



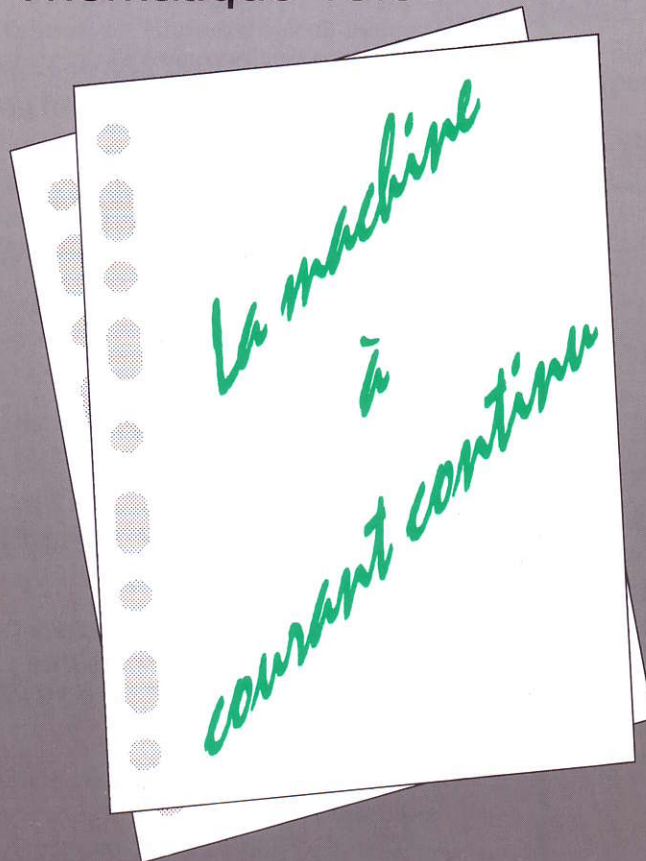
La revue

# 3E.I

ENSEIGNER L'ELECTROTECHNIQUE ET L'ELECTRONIQUE INDUSTRIELLE



Société des Electriciens et des Electroniciens  
Cercle Thématique 13.01



NUMERO 7 DECEMBRE 1996

ISSN 1252 - 770X



Cercle Thématique 13.01 La Revue 3EI  
Relations enseignement au sein du club 13  
48 rue de la Procession 75724 Paris cedex 15

## La Revue 3EI

## Sommaire

### Responsables de la publication:

Alain Cunière (Meaux)  
Gérard Delavier (Nogent/Marne)

### Equipe de rédaction:

Jean Louis Bianchi (Versailles)  
François Boucher (Argenteuil)  
Gilles Feld (IUFM Cachan)  
M. Michèle Lebihan (Versailles)

### Comité de lecture:

Jean Pierre Caron (ENSAM Lille)  
François Forest (LESIR Cachan)  
Michel Lavabre (ENS Cachan)  
Jean Marie Peter (SEE)  
Michel Meunier (SUPELEC)

### Articles envoyés à:

La Revue 3EI  
lycée Pierre de Coubertin  
chaussée de Paris  
77100 Meaux

La Revue 3EI n'est pas solidaire  
des opinions émises par les  
auteurs d'articles. Celles-ci  
n'engagent que la seule  
responsabilité de leurs  
auteurs.

Abonnements pour l'année  
scolaire 1996/1997:  
180 F les 4 numéros.

Imprimerie OG4  
rue des frères Lumière  
ZI des Chanoux  
93330 Neuilly sur Marne

p II Sommaire  
p IV NOVELECT et l'enseignement

### ***LA MACHINE A COURANT CONTINU***

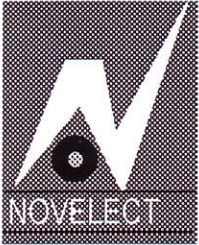
- p 1 **Editorial**  
*par A. CUNIERE et G. DELAVIER*
- p 4 **Calcul d'une machine à courant continu**  
*par J.F. BRUDNY et F. NOTELET*  
*(LSEE, Faculté des sciences appliquées de BETHUNE)*
- p 15 **Un point de vue industriel sur la machine à courant continu**  
*par P.F. DESEQUELLES et E. SANTANDER*  
*(Société VALEO et LESIR, ENS de CACHAN)*
- p 21 **Quelques aspects pédagogiques liés au choix d'un moteur à courant continu pour des mouvements incrémentaux**  
*par E. VIDONI (groupe ESIEE, NOISY le GRAND)*

### ***LEÇON***

- p 29 **Présentation de la machine à courant continu**  
*par G. FELD (IUFM de CRETEIL)*

