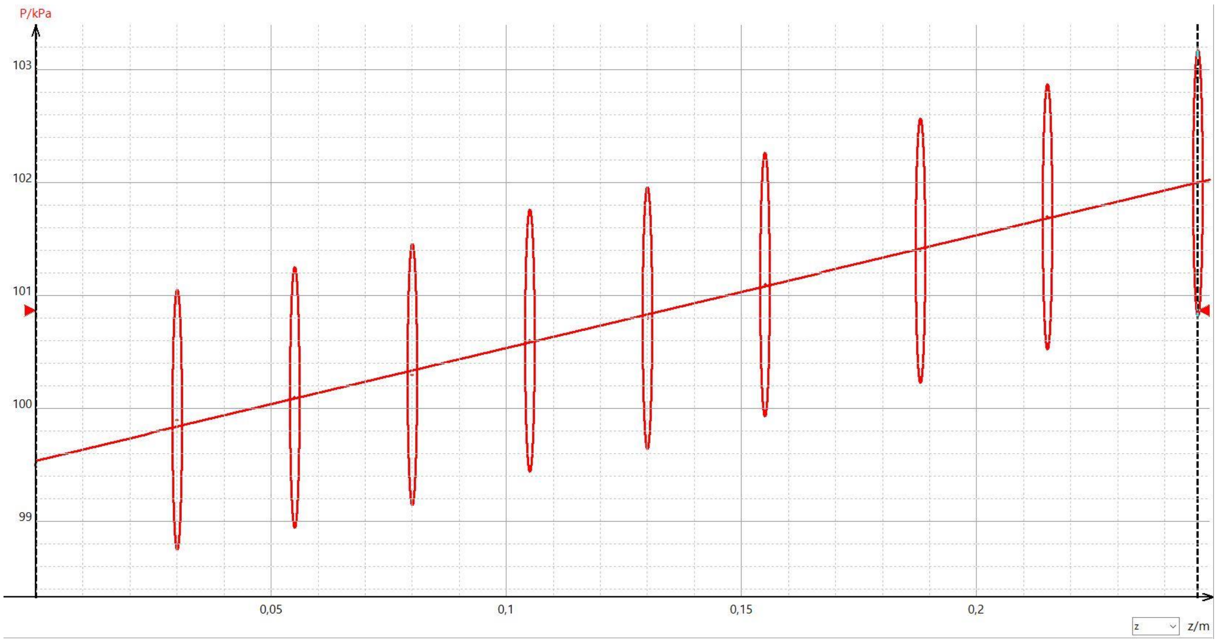
[8] Certains constructeurs indiquent plutôt dans la notice « Précision : ± 2% **± 4hPa** ». On peut supposer que le décalage systématique associé au « ± 4hPa » sera le même pour toutes les mesures faites avec un même boîtier. Ainsi, étant donné que nous calculons une différence de deux pressions mesurées : $\mathrm{P(z) - P_{atm}}$, ce décalage va s'annuler. Il ne reste donc plus que les « ± 2% » à prendre en compte.

Les ellipses permettent de visualiser une variabilité très grande et donc de sensibiliser l'élève à une trop grande étendue des ordonnées à l'origine et des pentes possibles avec cette méthode…

z	u(z)	P	u(P)
m	m	Pa	Pa
0,000	0,0010	$9{,}950\cdot10^4$	$2\cdot10^3$
0,0300	0,0010	$9{,}990\cdot10^4$	$2\cdot10^3$
0,0550	0,0010	$1{,}001\cdot10^5$	$2\cdot10^3$
0,0800	0,0010	$1{,}003\cdot10^5$	$2\cdot10^3$
0,1050	0,0010	$1{,}006\cdot10^5$	$2\cdot10^3$
0,1300	0,0010	$1{,}008\cdot10^5$	$2\cdot10^3$
0,1550	0,0010	$1{,}011\cdot10^5$	$2\cdot10^3$
0,1880	0,0010	$1{,}014\cdot10^5$	$2\cdot10^3$
0,2150	0,0010	$1{,}017\cdot10^5$	$2\cdot10^3$
0,2470	0,0010	$1{,}020\cdot10^5$	$2\cdot10^3$







