

MATHÉMATIQUES

Nombre et calculs

Éducation financière et budgétaire

L'épargne

Un exemple de tâche intermédiaire : les formules du banquier

Une ressource produite
dans le cadre de la
stratégie nationale
d'éducation financière
en partenariat avec
la Banque de France
et l'Institut pour
l'éducation financière
du public

ATTENDUS DE FIN DE CYCLE ; CONNAISSANCES ET COMPÉTENCES ASSOCIÉES

Utiliser les nombres pour comparer, calculer et résoudre des problèmes :

- effectuer des calculs numériques simples impliquant des puissances ;
- calculer avec des nombres décimaux (somme, différence, produit, quotient) ;
- utiliser le calcul littéral.

Résoudre des problèmes de proportionnalité :

- résoudre des problèmes de pourcentage.

COMPÉTENCES TRAVAILLÉES

Chercher, calculer, raisonner.

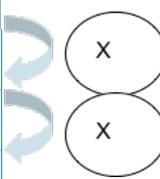


Énoncé

Le 1^{er} janvier 2017, Nadia souhaite placer 1 500 euros (€) sur un livret d'épargne rapportant 2 % par an. Il s'agit d'intérêts composés, ce qui signifie que les intérêts perçus pour une année sont intégrés au capital et produisent eux-mêmes des intérêts l'année suivante. Ainsi, un taux d'intérêt annuel de 2 % signifie que pour 100 € placés sur une année, le montant des intérêts s'élève à 2 €. L'année suivante, les intérêts sont calculés sur ces 102 € et ainsi de suite.

1. Calculer le montant des intérêts acquis au 1^{er} janvier 2018. En déduire le nouveau capital au 1^{er} janvier 2018.
2. Calculer le montant des intérêts acquis la 2^{ème} année. En déduire le nouveau capital au 1^{er} janvier 2019.
3. Recopier et compléter le tableau suivant :

| 1 ^{ER} JANVIER DE L'ANNÉE | CAPITAL EN EUROS |
|------------------------------------|------------------|
| 2017 | 1500 |
| 2018 | ... |
| 2019 | ... |



4. De quelle somme Nadia disposera-t-elle au bout de 5 ans ?
5. Nadia cherche à déterminer au bout de combien d'années son capital aura doublé. Elle utilise un tableur :

| | A | B |
|---|-------|----------|
| 1 | Année | Capital |
| 2 | 0 | 1500 |
| 3 | 1 | 1530 |
| 4 | 2 | 1560,6 |
| 5 | 3 | 1591,812 |

- a. Quelle formule a-t-elle saisie en B3 qui, par recopie vers le bas, permet de calculer l'évolution du capital chaque année ?
- b. Elle souhaite connaître le nombre d'années nécessaire pour doubler le capital initial. Déterminer cette valeur.
6. a. On place une somme S au taux annuel de 2 % pendant 3 années. Expliquer pourquoi le capital disponible au bout de n années est égal à $S \times (1,02)^n$.
- b. En déduire une formule qui permet de calculer le capital disponible au bout de n années.
7. a. Le banquier explique la règle des 70 à Nadia : « Si on place un capital sur un compte épargne dont le taux d'intérêt annuel est t %, alors le capital aura doublé au bout de $\frac{70}{t}$ années ». Tester à l'aide du tableur si cette affirmation est plausible dans le cas de Nadia.
- b. Est-ce encore vrai pour d'autres valeurs de t ?

Pistes pédagogiques

Cet exercice peut être proposé en milieu du cycle 4. Il peut être intéressant de le prolonger avec un travail sur les différents taux pratiqués sur les comptes sur livret. L'utilisation du tableur permet d'explicitier la formule proposée pour calculer l'évolution du capital et de vérifier si la règle permet une approximation du nombre d'années pour doubler le capital.

La dernière question permet de développer l'esprit critique. Pour la question 5b, les élèves peuvent changer la formule de la cellule B3 pour chaque valeur de t testée. On peut aussi modifier la feuille tableur en faisant apparaître le taux dans une cellule qui sera utilisée ainsi dans la formule de la cellule B3.

Un travail spécifique pourra être proposé autour des notations avec t%, t/100 et la notation décimale. On pourra aussi faire réfléchir les élèves sur l'erreur commise par l'approximation du banquier suivant les valeurs de t.

Remarques

L'affirmation du banquier n'est vraie que pour des petites valeurs de t proches de 2 %.

En effet, si on pose $x = \frac{t}{100}$, cela conduit à résoudre l'équation $(1+x)^n = 2$ et on obtient

$$n = \frac{\ln 2}{\ln(1+x)}$$

L'affirmation revient donc à prétendre que $\frac{\ln 2}{\ln(1+x)} = \frac{70}{x \times 100}$, c'est-à-dire que $\ln(1+x)$

est égal à $x \times \frac{\ln(2)}{0,7}$ à pour x compris entre 0 et 1. Pour un taux très proche de 2 %, l'erreur est

très faible.

On trouvera plus d'explications sur cette règle [sur Wikipedia](#).

Point info**Placement**

Un placement est une somme d'argent qui est investie dans l'espoir de réaliser un gain. Le gain n'est qu'exceptionnellement garanti sur longue période. Pour espérer obtenir un gain élevé, il faut accepter de prendre des risques et/ou d'immobiliser son argent pendant longtemps.

L'Épargne

L'épargne est la partie non consommée du revenu disponible. Elle permet de se prémunir contre les aléas de la vie ou de consommer plus tard.

Cette épargne peut être placée sur des livrets qui offrent une rémunération que l'on appelle des « intérêts ».

Pour aller plus loin

Consultez le portail national de l'éducation économique, budgétaire et financière :

Mes questions d'argent [pourquoi épargner](#) et [les livrets et comptes d'épargne](#) ainsi que [les fiches réalisées par la finance pour tous](#).