### ***FICHES TRAVAUX PRATIQUES***

- p 35 **Variateur de vitesse pour machine à courant continu : de la modélisation à la didactisation**  
*par P. LADOUX et P. MAUSSION (IUFM de TOULOUSE)*
- p 49 **Sur l'identification des paramètres d'un servomoteur à courant continu**  
*par J.P. CARON (LEEP, groupe ENSAM de LILLE)*
- p 53 **Commande en couple de la machine à courant continu**  
*par G. DELAVIER (lycée de NOGENT sur MARNE)*
- p 57 **Méthode d'identification des paramètres de la machine à courant continu**  
*par J.L. BIANCHI et A. CUNIERE*  
*(lycée de VERSAILLES et lycée de MEAUX)*



## ... et l'Enseignement

**Le Conseiller Technologique NOVELECT est un ingénieur EDF placé auprès du Délégué Régional à la Recherche et à la Technologie dans le cadre d'une convention nationale entre le Ministère et EDF.**

### Sa mission :

développer les applications innovantes de l'électricité dans les PMI, les Laboratoires et les Etablissements d'Enseignement par :

- l'amélioration des performances des équipements et procédés industriels grâce à l'utilisation de techniques électriques performantes, en s'appuyant sur les compétences des Etablissements d'Enseignements Supérieurs (*Université, Ecoles d'Ingénieurs, IUT, Lycées Techniques...*)
- le transfert vers les Entreprises les résultats des recherches de laboratoires
- l'aide au développement de l'enseignement de l'électrothermie

### Interventions de NOVELECT vers l'Enseignement et la Recherche :

- recherche et diffusion de documents pédagogiques et audiovisuels
- aides à l'équipement en matériel de travaux pratiques
- visite de laboratoires, de constructeurs, de références
- inscription à des stages ou congrès
- édition de fiches " Cahiers de l'Innovation " : offre de compétence, de formation ou de technologie sur le laboratoire ou un partenaire industriel associé
- participation à l'organisation de journées techniques tournées vers l'industrie
- rapprochement avec les PMI (*stage étudiants, contrat de recherche, partenariat*)
- aide à l'industrialisation de matériel mis au point par les laboratoires
- aide au transfert de technologie, recherche de partenaires industriels
- aide aux projets innovants en collaboration avec l'ANVAR
- mise en contact avec EDF (*DER*) pour des contrats de recherche et de partenariat
- diffusion des procédures d'aide à l'emploi de chercheurs : CORTECHS - CIFRE

**...vous avez un projet :  
contactez le NOVELECT de votre région.**

<b>ALSACE</b> : Bruno de VERGERON	☎ 03 88 25 35 29
<b>AUVERGNE</b> : Jean LOUBAT	☎ 04 73 93 50 79
<b>BOURGOGNE</b> : Michel VIOLOT	☎ 03 80 29 40 56
<b>CENTRE</b> : François JAZEDE	☎ 02 38 54 02 97
<b>FRANCHE-COMTE</b> : Henri GOUDOUNEIX	☎ 03 81 47 97 59
<b>ILE-DE-FRANCE</b> : Danièle LAMETHE-PARNEIX (Départements 75-78-92-95)	☎ 01 40 97 31 04
<b>LANGUEDOC/ROUSSILLON</b> : Philippe TARDIVEL	☎ 04 67 69 70 00
<b>LORRAINE</b> : Michel POZZI	☎ 03 83 44 19 29
<b>NORD/PAS-DE-CALAIS</b> : Arthur DELPLANQUE	☎ 03 20 43 86 76
<b>PICARDIE</b> : Bernard ALBERIC	☎ 03 22 50 40 19
<b>RHONE/ALPES</b> : Daniel FLORENCE (Départements 01-38-73-74)	☎ 04 78 95 28 70
<b>PROVENCE/ALPES/COTE D'AZUR</b> : Jean-Pierre CHARRIN	☎ 04 91 54 62 25

<b>AQUITAINE</b> : Guy GADRAS	☎ 05 56 15 11 74
<b>BASSE-NORMANDIE</b> : Dominique BOUQUIN	☎ 02 31 94 60 77
<b>BRETAGNE</b> : Didier MOLON	☎ 02 99 35 14 40
<b>CHAMPAGNE/ARDENNE</b> : J-Luc STUTZMAN	☎ 03 26 68 30 03
<b>HAUTE-NORMANDIE</b> : Michel KERJAN	☎ 02 35 14 67 46
<b>ILE-DE-FRANCE</b> : Geneviève APROSI (Départements 75-77-91-93-94)	☎ 01 44 61 72 16
<b>LIMOUSIN</b> : Christian BREARD	☎ 05 55 33 67 57
<b>MIDI/PYRENEES</b> : Daniel THIBON	☎ 05 61 43 69 80
<b>PAYS-DE-LOIRE</b> : Georges BODIN	☎ 02 40 92 07 57
<b>POITOU/CHARENTES</b> : Philippe DUHAYON	☎ 05 49 45 51 15
<b>RHONE/ALPES</b> : Jacques BLEUZE (Départements 07-26-42-69)	☎ 04 78 95 34 39