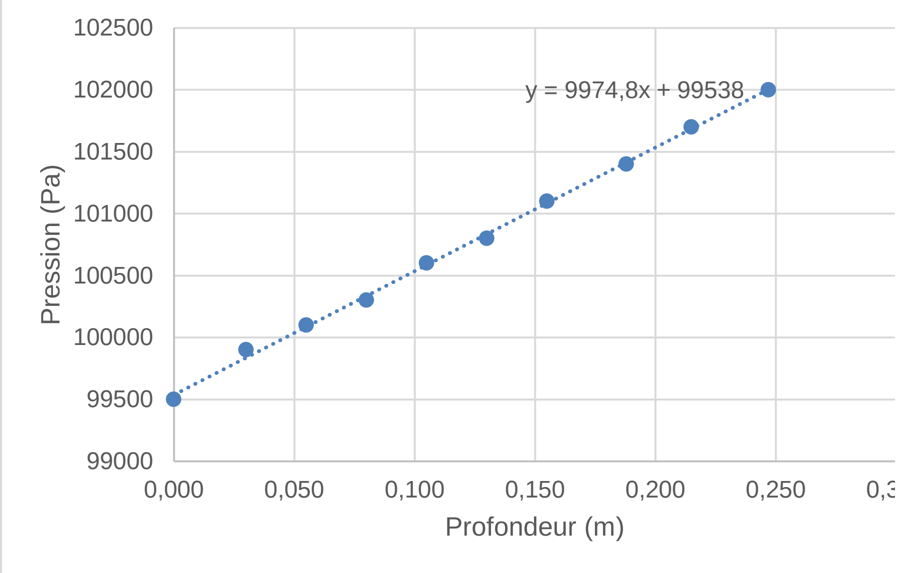
Annexes

Annexe 1 : exemple de résultats de 9 binômes de TP, avec le tube transparent

La pression atmosphérique du jour était de 995 hPa. Les pressiomètres de tous les groupes ont donc été étalonnés par les élèves en fixant cette valeur lorsque la sonde est à l'air libre.

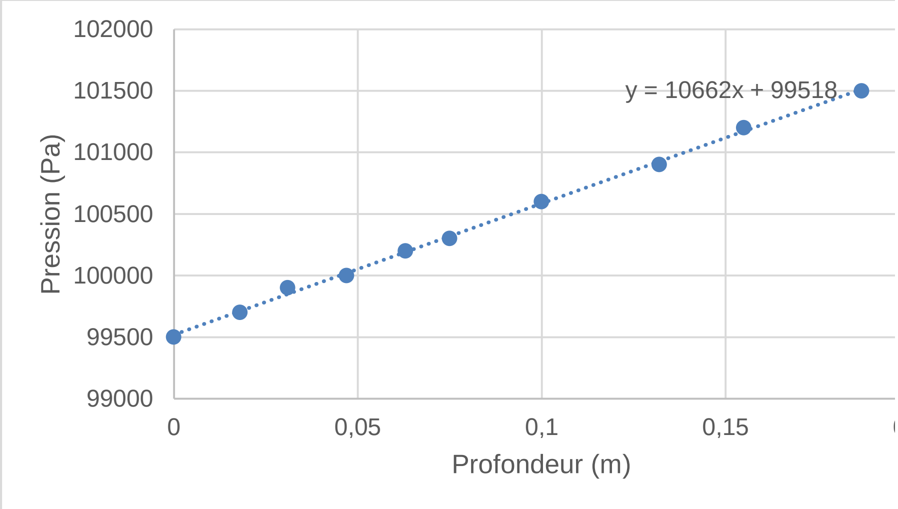
GROUPE 1

z (m)	P (Pa)
0,000	$995 \cdot 10^2$
0,030	$999 \cdot 10^2$
0,055	$1001 \cdot 10^2$
0,080	$1003 \cdot 10^2$
0,105	$1006 \cdot 10^2$
0,130	$1008 \cdot 10^2$
0,155	$1011 \cdot 10^2$
0,188	$1014 \cdot 10^2$
0,215	$1017 \cdot 10^2$
0,247	$1020 \cdot 10^2$



