

Toutes les pièces mécaniques contiennent des fissures, même si cela ne se voit pas à l'œil nu. Ces fissures peuvent croître lentement ou brutalement, le dernier cas de figure étant souvent synonyme de rupture ; la prévision de ces phénomènes est donc un enjeu essentiel pour le dimensionnement. La branche de la mécanique qui permet de modéliser la fissuration s'appelle la mécanique de la rupture. Nous en présentons ici quelques concepts, et notamment la notion de ténacité, qui caractérise la résistance d'un matériau à l'avancement des fissures et peut être mesurée par des essais de fissuration.

1 - La fissure

1.1 - Une première image de la fissure : observations à l'œil nu

Les fissures font partie intégrante de notre quotidien. Toutes les pièces mécaniques en contiennent, et ce à diverses échelles.

Les fissures les plus grandes sont observables à l'œil nu. Par exemple, chaque conducteur est conscient du danger de rouler avec un impact sur son pare-brise. Malgré les précautions prises dans la réalisation des pare-brises (multi-couches), un simple impact de quelques millimètres (une fissure de petite taille en fait) peut se propager très rapidement sous charge, jusqu'à couvrir toute l'étendue du pare-brise (figure 1).



Figure 1 : Propagation de fissures sur un pare-brise

Cependant, la plupart des fissures sont invisibles à l'œil nu. Sur la figure 2 (les 4 images ci-dessous) nous considérons une éprouvette d'un acier austénitique inoxydable qui a été soumise à des sollicitations répétées (50000 cycles à +/- 250 MPa à 2.5 Hz). A l'œil nu et sur l'éprouvette déchargée, on ne voit aucune fissure. Pourtant, il y en a bien une : pour la voir, il faut charger l'éprouvette en traction, ce qui a pour effet d'écartier les lèvres de la fissure. Des moyens d'observation appropriés, comme la corrélation d'images (voir ressources « *Présentation générale de la corrélation d'images numériques* »), peuvent mettre en évidence la discontinuité qui en résulte.