## La Revue 3EI, troisième année,

Ce numéro 7, de décembre 1996, est le premier des parutions 1996-97 qui sont désormais trimestrielles. Un numéro supplémentaire et la nécessité de faire coïncider les coûts de réalisation, d'expédition et les recettes justifient le nouveau tarif de l'abonnement annuel. Nous vous remercions de votre soutien manifesté par votre abonnement ou réabonnement.

Nous avons conservé la formule des numéros à thème pour les parutions de décembre, mars et juin, facilitant ainsi la collecte d'articles auprès des auteurs. Par contre le numéro de septembre sera essentiellement consacré à la publication de thèmes d'études proposées pour des travaux pratiques ou dirigés, des leçons mais aussi des échanges de points de vue sur des sujets traités dans les publications antérieures. Nous souhaitons développer par ce numéro, la mission que nous essayons de maintenir à notre Revue, un outil d'échanges et de réflexions destiné à tous ceux qui sont concernés par l'Enseignement de l'Electrotechnique et de l'Electronique Industrielle.

Enfin, comme nous le répétons régulièrement, cette revue ne peut vivre que si les abonnés sont suffisamment nombreux. Vous avez la possibilité de nous aider à en augmenter leur nombre en faisant circuler les numéros que vous possédez et inciter vos collègues intéressés à s'abonner également et à ne pas avoir recours à la photocopie des articles.

D'autre part, nos pages s'ouvrent également à la publicité. Vous travaillez peut-être avec une entreprise ou un laboratoire, intéressé par la promotion d'un produit, d'un logiciel, d'un service ayant un caractère pédagogique, n'hésitez pas à nous les faire connaître.

En vous remerciant encore de votre soutien et dans l'attente de suggestions et d'idées nouvelles, l'équipe de rédaction espère que les parutions de cette troisième année vous donneront satisfaction.

l'Equipe de rédaction de la Revue 3EI

**3 EI' 97**

## **CONVERTISSEURS STATIQUES**

### **Journées de l'Enseignement de l'Electrotechnique et de l'Electronique Industrielle**

**Organisation :**

SEE (Société des Electriciens et des Electroniciens)

Cercle 13.01 - Animateur : G. Delavier (LT L. ARMAND, Nogent sur Marne)

Le Comité d'organisation, présidé par M. Jean FAUCHER (ENSEEIH) est constitué pour l'année 97 de :  
MM J.P. HAUTIER, J.P. CARON (L2EP de Lille), J.M. ESCANE (SUPELEC), J.M. PETER (SEE, Club 13),  
Mme LE BIHAN (LT J. FERRY, Versailles), MM. F. BOUCHER (LT J. JAURES, Argenteuil) et  
G. DELAVIER (LT L. ARMAND, Nogent sur Marne)

**Lieu :**

SUPELEC - Plateau de Moulon - 91190 GIF SUR YVETTE

**Conférenciers invités :**

H. FOCH (*LEEI, ENSEEIH*), F. FOREST (*LESIR CACHAN*)

Onduleurs de tension : éléments sur la mise en oeuvre et les multiples applications d'une fonction fondamentale de l'électronique de puissance.

R. PERRET (*LEG, ENSIEG*)

Réalisation de modules IGBT de forte puissance (contraintes technologiques et thermiques liées à la mise en parallèle et série).

Ch. GLAIZE, J.J. HUSELSTEIN (*Université Montpellier II*)

Interrupteurs bidirectionnels quatre quadrants, applications.

J.P. CARON, J.P. HAUTIER (*L2EP, ENSAM de Lille*)

Formalismes de modélisation, principes de commandes des convertisseurs statiques.

D. SADARNAC (*SUPELEC*)

Alimentations à découpage.

G. MANESSE, B. M.J. MASCHKE (*Laboratoire d'électrotechnique du CNAM, Paris*)

Principes généraux sur la conversion d'énergie.

Th. MEYNARD, M. FADEL (*LEEI, ENSEEIH*)

Structures et commandes des convertisseurs multi-niveaux.

J. PETIT (*SEMIKRON*)

Technologie pressée pour convertisseurs de puissance : technologie SKiiP.