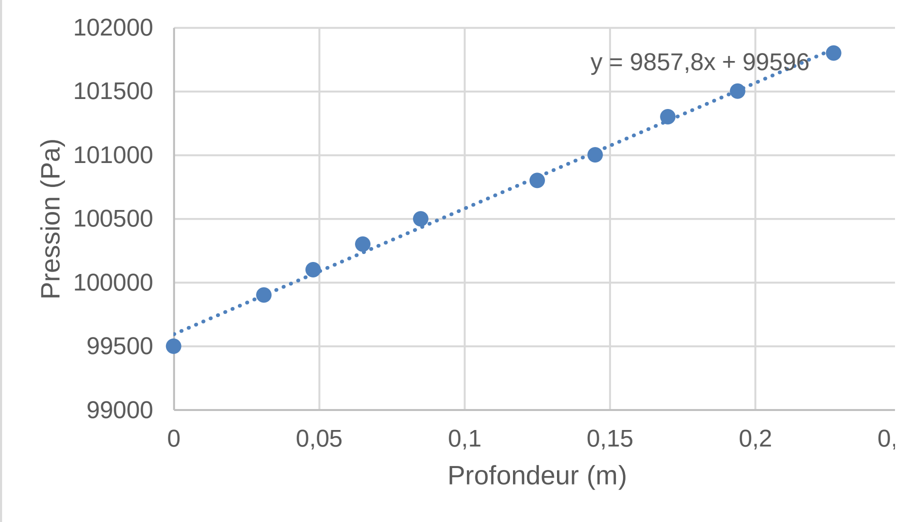
GROUPE 2

z (m)	P (Pa)
0,000	99500
0,018	99700
0,031	99900
0,047	100000
0,063	100200
0,075	100300
0,100	100600
0,132	100900
0,155	101200
0,187	101500



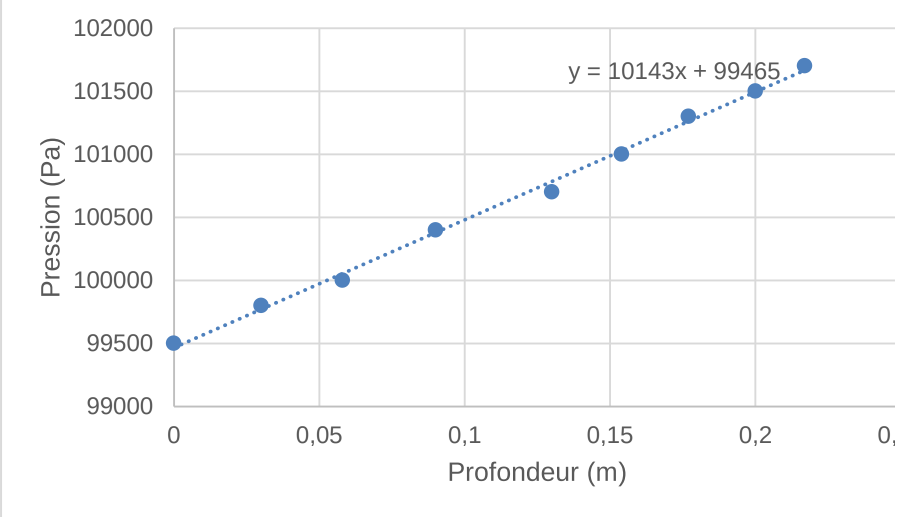
GROUPE 3

z (m)	P (Pa)
0,000	99500
0,031	99900
0,048	100100
0,065	100300
0,085	100500
0,125	100800
0,145	101000
0,170	101300
0,194	101500
0,227	101800



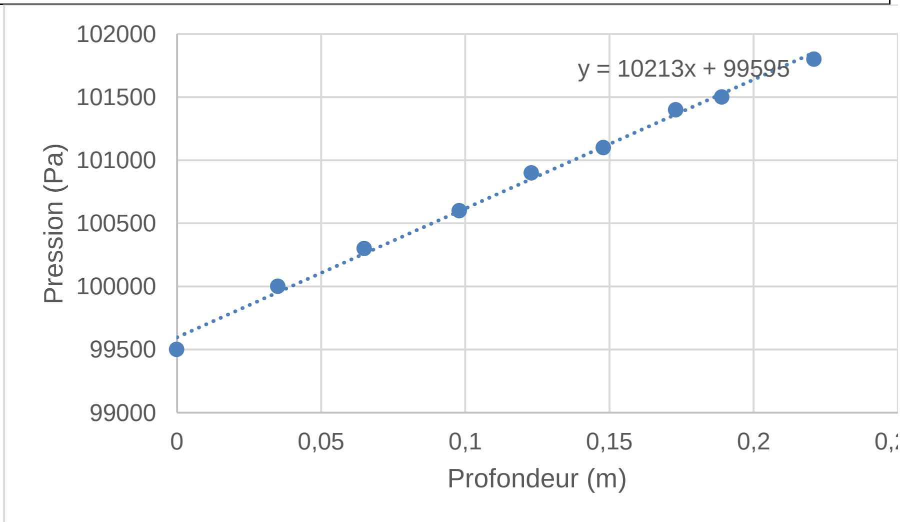
GROUPE 4

z (m)	P (Pa)
0,000	99500
0,030	99800
0,058	100000
0,090	100400
0,130	100700
0,154	101000
0,177	101300
0,200	101500
0,217	101700