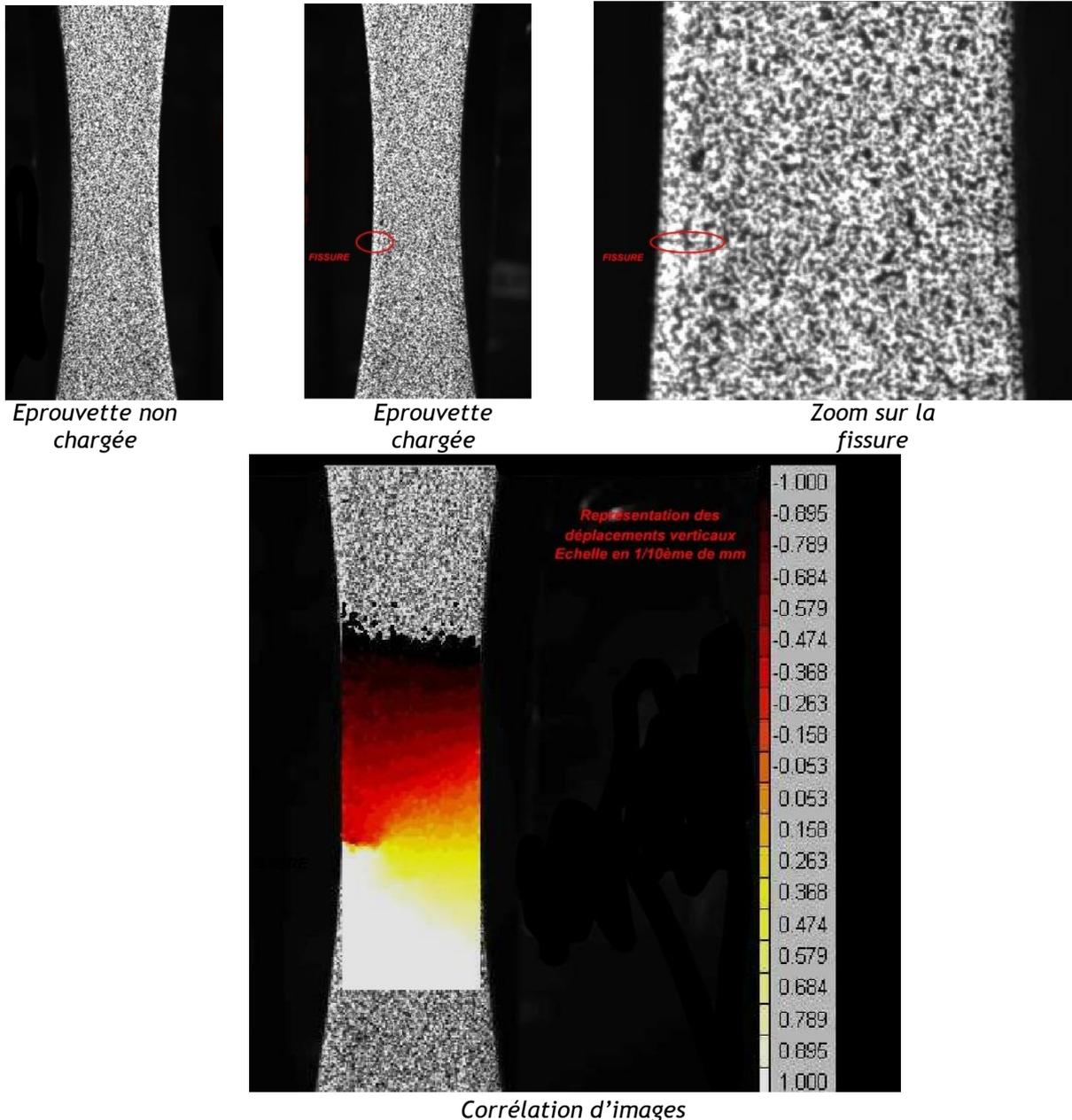


Figure 2 : Fissure sur une éprouvette de fatigue chargée et déchargée

Les structures soumises à des chargements cycliques sont inévitablement fissurées. La présence de fissures constitue un risque potentiel, car les fissures grandissent de manière irréversible (on dit qu'elles se propagent) et cela peut entraîner la rupture de la pièce. Dans le cas de la fatigue, cette propagation s'effectue selon deux régimes différents :

- En-dessous d'une certaine taille critique (dépendant de la structure et de son chargement), la fissure se propage « lentement », de manière progressive et stable, au cours des cycles de chargement ;

- Une fois la taille critique atteinte, la fissure se propage brutalement de manière instable, ce qui conduit généralement à la rupture.

Tout l'enjeu est donc de prévoir à quel moment la taille critique risque d'être atteinte. Dans l'aéronautique, dans le ferroviaire (roues des trains), les fissures sont régulièrement inspectées lors des phases de maintenance, et leurs tailles et positions sont suivies attentivement. Des simulations permettent alors de prévoir les risques de propagation jusqu'à l'inspection suivante ; ces simulations font généralement appel à la mécanique de la rupture, dont quelques concepts essentiels sont présentés dans les paragraphes suivants.

1.2 - Modélisation de la fissure

Une fissure est une petite fente dans un solide. Cette fente peut apparaître à la surface de la pièce (fissure superficielle), se trouver complètement à l'intérieur et être donc invisible depuis l'extérieur (fissure interne), ou traverser complètement la pièce (fissure traversante). Ces trois cas de figure sont schématisés sur la figure 3.

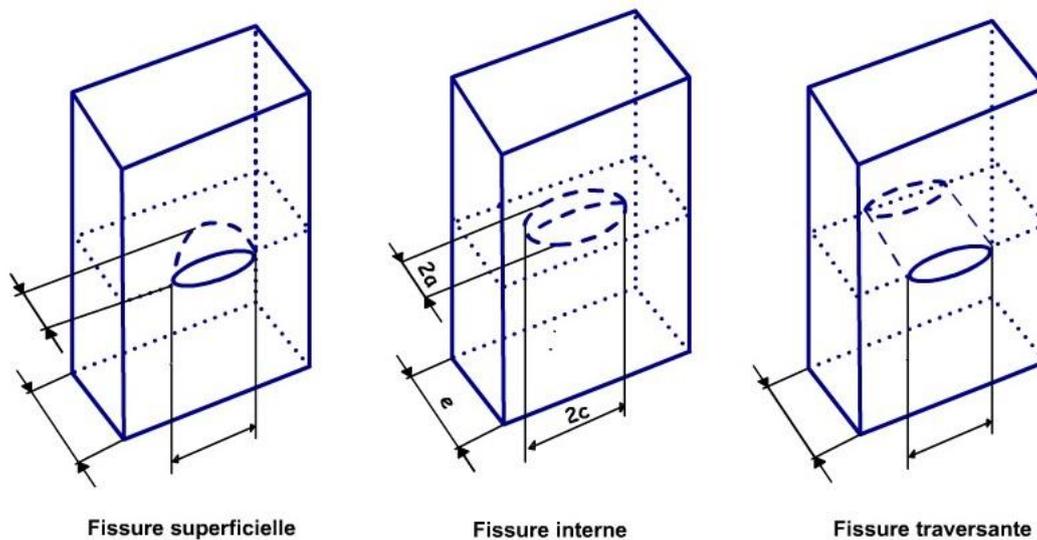


Figure 3 : Les différents types de fissures

Pour modéliser les fissures, on suppose souvent que leur géométrie est simple :

- Leur forme est elliptique, semi-elliptique ou en forme de coin ;
- Les deux faces de la fissure sont planes, parallèles et écartées d'une distance très petite devant les deux autres dimensions de la fissure. On assimile donc la fissure à son plan moyen ;
- Les deux faces se rejoignent selon un bord anguleux et, en conformité avec l'hypothèse précédente (faces parallèles), forment un angle quasiment nul.