V. PRINGALLE, A. GABAGNOU (*Schneider Electric SA*)

Choix des motorisations et convertisseurs statiques associés dans les applications métallurgiques de process et finition.

J. LAEUFFER (*G.E. Medical Systems*)

Convertisseurs à résonance dans l'imagerie médicale.

J. COURAULT (*CEGELEC DEI*)

Groupes redresseurs 400 kA dans l'aluminothermie.

G. MONROY, J.P. BESNARD (*AUXILEC*)

Convertisseurs statiques de génération principale d'énergie dans l'aéronautique.

J.M. PETER (*SEE - Club 13*)

Composants de puissance : lois physiques, évolutions et nouveautés.

**Sessions «POSTERS » (en préparation) : le VENDREDI 21 MARS DE 10h30 à 15h.**

Présentation de matériels industriels, thèmes d'études, thèmes de travaux expérimentaux, projets de fin d'études.

Pour participer à la session POSTERS, contacter :

G. DELAVIER - LT Louis Armand - 173 bd de Strasbourg - 94736 Nogent sur Marne Cedex

Fax : 01 48 73 63 15

---

## JOURNEES D'ETUDES 20 & 21 mars 1997 3 E1'97 « Les convertisseurs statiques »

**BULLETIN D'INSCRIPTION** à retourner avant le 14 mars 1997 à SEE - Club 13 (Sylvie LEKIEFFRE)  
48 rue de la Procession 75724 Paris Cedex 15 - Tél : 01 44 49 60 65 - Fax : 01 44 49 60 44

NOM (en capitales) et Prénom : \_\_\_\_\_

Société : \_\_\_\_\_

Adresse : \_\_\_\_\_

Fonction et/ou service : \_\_\_\_\_

Tél : \_\_\_\_\_ Fax : \_\_\_\_\_

### DROITS D'INSCRIPTION (TVA 20,6 % incluse)

- 300 F pour les enseignants des lycées et PRAG (hors MAFPEN) (dont TVA 51,24 F)
- 700 F pour les membres SEE (membre n° \_\_\_\_\_) (dont TVA 119,57 F)
- 1 135 F pour les non membres (dont TVA 119,57 F et 435 F de cotisation 1997 exonérée de TVA)

Règlement de \_\_\_\_\_ F

- par chèque bancaire ou CCP (Paris 170 28 P Paris) à l'ordre de la SEE

- par prélèvement sur carte de crédit (Mastercard, Visa)

n° (16 chiffres) \_\_\_\_\_ Date d'expiration \_\_\_\_\_

signature/autorisation

**Nota :** les étudiants de moins de 28 ans et les retraités peuvent participer gratuitement aux séances (sans le recueil et le repas) sur présentation de leurs cartes d'étudiant et de membre. Les étudiants non-membres peuvent le devenir en versant la cotisation 1997 s'élevant à 90 F et ainsi assister gracieusement à la présente journée d'études et à celles qui seront organisées durant l'année 1997.

Demande de convention de formation professionnelle :            OUI               NON  

*Les enseignants des lycées peuvent contacter la MAFPEN de leur académie afin de solliciter leur inscription aux journées*

# CALCUL DES MACHINES ELECTRIQUES

Francis NOTELET, Jean François BRUDNY  
Université d'ARTOIS  
Pôle Universitaire de Béthune  
Laboratoire " Systèmes Electrotechniques et Environnement"  
LSEE, Faculté des Sciences Appliquées  
Technoparc Futura - 62400 BETHUNE.

## CALCUL D'UNE MACHINE A COURANT CONTINU

### Première partie : Présentation générale.

Nous allons ici développer le calcul relatif à une génératrice ou dynamo. En remarque nous montrerons comment adapter ce calcul au dimensionnement d'un moteur.

Ce calcul est essentiellement une question de raisonnement basée sur l'expérience résultant de calculs antérieurs et de choix judicieux des principales arbitraires du problème d'après les fonctions que devra assurer la machine.

Les données sont en général la puissance, la tension, la vitesse, le rendement, les fonctions de la machine et également souvent le mode d'excitation.

Si le mode d'excitation n'est pas imposé, on le déduit des caractéristiques externes que doit présenter la machine, elles mêmes liées aux fonctions qu'elle doit assurer.

On détermine successivement l'induit, l'inducteur, les caractéristiques électriques. On effectue ensuite les calculs mécaniques puis le calcul du rendement.

### I) CALCUL DE L'INDUIT.

#### I.1) Dimensionnement général.

##### I.1.1) Nombre de pôles 2p.

Il dépend de la puissance P et de la vitesse. Par exemple, pour des tensions et des vitesses normales (100 à 500V et 500 à 1500tr/mn) on peut prendre les valeurs du tableau I.