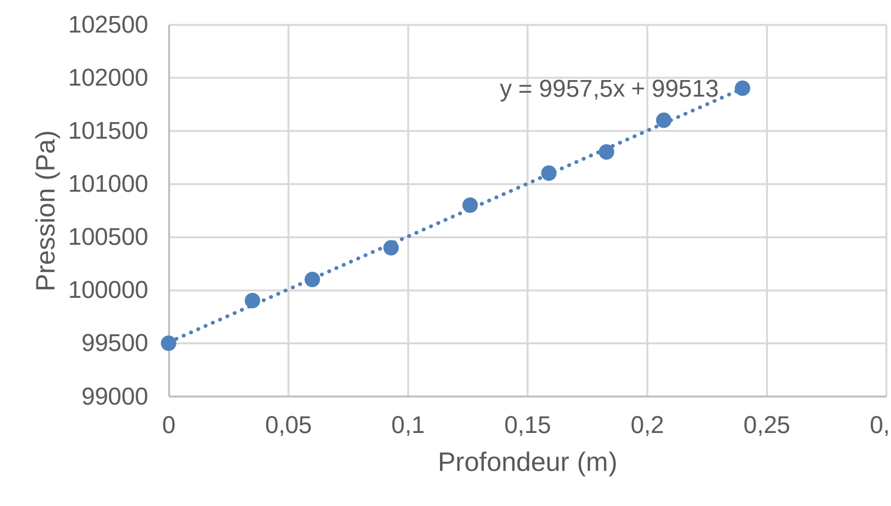
GROUPE 5

z (m)	P (Pa)
0,000	99500
0,035	100000
0,065	100300
0,098	100600
0,123	100900
0,148	101100
0,173	101400
0,189	101500
0,221	101800



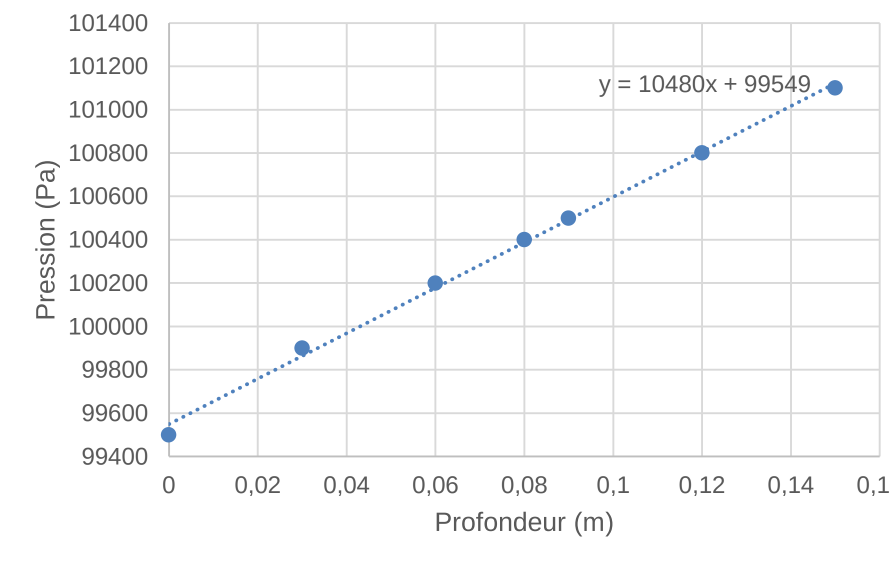
GROUPE 6

z (m)	P (Pa)
0,000	99500
0,035	99900
0,060	100100
0,093	100400
0,126	100800
0,159	101100
0,183	101300
0,207	101600
0,240	101900