La fissure est donc modélisée par une discontinuité de la matière, plane, « pointue » et d'épaisseur nulle. Lorsque les deux faces ne se touchent pas, on dit que la fissure est ouverte. Dans le cadre de la mécanique des milieux continus (c'est-à-dire en termes de déplacements et de contraintes), la fissure est alors modélisée en écrivant les conditions aux limites suivantes sur le plan moyen :

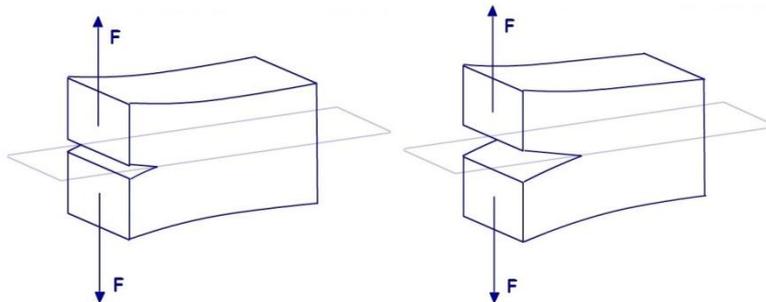
- Le vecteur contrainte est nul (car chacune des deux faces est un bord libre), et
- Le déplacement peut être discontinu de part et d'autre du plan (et sa discontinuité correspond alors à l'ouverture de la fissure).

1.3 - Les modes de propagation des fissures

Nous supposons ici que les fissures sont planes et se propagent dans leur plan. Il est ainsi possible de montrer que l'état général de propagation se limite à la superposition de trois modes :

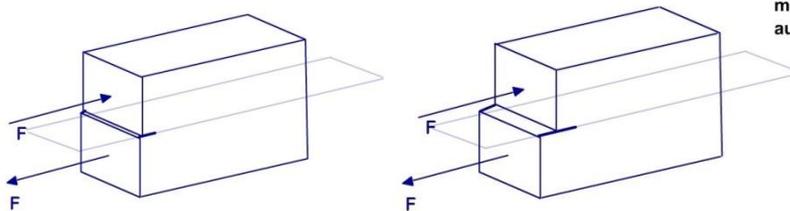
- Mode I (mode par ouverture) : les surfaces de la fissure se déplacent perpendiculairement au plan de fissure,
- Mode II (glissement de translation) : les surfaces de la fissure se déplacent dans le plan de fissure et dans une direction perpendiculaire au front de fissure,
- Mode III (glissement de rotation) : les surfaces de la fissure se déplacent dans le plan de fissure et dans une direction parallèle au front de la fissure.

Le mode I est souvent le plus critique et les études théoriques sont donc souvent limitées à ce mode de propagation.



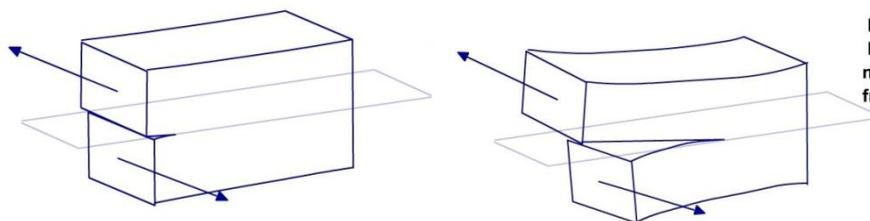
FISSURE DE MODE I:
Mode par ouverture
les surfaces de la fissure se déplacent dans des directions opposées et perpendiculairement au plan de fissure

Figure 4 : Propagation en mode I



FISSURE DE MODE II:
Mode par glissement de translation:
les surfaces de la fissure se déplacent dans le même plan et dans une direction perpendiculaire au front de fissure

Figure 5 : Propagation en mode II



FISSURE DE MODE III:
Mode par glissement de rotation:
les surfaces de la fissure se déplacent dans le même plan et dans une direction parallèle au front de la fissure.

Figure 6 : Propagation en mode III

1.4 - La propagation de la fissure selon le type de matériau

Les deux animations en annexe (« Annexe : rupture fragile » et « Annexe : rupture ductile » [1]) sont réalisées à partir de photos prises pendant le chargement en traction d'éprouvettes pré-fissurées pour un matériau « fragile » et un matériau « ductile ». Les différences de comportement entre ces types de matériau sont facilement observables :

- Le matériau fragile subit une rupture brutale par la propagation d'une fissure venant « déchirer » l'éprouvette ;
- Le matériau ductile subit une déformation plastique très importante autour de la zone pré-fissurée avant de rompre.

Les modèles développés par la suite sont valables uniquement pour les matériaux présentant un comportement élastique fragile.

