

Pour comprendre le fonctionnement de l'algorithme, intéressons-nous à un problème dans un cas plus simple (unidimensionnel, voir figure 1). La partie supérieure de la figure 1 représente une région d'intérêt de l'image de référence. La partie inférieure de cette figure représente cette même région d'intérêt dans une configuration déformée. Nous pouvons remarquer que la zone de référence s'est déplacée de 3 pixels vers la droite.

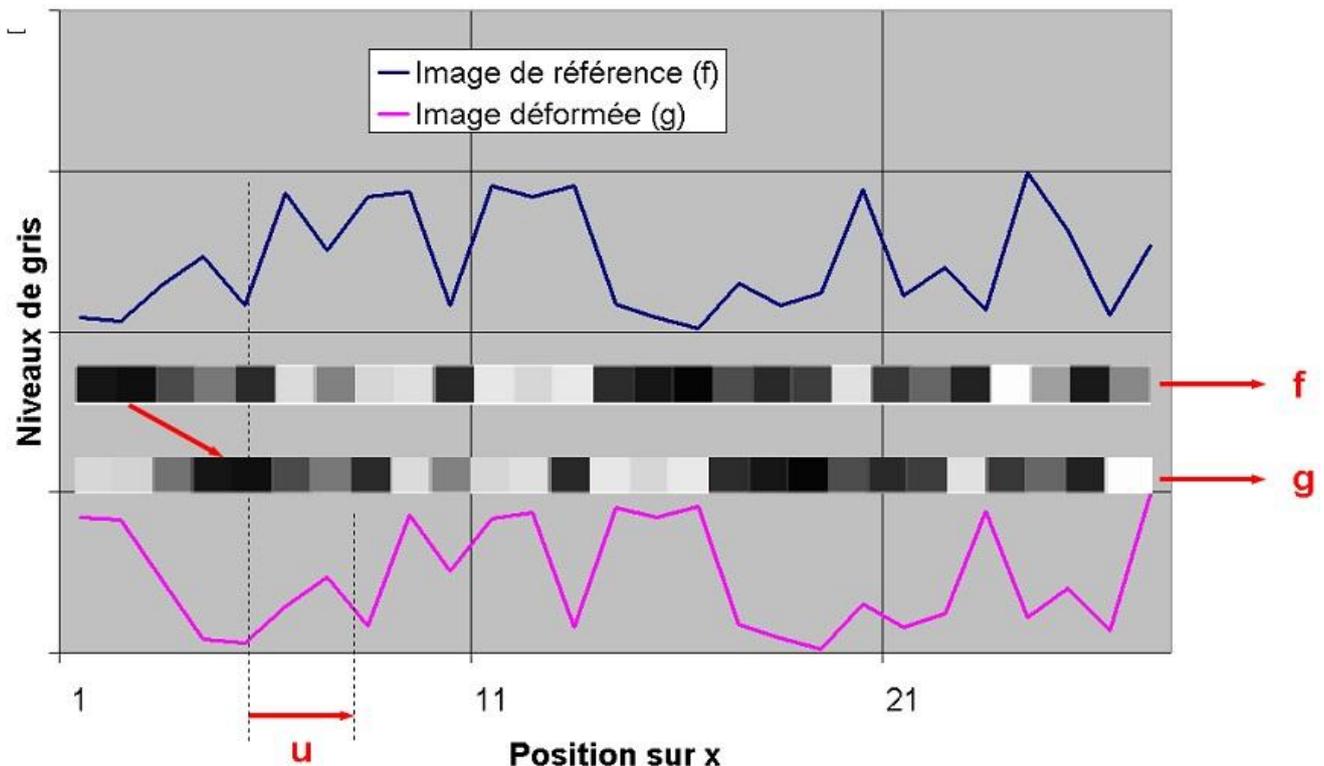


Figure 1 : Exemple unidimensionnel avec un signal de référence (f) et un signal décalé de trois pixels vers la droite (g).