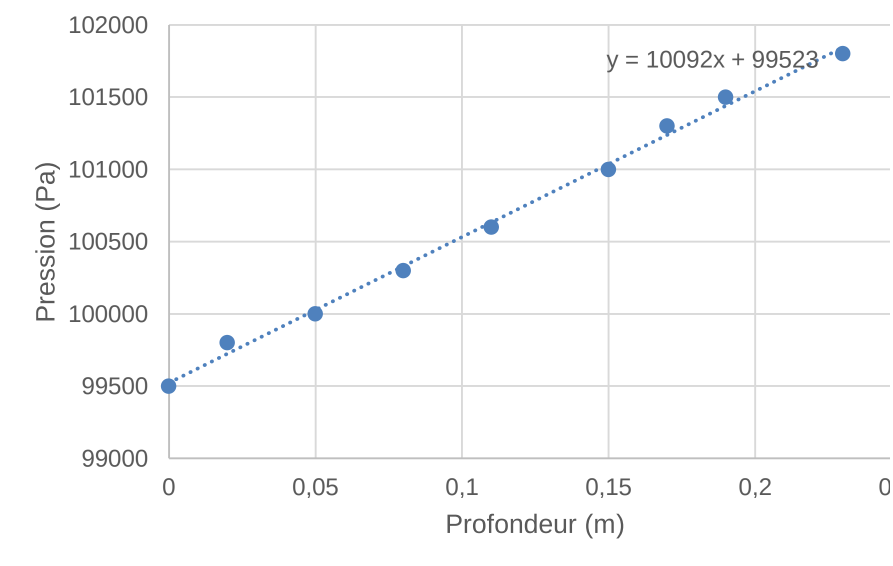
GROUPE 7

z (m)	P (Pa)
0,00	$995\cdot10^{2}$
0,03	$999\cdot10^{2}$
0,06	$1002\cdot10^{2}$
0,08	$1004\cdot10^{2}$
0,09	$1005\cdot10^{2}$
0,12	$1008\cdot10^{2}$
0,15	$1011\cdot10^{2}$



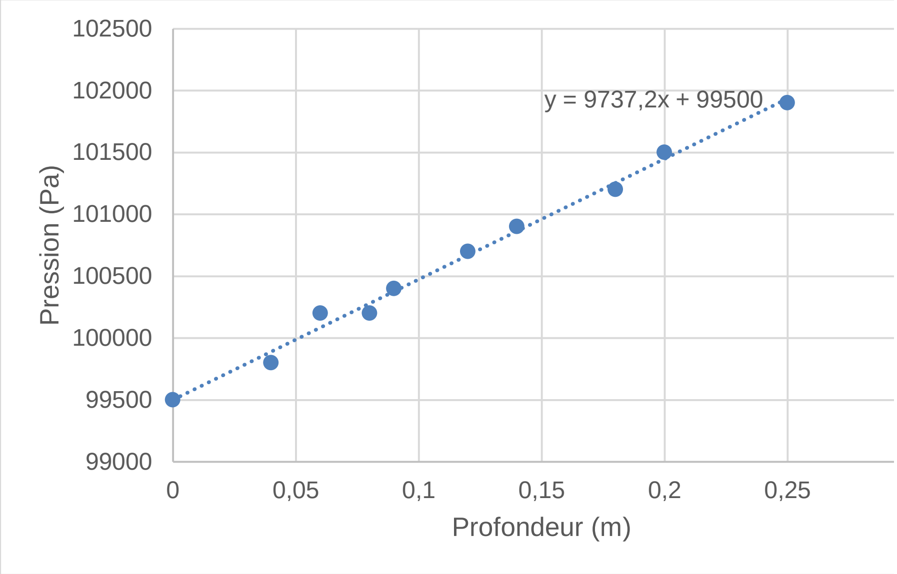
GROUPE 8

z (m)	P (Pa)
0,00	$995\cdot10^{2}$
0,02	$998\cdot10^{2}$
0,05	$1000\cdot10^{2}$
0,08	$1003\cdot10^{2}$
0,11	$1006\cdot10^{2}$
0,15	$1010\cdot10^{2}$
0,17	$1013\cdot10^{2}$
0,19	$1015\cdot10^{2}$
0,23	$1018\cdot10^{2}$