2 - De la mécanique des milieux continus à la mécanique de la rupture

2.1 - Le champ de contraintes en pointe de fissure

Pour réaliser des simulations, il est nécessaire de calculer les champs de déplacements et de contraintes dans la structure fissurée et chargée. Ceci peut être réalisé dans le cadre de la mécanique des milieux continus, analytiquement dans certains cas simples, ou par éléments finis pour des géométries compliquées.

La solution analytique en contraintes et en déplacements est donnée « *Annexe : Solution analytique en pointe de fissure* ». On constate que le champ de contraintes présente une singularité : lorsque l'on se rapproche de la pointe de la fissure, la contrainte maximale tend vers l'infini ! Autrement dit, si l'on suppose que la rupture survient lorsque la contrainte excède un certain seuil (ce qui est globalement vrai dans un certain domaine), alors le modèle prédit que la structure peut rompre pour un chargement « très petit » ! Cela ne correspond heureusement à aucune observation physique.

Cet écart avec la réalité s'explique par le simplisme du modèle choisi : dans les faits, la fissure n'est pas « pointue » (elle a un rayon de courbure non nul), et une zone plastique se développe autour de la pointe de fissure (le comportement du matériau ne reste donc pas élastique, et ce même pour les matériaux dits « fragiles »). La valeur infinie de la contrainte à la pointe de la fissure est donc hors du domaine de validité du modèle, et n'a pas de réel sens physique.

Le problème est qu'il serait délicat d'utiliser une modélisation plus réaliste : cela demanderait de décrire finement la géométrie de la pointe de la fissure (que l'on ne connaît généralement pas précisément et qui serait délicate à représenter dans un maillage éléments finis), et d'utiliser un modèle de comportement non-linéaire rendant compte de la plasticité locale. Plutôt que de compliquer la modélisation, la mécanique linéaire de la rupture propose de conserver la modélisation ci-dessus, mais en modifiant les quantités d'intérêt : au lieu de s'intéresser à la valeur maximale (infinie donc non pertinente !) de la contrainte, la quantité dimensionnante sera une mesure de l'ensemble du champ de contraintes aux abords de la fissure.

2.2 - Le facteur d'intensité des contraintes

Le résultat du calcul analytique (voir « *Annexe : Solution analytique en pointe de fissure* ») montre qu'en coordonnées polaires (r, θ) le premier terme du développement limité du champ des contraintes s'écrit en $r^{-1/2}$ quelles que soient les conditions de chargement et la géométrie de l'éprouvette. Plus précisément, on peut toujours l'écrire sous la forme suivante :

$$\sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta)$$

La constante K est fonction du chargement et de la géométrie de l'éprouvette, et s'appelle facteur d'intensité des contraintes. C'est cette quantité qui est utilisée pour décrire le niveau du chargement au voisinage de la fissure et dimensionner la structure, plutôt que la « contrainte maximale ». Ainsi, au lieu de ne considérer que le point où se trouve le « maximum », l'ensemble de la singularité spatiale du champ des contraintes est pris en compte.

Les critères en contrainte stipulent alors que la fissuration devient instable lorsque le facteur d'intensité des contraintes excède une certaine valeur limite. Cette valeur limite est appelée

ténacité, et est généralement considérée comme une propriété intrinsèque du matériau dans un état donné (température, traitements thermiques...). (Signalons qu'il existe une autre famille de critères de propagation, basés sur l'énergie potentielle libérée lors de l'avancement de la fissure ; nous ne les développons pas dans cette ressource.)

Le facteur d'intensité des contraintes peut évoquer, par son rôle, les coefficients de concentration de contraintes utilisés pour dimensionner les structures comportant des accidents géométriques. Il est vrai que ces deux grandeurs décrivent la solution au voisinage du défaut et peuvent être trouvées dans des abaques ou des formulaires pour un grand nombre de problèmes-type. Cependant, l'analogie s'arrête là : les coefficients de concentration de contraintes sont des nombres sans dimension donnant directement la valeur maximale de la contrainte, tandis que le facteur d'intensité des contraintes s'exprime en $\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ (c'est-à-dire le produit d'une contrainte par la racine carrée d'une longueur) et caractérise l'ensemble du champ des contraintes autour de la pointe de fissure...

3 - Comment identifier la ténacité des matériaux fragiles ?

L'objectif de ce paragraphe est de mesurer la ténacité d'un matériau fragile, c'est-à-dire la valeur critique (conduisant à la rupture) du facteur d'intensité des contraintes. Cette mesure est ici réalisée à partir d'essais de flexion 3 points sur des éprouvettes pré-fissurées.

3.1 - La pré-fissuration des éprouvettes par essais sandwich

La ténacité mesure la résistance à la propagation de fissures *existantes* ; pour la mesurer, l'éprouvette utilisée doit donc être déjà fissurée. Pour les matériaux dits ductiles, la pré-fissuration peut se faire en sollicitant une éprouvette entaillée de façon cyclique (*i.e.* en fatigue), ce qui fera se propager une fissure de manière stable. En revanche, dans les matériaux fragiles, la propagation des fissures est un phénomène instable qui mène directement à la ruine de l'éprouvette. Il est donc nécessaire d'utiliser une technique adaptée, permettant de pré-fissurer l'éprouvette mais également de bloquer la propagation de la fissure avant la rupture.