P (kW)	< à 10	10 à 100	50 à 200	200 à 400	300 à 600
2p	2	4	6	8	10 à 12

Tableau I

Par ailleurs la fréquence de magnétisme  $f = pN$  (N en tr/s) est généralement comprise entre 20 et 35. On n'adopte des valeurs plus élevées que pour des machines très rapides : les turbodynamos.

L'inconvénient d'un grand nombre de pôles est le prix. Mais les avantages sont:

- une diminution de la distorsion d'induction dans l'entrefer due à la réaction magnétique d'induit,
- une commutation plus facile.

##### I.1.2) Diamètre D et longueur L d'induit.

Pour cette détermination on calcule tout d'abord le produit  $D^2L$ . On désigne par:

- n, le nombre de conducteurs actifs de l'induit,

- I, le courant d'induit,
- 2a, le nombre de voies d'enroulement du bobinage d'induit,
- x, la charge périphérique de l'induit  $x = nI/2a\pi D$ ,
- $\beta$ , le rapport arc polaire sur distance polaire,
- $B_e$ , l'induction moyenne dans l'entrefer sous une pièce polaire,
- $\phi$ , le flux correspondant à un pôle :  $\phi = \beta\pi DLB_e/2p$ .

La force électromotrice de la dynamo est  $E = \frac{P}{a} nN \phi$ .

De x on déduit n, compte tenu de l'expression de  $\phi$  il vient:

$$E = \beta\pi^2 D^2 L x N B_e / I.$$

La puissance de la machine est approximativement  $P = EI$ , de sorte que:

$$P = \beta\pi^2 D^2 L x N B_e,$$

et:

$$D^2 L = P / \beta\pi^2 x N B_e.$$

Pour utiliser cette relation on se donne arbitrairement x,  $\beta$  et  $B_e$ .

- Choix de x.

On prend  $x \approx 2 \cdot 10^4$  AF/m si la machine ne possède pas de pôles auxiliaires, entre  $2.5 \cdot 10^4$  et  $3.5 \cdot 10^4$  AF/m si il y en a.

Une faible valeur de x conduit à une commutation facile et à une réaction magnétique d'induit faible mais à un diamètre d'induit trop grand donc à un induit plus coûteux.

- Choix de  $\beta$ .

Ce rapport est toujours voisin de 0.7. Il peut descendre jusqu'à 0.6 pour les machines munies de pôles auxiliaires et monte jusqu'à 0.8 pour les machines multipolaires.

En augmentant  $\beta$ , on réduit l'énergie nécessaire à l'excitation.

- Choix de  $B_e$ .

L'induction moyenne dans l'entrefer dépend de la puissance. On peut retenir les valeurs du tableau II.

P (kW)	25	50	100	200	400	500	>500
$B_e$ (T)	0.62	0.70	0.80	0.88	0.95	0.98	1 à 1.1

Tableau II

On déduit D et L à partir des considérations suivantes.

- La vitesse périphérique  $v_r$  de l'induit est généralement comprise entre 15 et 20m/s avec comme limites extrêmes 8m/s et 80m/s.
- Le rapport L/D diminue quand la puissance augmente. On peut prendre L/D égal à 1 pour les machines de petite puissance, à 0.5 pour celles de moyenne puissance et à 0.1 pour celles de forte puissance.

### I.1.3) Le bobinage de l'induit.

On choisit le type d'enroulement. La plupart du temps on opte pour un enroulement parallèle simple où  $2p=2a$ . On précise les différents pas et on donne le tableau d'enroulement. On détermine ensuite successivement le nombre de conducteurs actifs de l'induit, la section des conducteurs puis le nombre de spires par section.



- Nombre  $n$  de conducteurs actifs de l'induit.

$$n = \frac{E}{a} \frac{P}{N\phi_u}$$

-  $U$  étant la tension aux bornes de l'induit on prend  $E=1.05U$  pour tenir compte de la chute de tension.

-  $\phi_u$  est le flux utile (au niveau de l'induit) par pôle. Si on note  $S$  la surface virtuelle polaire, on a  $\phi_u = B_e S$  soit:

$$\phi_u = B_e \frac{\beta \pi D L}{2p} K_\phi$$

Le coefficient  $K_\phi$  qui tient compte de l'épanouissement latéral et longitudinal du flux au niveau de l'entrefer est de l'ordre de 1.05.

En fait on prendra pour  $n$  un nombre voisin de celui calculé mais pratique (nombre entier de conducteurs par encoche). Cette valeur finale de  $n$  permettra de calculer une valeur plus exacte du flux  $\phi_u$  et de la charge périphérique  $x$ .