GROUPE 9

z (m)	P (Pa)
0,00	$995 \cdot 10^2$
0,04	$998 \cdot 10^2$
0,06	$1002 \cdot 10^2$
0,08	$1002 \cdot 10^2$
0,09	$1004 \cdot 10^2$
0,12	$1007 \cdot 10^2$
0,14	$1009 \cdot 10^2$
0,18	$1012 \cdot 10^2$
0,20	$1015 \cdot 10^2$
0,25	$1019 \cdot 10^2$



Annexe 2 : expressions analytiques de la pente a et de l'ordonnée à l'origine b ainsi que leurs incertitudes-type $u(a)$ et $u(b)$, avec la méthode des moindres carrés

L'équation de la droite de régression $y = ax + b$ peut être déterminée à partir des deux listes : les abscisses x_i et les ordonnées y_i des n points correspondants :

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} \qquad b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$\bar{x}$ est la moyenne des abscisses x_i, $\bar{y}$ est la moyenne des ordonnées y_i.

L'incertitude-type sur la pente est donnée par :

$$u(a) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}[y_i - (ax_i + b)]^2}{(n-2)\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}}$$

L'incertitude-type sur l'ordonnée à l'origine est donnée par :

$$u(b) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}[y_i - (ax_i + b)]^2 \sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n(n-2)\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}}$$

Programme écrit en langage Python permettant de calculer ces valeurs :

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

################################################################################
#Procedure Regression Linéaire tableaux X et Y
def RegLin(X,Y):
    N=len(X)
    moyX=sum(X)/N
    moyY=sum(Y)/N
    pente=sum((X-moyX)*(Y-moyY))/(sum((X-moyX)**2))
    ordor=moyY-pente*moyX
    return [pente,ordor]

#Procedure tracé d'une droite px+o entre les abscisses a et b, n points
def Droite(p,o,a,b,n):
    xx=np.linspace(a,b,n)
    yy=p*xx+o
    plt.plot(xx,yy,linewidth=0.5)

#Renvoie l'incertitude-type sur la pente
def IncertitudePente(X,Y):
    Ypredict=RegLin(X,Y)[0]*X+RegLin(X,Y)[1]
    RSD=np.sqrt(sum((Y-Ypredict)**2)/(len(Y)-2))
    moyX=sum(X)/len(X)
    return RSD/np.sqrt(sum((X-moyX)**2))
#Renvoie l'incertitude-type sur l'ordonnée à l'origine
def IncertitudeOrdoOrigine(X,Y):
    Ypredict=RegLin(X,Y)[0]*X+RegLin(X,Y)[1]
    RSD=np.sqrt(sum((Y-Ypredict)**2)/(len(Y)-2))
```

```
    moyX=sum(X)/len(X)
    return RSD*np.sqrt(sum(X**2)/(len(X)*sum((X-moyX)**2)))

############################################################################

############################################################################
#Entrées (mesures du groupe de TP numéro 1 : profondeurs z en m, pressions P en Pa)
z=np.array([0,0.03,0.055,0.08,0.105,0.13,0.155,0.188,0.215,0.247])
P=np.array([99500,99900,100100,100300,100600,100800,101100,101400,101700,102000])
############################################################################

############################################################################
#Régression linéaire
RegHydrostatique=RegLin(z,P)
plt.figure(1)
plt.scatter(z,P,s=10)
Droite(RegHydrostatique[0],RegHydrostatique[1],0,0.25,10)
plt.xlabel(r"Profondeur z (en m)")
plt.ylabel(r"Pression P (en Pa)")
plt.axis([0,0.25, 99000, 102000])
plt.show()
############################################################################

############################################################################
#Calcul statistique des intervalles de confiance sur la pente et l'ordonnée à l'origine
uP=IncertitudePente(z,P)
uOrdOr= IncertitudeOrdoOrigine (z,P)
print('Pente :',RegHydrostatique[0])
print('Incertitude-type de la pente :',uP)
print('Ordonnee à l origine :',RegHydrostatique[1])
print('Incertitude-type de l ordonnée à l origine :',uOrdOr)
############################################################################
```

Annexe 3 : références au programme - description d'un fluide au repos

Notions et contenus	Capacités exigibles / Activités expérimentales
Loi fondamentale de la statique des fluides	Dans le cas d'un fluide incompressible au repos, utiliser la relation fournie exprimant la loi fondamentale de la statique des fluides : P_2-P_1 = $\rho g(z_1$-$z_2)$. ***Tester la loi fondamentale de la statique des fluides.***