L'essai sandwich est une de ces techniques. Il consiste à placer une éprouvette de matériau fragile, entaillée à la scie, entre deux poutres de matériaux ductiles (par exemple acier ou alliage d'aluminium) ; la rigidité en flexion (EI) des poutres ductiles est choisie supérieure à celle de l'éprouvette fragile. Le tout est sollicité en flexion trois points.

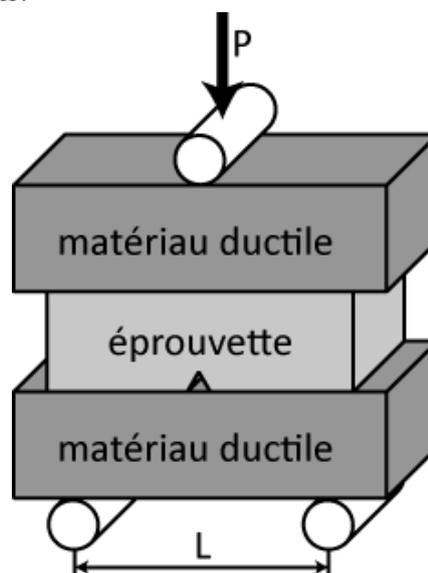
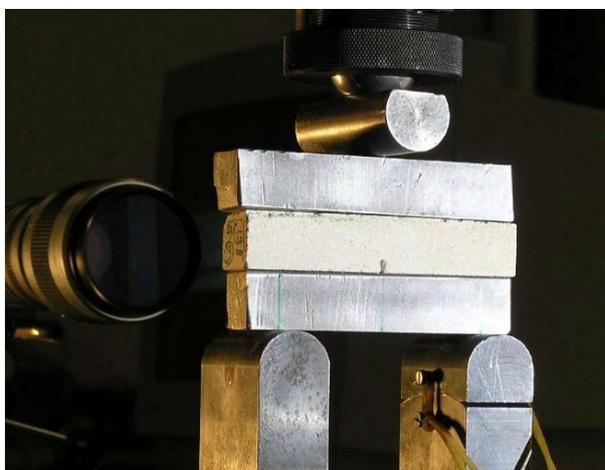


Figure 7 : Photos et schéma de l'essai sandwich

Au cours de l'essai, une fissure se propage dans l'éprouvette fragile à partir de l'entaille, et sa propagation est rapidement stoppée. Le principe de l'essai est décrit « *Annexe : Principe de la préfissuration d'une éprouvette par essai sandwich* » ; l'idée essentielle est qu'une fois que le front de fissure a traversé la ligne moyenne de l'ensemble, la fissure se retrouve en compression, ce qui stoppe sa propagation. La localisation de la pré-fissure est alors détectée par corrélation d'images.

3.2 - La mesure de la ténacité par essais de flexion 3 points

Une fois l'éprouvette pré-fissurée, la ténacité peut maintenant être mesurée. Cette mesure est réalisée à partir d'essais de flexion 3 points (figure 8), menés jusqu'à la rupture.

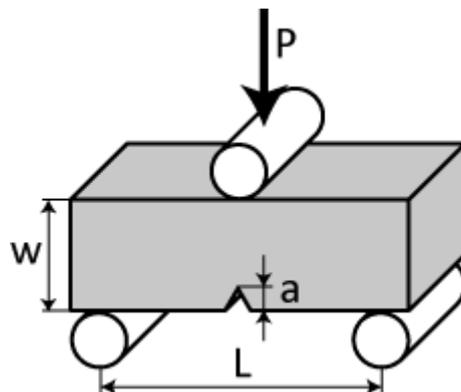


Figure 8 : Essai de flexion 3 points

Plusieurs techniques et moyens de mesure peuvent être utilisés pour identifier la ténacité. Nous en présentons deux.

Utilisation d'abaques pour essais normalisés

Dans le cas général, des abaques permettent de relier l'effort de rupture P_c à la ténacité K_{IC} , connaissant la géométrie de l'éprouvette (les différentes longueurs sont définies sur la figure 10) :

$$K_{IC} = \frac{LP_c}{bw^{3/2}} f(\alpha)$$

Avec

$$\alpha = \frac{a}{w}, \quad L = 4w \quad \text{et} \quad f(\alpha) = \frac{3}{2} \sqrt{\alpha} \frac{1,99 - \alpha(1 - \alpha)(2,15 - 3,93\alpha + 2,7\alpha^2)}{(1 + 2\alpha)(1 - \alpha)^{3/2}}$$

Pour utiliser ces abaques, il faut mesurer l'effort conduisant à la rupture ainsi que les différentes longueurs (la longueur a de la fissure peut être mesurée par corrélation d'images). On en déduit alors la ténacité.