- Section  $s$  des conducteurs.

En général on emploie du fil rond jusqu'à 4mm de diamètre, ou quelque fois carré ou méplat jusque 12.5mm<sup>2</sup> de section. Au delà on utilise normalement des fils en parallèle ou des barres d'épaisseur comprise entre 1 et 5mm et de hauteur maximale 16mm.

La section  $s$  des conducteurs dépend de la densité  $\delta$  de courant admise. Cette densité doit être d'autant plus faible que la section est plus grande.  $\delta$  varie normalement de 1.5A/mm<sup>2</sup> pour les fortes sections (150mm<sup>2</sup>) jusqu'à 4A/mm<sup>2</sup> pour les petites sections (1mm<sup>2</sup>).

On peut remarquer que pour une machine donnée, les pertes Joule, donc l'échauffement, sont proportionnelles à  $x\delta$ . En effet, pour une voie de l'enroulement d'induit de résistance  $r$  correspondant à un fil de longueur  $l$  en cuivre de résistivité  $\rho$ , on a:  $r \left(\frac{I}{2a}\right)^2 = \rho \frac{l}{s} \left(\frac{I}{2a}\right)^2$ .

Avec  $\frac{l}{2a} = \delta s$ , ou  $\frac{l}{2a} = \frac{\pi D x}{n}$ , il vient:  $r \left(\frac{I}{2a}\right)^2 = \frac{\pi \rho l D}{n} x \delta$ .

Pour une ventilation normale on doit avoir  $x\delta \leq 8.5 \cdot 10^{10}$ .

- Nombre  $n_s$  de spires par section.

Pour limiter les effets de la commutation on essaie de réduire le plus possible le nombre de spires par section. Mais cela augmente le nombre de sections donc celui des lames de collecteur. Il faut que cet élément soit mécaniquement réalisable en prévoyant des lames de 3mm de largeur (exceptionnellement 2.5mm) séparées par un isolant d'épaisseur 0.5mm.

#### 1.1.4) L'épaisseur $e$ d'entrefer.

Un entrefer de forte épaisseur diminue les effets de la réaction magnétique d'induit et facilite la commutation mais augmente la force magnétomotrice d'excitation. Dans les machines normales on s'impose en général, dans l'entrefer, une induction maximale  $B_{I_{max}}$  due à l'induit égale à environ  $0.9B_e$ .

C'est au niveau des extrémités des pièces polaires que l'induction due à l'induit est, en valeur numérique, maximale, soit  $B_{I_{max}}$ . On considère donc la ligne de champ due au flux de réaction d'induit s'établissant par les extrémités d'une pièce polaire. Si l'on peut négliger la réluctance de son trajet dans le fer devant celle de son trajet dans l'air, la longueur de cette ligne de champ à prendre en considération correspond à deux traversées d'entrefer donc à deux fois son épaisseur, soit  $2e$ . Cette ligne de champ est due à la f.m.m. de la partie de bobinage d'induit située sous deux pièces polaires, soit  $\beta n I / 4ap$ .

Le théorème d'Ampère, appliqué à cette ligne de champ, donne  $\beta n I / 4ap = 2e B_{I_{max}} / \mu_0$  d'où:

$$B_{\text{Imax}} = \mu_0 \beta n l / 8 a p e.$$

On doit avoir:  $B_{\text{Imax}}/B_e = \mu_0 \beta n l / 8 a p e B_e \approx 0.9$ , d'où:

$$e \approx \mu_0 \beta n l / 7.2 a p B_e.$$

Le tableau III donne les valeurs usuelles de e en fonction de P.

P (kW)	< à 2	2 à 20	20 à 100	> à 100
e(mm)	1 à 2	2 à 4	3 à 6	5 à 8

Tableau III

### 1.1.5) Le pas dentaire t au niveau de la périphérie de l'induit.

Ce pas est compris entre 20 et 30mm. Ses limites extrêmes vont de 15 à 35mm, 15mm si l'épaisseur d'entrefer est inférieure à 3mm et 35mm si elle tend vers 8mm.

### 1.1.6) Le nombre n<sub>e</sub> d'encoches.

Il se déduit du diamètre de l'induit et du pas de la denture. Le nombre de conducteurs n doit être, autant que possible, multiple du nombre d'encoches.