Pour déterminer ce déplacement, on suppose la conservation des niveaux de gris. Ainsi, le niveau de gris du pixel x_0 dans la configuration de référence $f(x_0)$ est égal à celui de la configuration déformée $g(x_0 + u)$, où u est le déplacement qui s'est produit entre les deux instants d'acquisition. On a donc

$$f(x_0) = g(x_0 + u)$$

Déterminer le décalage u ne peut pas se faire pour chaque pixel indépendamment de par le fait que l'hypothèse de conservation des niveaux de gris n'est jamais satisfaite exactement (à cause du bruit d'acquisition) et que le nombre d'inconnues par pixel est en général plus élevé que le nombre d'équations disponibles. En conséquence on cherche à minimiser sur une zone d'intérêt (ZI) l'écart quadratique à la conservation des niveaux de gris

$$\sum_{x_0 \in ZI} (f(x_0) - g(x_0 + u))^2$$

Ceci correspond donc à une méthode des moindres carrés. Dans le cas présent elle est non linéaire. On peut montrer que minimiser la somme des écarts quadratiques est équivalent à maximiser le produit de corrélation

$$\sum_{x_0 \in ZI} f(x_0)g(x_0 + u)$$

Ce dernier a donné son nom à la technique de mesure éponyme [1].

Dans un cas réel, le champ de déplacement est plus compliqué qu'un simple décalage 1D uniforme. Bien que toujours scalaire, l'équation de conservation des niveaux de gris se généralise

$$f(x) = g(x + u(x))$$

de par le fait que les positions des pixels x sont maintenant des informations 2D voire 3D et que le déplacement u n'est pas nécessairement indépendant des positions x . L'écart quadratique à la conservation des niveaux de gris devient

$$\sum_{x \in ZI} (f(x) - g(x + u(x)))^2$$

Suivant la complexité du champ de déplacement recherché, les zones d'intérêt peuvent être de petites fenêtres de pixels ou toute l'image. Dans le premier cas on parle d'approche locale de la corrélation d'images [1]. Le second correspond à une approche globale de la corrélation d'images. On décompose le champ de déplacement sur une base cinématique choisie n_i

$$u(x) = \sum_i a_i n_i(x)$$

où les inconnues sont les amplitudes a_i . Dans les deux cas (local et global), un algorithme itératif de Newton-Raphson peut être utilisé pour minimiser l'écart à la conservation des niveaux des gris [2]. Cet algorithme correspond intuitivement à « comment déterminer la manière optimale de descendre infinitésimalement en partant d'une configuration donnée $\tilde{u}(x)$ » (par exemple le chemin de plus grande pente). A une itération courante pour laquelle le déplacement est égal à $\tilde{u}(x)$, on effectue un développement limité autour de la solution courante

$$\begin{aligned} g(x + \tilde{u}(x) + \delta u(x)) &\approx g(x + \tilde{u}(x)) + \delta u(x) \cdot \nabla g(x + \tilde{u}(x)) \\ &\approx g(x + \tilde{u}(x)) + \delta u(x) \cdot \nabla f(x) \end{aligned}$$

Soit $\{\delta a\}$ la variation des amplitudes associées à la base de champs n_i choisis. Pour calculer ces corrections, il faut résoudre le système

$$[M]\{\delta a\} = \{b\}$$

où $[M]$ et $\{b\}$ s'expriment en fonction de f , g et \tilde{u} .

L'algorithme s'arrête lorsque la différence de la quantité mesurée entre deux itérations est plus petite qu'un seuil prédéfini. La solution trouvée permet également de déterminer l'erreur faite par l'approximation à chaque pixel

$$\rho(x) = |f(x) - g(x + u(x))|$$

En pratique, des signaux 1D sont rarement analysés. En conséquence, les champs n_i sont vectoriels ainsi que les positions de chaque pixel considéré [2].

Références :

- [1] Hild, F., Périé, J.-N. et Coret, M. (1999). « Mesure de champs de déplacements 2D par intercorrélation d'images : CORRELI^{2D} », rapport interne (LMT-Cachan), 230.
- [2] Hild F. et S. Roux (2011). « Techniques expérimentales : Corrélation d'images numériques ». Notes de cours du Master MAGIS. https://www6.inra.fr/gdr-sciences-du-bois/content/.../CIN_HFSR.pdf
voir aussi : www.mecamat.asso.fr/Aussois/Aussois2010/presentations/hild.pdf

Ressource publiée sur EDUSCOL-STI : <http://eduscol.education.fr/sti/si-ens-cachan/>