La limite de cette démarche est que les abaques sont généralement issus de simulations par éléments finis réalisées sur des modèles d'éprouvettes fissurées "génériques", pouvant être peu représentatives de la fissure réelle. En particulier, pour les éprouvettes pré-fissurées à l'aide d'essais sandwich, il est difficile de maîtriser la position exacte de la pointe de la fissure. Le risque est alors grand de se trouver hors du domaine de validité des abaques, ce qui peut mener à une identification incorrecte de la ténacité.

Mesure de ténacité par corrélation d'images numériques

Pour surmonter ce problème, d'autres techniques consistent à estimer le facteur d'intensité des contraintes à l'aide d'un champ *mesuré*, et non d'un champ calculé sur un modèle générique comme dans le cas des abaques ci-dessus. Pour ce faire, une technique commode est de mesurer

le champ de déplacement au voisinage de la pointe de fissure par corrélation d'images. On peut ensuite "faire correspondre" la solution mesurée avec l'allure de la solution analytique, que nous rappelons ici :

$$u_x = \frac{K_I}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos \frac{\theta}{2} \left(K - 1 + 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right)$$

$$u_y = \frac{K_I}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} \left(K + 1 - 2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right)$$

où μ est le coefficient de Lamé, ν le coefficient de Poisson et (r, θ) les coordonnées polaires du point (l'origine est la pointe de la fissure). Le facteur d'intensité des contraintes et la position de la fissure sont inconnus ; on les détermine en minimisant l'écart entre le déplacement mesuré et la solution analytique par moindres carrés.

Les photos ci-dessous présentent l'application de cette technique à une éprouvette de *blanche de Beaucaire*, une roche dont le comportement mécanique peut être qualifié d'élastique fragile.

L'objectif de l'essai est de déterminer la ténacité de ce matériau à l'aide de la mesure de K_I par corrélation d'images. Les résultats présentés sont les résultats de la corrélation d'image pour les déplacements horizontaux dans la zone d'étude. Les différences de couleur observées correspondent donc aux sauts de déplacement mesurés.