### 1.1.7) Dimensions d'encoche.

La forme normale est rectangulaire. On essaie d'abord une largeur d'encoche égale à la moitié du pas dentaire. Puis on retouche cette valeur si besoin est pour loger les conducteurs. En moyenne la hauteur d'encoche égale trois fois sa largeur. La hauteur minimale se présente pour les machines de petite puissance, soit 2 à 3 fois la largeur, la hauteur maximale pour les machines de forte puissance, soit 4 à 5 fois la largeur. On dépasse rarement 40mm. Le dimensionnement exact nécessite une étude détaillée de l'isolement de l'enroulement d'induit.

## 1.2) Vérifications des choix précédents.

### 1.2.1) La commutation.

La tension de réactance e<sub>r</sub> chiffre la difficulté de la commutation. Sa valeur ne doit pas être trop élevée et peut être calculée par diverses relations. On peut la calculer par exemple à partir de la formule de Mauduit [1]:

$$e_r = 2.4 K n_s x v_r d_p L 10^{-4},$$

où K est un coefficient qui dépend du type de bobinage, valant 0.15 pour un bobinage diamétral et 0.12 pour un bobinage à corde, et  $d_p = \pi D / 2p$  la distance polaire.

Il existe d'autres formules qu'il n'est pas possible d'utiliser à ce niveau dans la mesure où le dimensionnement de la machine est encore insuffisant. Nous présenterons une seconde relation lors de l'étude des pôles auxiliaires.

En fonction de la tension d'induit U, de la position des balais et de la présence ou non de pôles auxiliaires, la valeur de e<sub>r</sub>, déduite de la formule de Mauduit qui donne pour l'instant une indication suffisante, ne doit pas excéder les valeurs maximales du tableau IV.

balais restant calés sur la position correspondant au fonctionnement à vide; sans pôle auxiliaire; $U \leq 150V : e_r < 0.5V$
balais calés dans une position correspondant à une bonne commutation à demi-charge; sans pôle auxiliaire; $U \leq 150V : e_r < 2.5V$ $150V < U < 250V : e_r < 3V$ $250V < U < 550V : e_r < 3.5V$
balais restant calés sur la position correspondant au fonctionnement à vide; avec pôles auxiliaires; $U \leq 150V : e_r < 3.75V$ $150V < U < 250V : e_r < 4.5V$ $250V < U < 550V : e_r < 5.25V$

Tableau IV

### I.2.2) Induction à la base des dents.

On calcule l'induction réelle à la base ou à la partie la plus rétrécie des dents par une méthode déjà proposée dans les études précédentes [2]. Normalement cette induction est comprise entre 2.2 et 2.4T.

Une induction trop élevée conduit à une augmentation des ampères-tours d'excitation et à une augmentation des pertes fer dans les dents.

Une induction trop faible conduit à une augmentation de la distorsion d'induction dans l'entrefer due à la réaction magnétique d'induit.

Si on veut modifier l'induction trouvée, on peut soit agir:

- sur le diamètre D de l'induit: il faut alors recommencer tout le calcul,
- sur le pas de denture: cela peut diminuer le nombre d'encoches donc augmenter le nombre de spires  $n_s$  par section, ce qui est mauvais pour la commutation,
- sur la longueur L de l'induit: c'est souvent ce qui est le plus pratique.

### I.2.3) Tension moyenne $u_{moy}$ entre lames du collecteur.

Si  $n_c$  désigne le nombre de lames de collecteur on a  $u_{moy} = 2pU/n_c$ .

En fonction de la tension et de la présence ou non de pôles auxiliaires, la valeur de  $u_{moy}$  ne doit pas excéder les valeurs maximales du tableau V.

U(V)	Valeurs maximales de $u_{moy}$ en volts	
	sans pôle auxiliaire	avec pôles auxiliaires
110	3	4.5
250	5	7.5
440	7	10.5
550	9	13.5

Tableau V

Une tension moyenne exagérée conduit à une tension maximale également exagérée surtout si la distorsion d'induction dans l'entrefer est importante. Il y a alors risque d'arcs dégénéralant en coups de feu au collecteur sans pour cela avoir une mauvaise commutation.

### I.2.4) Chute de tension dans l'enroulement d'induit.

La résistance R de l'induit vaut:

$$R = \text{résistance des } n \text{ conducteurs à la température de régime} / 4a^2.$$

Ce calcul qui exige la connaissance de la longueur d'un conducteur de l'induit a déjà été exposé [2], [3].

La chute de tension RI représente généralement 3% de la tension U d'induit.

### **I.2.5) La hauteur radiale de l'anneau d'induit.**

La hauteur radiale du fer, mesurée du fond d'encoche à l'arbre a pour valeur:

$$h_a = \phi_w / 2K_i(L - n_s \varepsilon) B_a.$$

Le coefficient  $K_i$ , généralement égal à 0.95, tient compte de l'isolation des tôles.

