Annexe : Solution analytique en pointe de fissure

La mécanique de la rupture et la mesure de la ténacité

école normale supérieure paris—saclay

Sébastien GRANGE – Jean-Loup PRENSIER

Edité le 20/04/2007

Pour l'exemple du massif semi-infini chargé en traction, les champs de contraintes et de déplacement au voisinage de la pointe de la fissure s'écrivent en coordonnées polaires (solution de Westergaard) :

- Solution en contraintes

$$\sigma_{xx} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\frac{\theta}{2}\left(1 - \sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2}\right)$$

$$\sigma_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\frac{\theta}{2}\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{3\theta}{2}$$

$$\sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\frac{\theta}{2}\left(1 + \sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2}\right)$$

- Solution en déplacements

$$u_x = \frac{K_I}{2\mu}\sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos\frac{\theta}{2}\left(K - 1 + 2\sin^2\frac{\theta}{2}\right)$$

$$u_y = \frac{K_I}{2\mu}\sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin\frac{\theta}{2}\left(K + 1 - 2\cos^2\frac{\theta}{2}\right)$$

D'une manière générale, le champ des contraintes autour de la fissure pourra toujours s'écrire sous la forme :

$$\sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta)$$