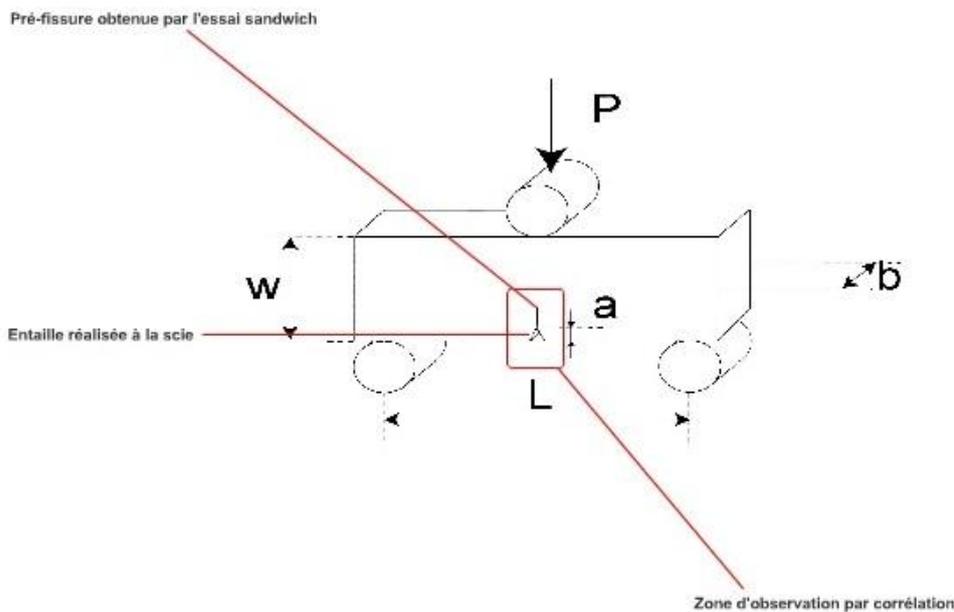


Figure 9 : Essai de flexion 3 points sur une éprouvette de blanche de Beaucaire

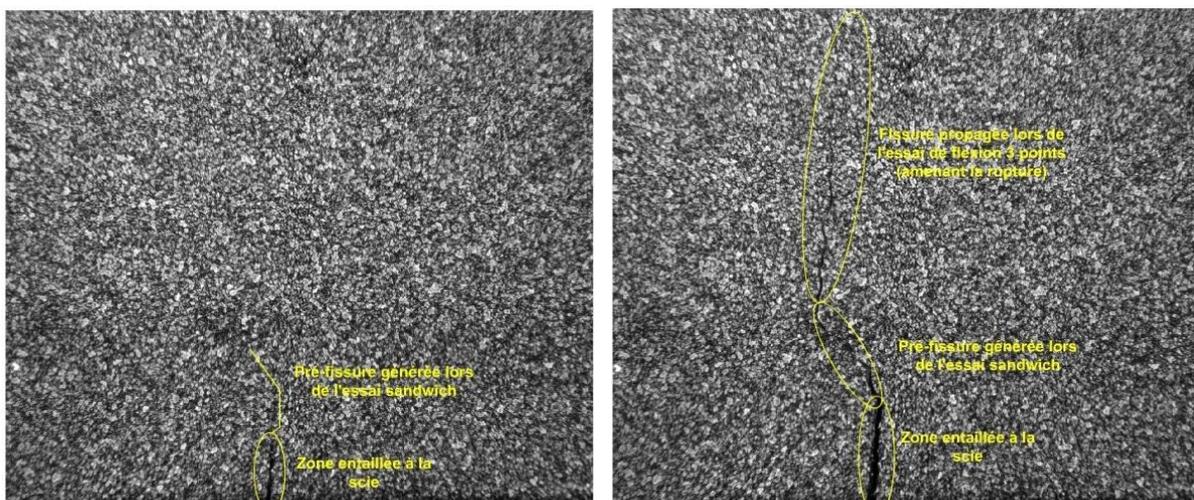


Figure 10 : Photos avant essai et après essai

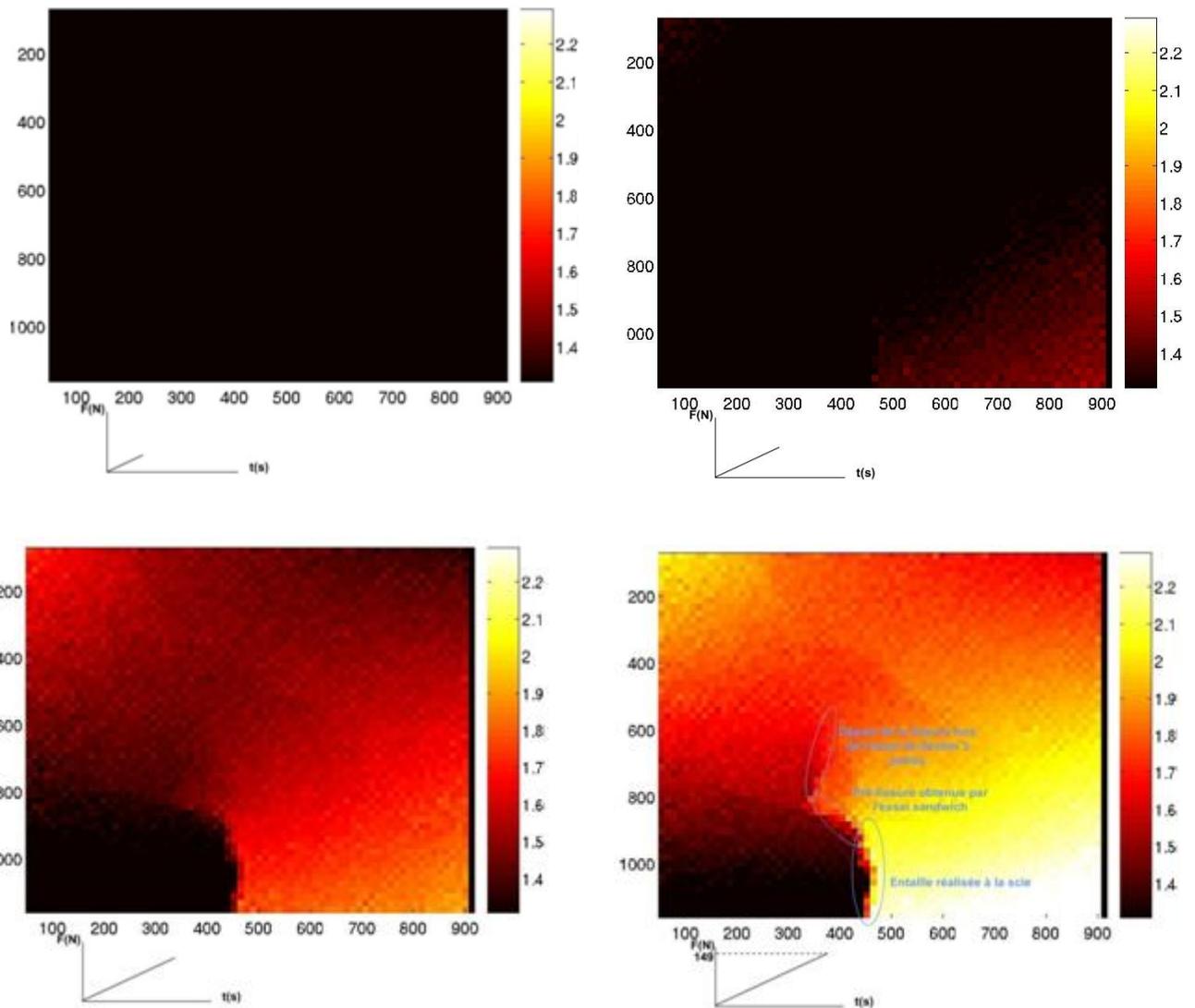


Figure 11 : Résultats de la corrélation d'images

L'animation en « *Annexe : Essai de flexion 3 points sur calcaire crinoïde* » présente les résultats d'un essai réalisé sur une autre roche (calcaire crinoïde). Elle représente la composante horizontale du déplacement à l'aide d'une carte de couleurs : les différences de couleur observées correspondent donc aux sauts de déplacement mesurés (échelle en pixels, 1 pixel correspond à 16,8 mm).

3.3 - Validation de l'hypothèse de linéarité

Nous vérifions maintenant que le comportement du matériau reste bien élastique linéaire, conformément aux hypothèses précédemment effectuées. La figure 12 représente le facteur d'intensité des contraintes KI en fonction de l'effort auquel l'éprouvette était soumise pendant la prise de l'image, pour une éprouvette de calcaire crinoïde. La relation entre ces deux quantités peut bien être qualifiée de linéaire ; la ténacité est la valeur du facteur d'intensité de contrainte pour l'effort de rupture P_c .

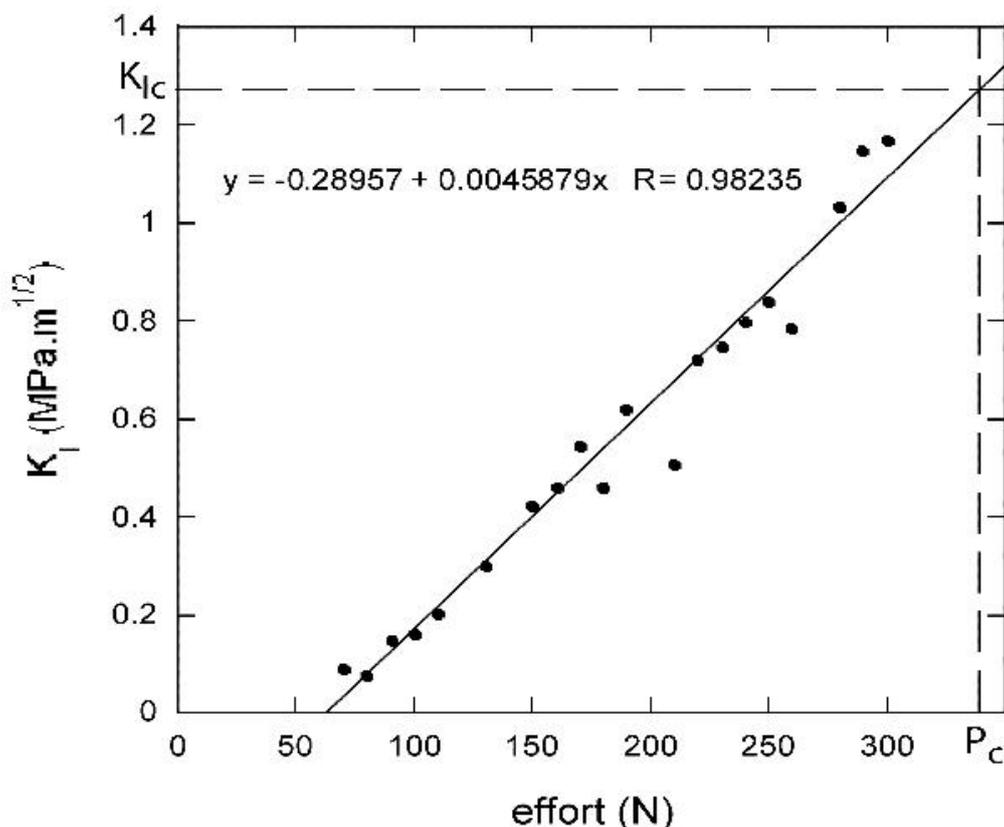


Figure 12 : graphique de KI en fonction de l'effort appliqué

Le tableau suivant compare les valeurs de la ténacité par les deux méthodes pour deux roches :

	Calcaire crinoïde	Blanche de Beaucaire
Ténacité par les abaques (MPA.m ^{1/2})	1,14	0,27
Ténacité par corrélation (MPA.m ^{1/2})	1,15	0,32

On constate une bonne correspondance des résultats donnés par les deux méthodes.

4 - Bilan

Dans cette ressource, nous avons vu que les fissures étant omniprésentes dans les pièces mécaniques, la prévision de leur propagation est un enjeu crucial. Nous avons présenté quelques aspects de la mécanique linéaire de la rupture, permettant de modéliser la fissuration, et notamment la définition du facteur d'intensité des contraintes. Enfin, nous avons montré comment la valeur à rupture de ce facteur, nommée ténacité, peut être mesurée expérimentalement.

Référence :

[1] : Besnard 2005

Ressource publiée sur Culture Sciences de l'ingénieur : <http://eduscol.education.fr/sti/si-ens-paris-saclay>