$n_s$  est le nombre d'événements d'épaisseur  $\varepsilon$ .

$B_a$  est l'induction dans cet anneau. Sa valeur va de 1 à 1.4T.

Compte tenu de la valeur de  $h_a$  on peut déjà se rendre compte s'il reste suffisamment de place pour loger l'arbre.

### **I.2.6) L'échauffement de l'induit.**

Le calcul de la température de fonctionnement [2] prend en compte les pertes suivantes.

- Les pertes par effet Joule  $RI^2$ .
  - Les pertes par courants de Foucault dans les conducteurs de l'induit. Pour tenir compte de ces pertes on se contente parfois de majorer de 20% les pertes Joules  $RI^2$  (la relation qui donne ces pertes a déjà été développée [3]). Pertes Joule et pertes par courants de Foucault ne doivent pas représenter plus de 4% de la puissance de la machine.
  - Les pertes dans le fer. Il faut faire une détermination distincte pour l'anneau et la denture car l'induction n'est pas du tout la même. Il est prudent de majorer sérieusement le résultat obtenu (25 à 50%) pour tenir compte de la répartition irrégulière de l'induction.
- Si l'échauffement dépasse la limite prévue il faut ou bien diminuer les pertes ou bien augmenter les surfaces de refroidissement.

## **I.3) Le collecteur.**

### **I.3.1) Nombre $n_c$ de lames.**

Il est égal au nombre de sections de l'enroulement d'induit.

### **I.3.2) Diamètre $D_c$ du collecteur.**

En valeur supérieure  $D_c$  est limité par le diamètre  $D$  de l'induit et par la vitesse périphérique qui doit être comprise entre 7 et 12m/s. Une vitesse trop grande provoque la vibration des balais.

En valeur inférieure  $D_c$  est limité par la surface de refroidissement et par la largeur  $l_c$  des lames usuellement, comme précisé précédemment (cf. I.1.3), égale à 3mm et de l'épaisseur de l'isolant entre lames ( $l_i = 0.5$ mm).

### **I.3.3) Longueur $L_c$ du collecteur.**

$2p_1$  étant le nombre de lignes de balais, on calcule tout d'abord le courant par ligne de balais  $I/p_1$ . On adopte une densité de courant  $J$  conforme aux indications du constructeur de balais et on déduit la section totale  $s_B$  d'une ligne de balais:  $s_B = I/p_1 J$ . On choisit alors le nombre de lames couvertes par un balai, en principe le contenu d'une encoche ce qui fait souvent 2 à 4 lames. Il faut cependant veiller à ce que ce nombre de lames n'excède pas le 1/15ème des lames comprises dans une distance polaire.

On peut alors déduire les dimensions des balais, c'est à dire:

- longueur d'une ligne parallèle à l'axe (20 à 40mm),
- largeur  $l_B$  dans le sens perpendiculaire à l'axe (8 à 25mm),
- le nombre de balais ou blocs constituant une ligne,
- la longueur du collecteur en tenant compte de la distance entre blocs (environ 5mm) et des parties libres aux extrémités (20mm côté connexions et 10mm côté opposé).

### I.3.4) Vérification.

Elle consiste à déterminer l'échauffement du collecteur en prenant comme surface de refroidissement sa surface latérale. On utilise la formule classique [2] dans laquelle les pertes à considérer sont les suivantes.

- Les pertes aux contacts balais-collecteur  $e_B I$  où  $e_B$  est la chute de tension moyenne pour 2 balais en série traversés par  $I$ . Cette chute de tension est donnée dans les catalogues de constructeurs de balais mais on peut prendre aussi la valeur recommandée par l'U.T.E., soit  $e_B = 2V$ .
- Les pertes par frottement. Elles sont données par la relation  $F_p v_c k_f$ .
  - $F_p$  est la force pressante des balais sur le collecteur. Elle se calcule à partir de la pression  $p_r$  des balais sur le collecteur (environ  $1.5 \cdot 10^4 Pa$ ). D'où  $F_p = 2p_r s_B$ .
  - $v_c$  est la vitesse linéaire périphérique du collecteur.
  - $k_f$  est un coefficient de frottement donné par le constructeur et fonction de la qualité des balais [2].
- Les pertes par ventilation [3].

## II) CALCUL DE L'INDUCTEUR.

### II.1) Calcul de la force magnétomotrice d'excitation.

On choisit d'abord la forme de l'inducteur et les matériaux utilisés. La hauteur  $h_n$  des noyaux est donnée par la relation  $h_n = \frac{nI_a}{p} 10^{-5}$  où  $I_a = I/2a$  est le courant par voie. On fait un dessin à

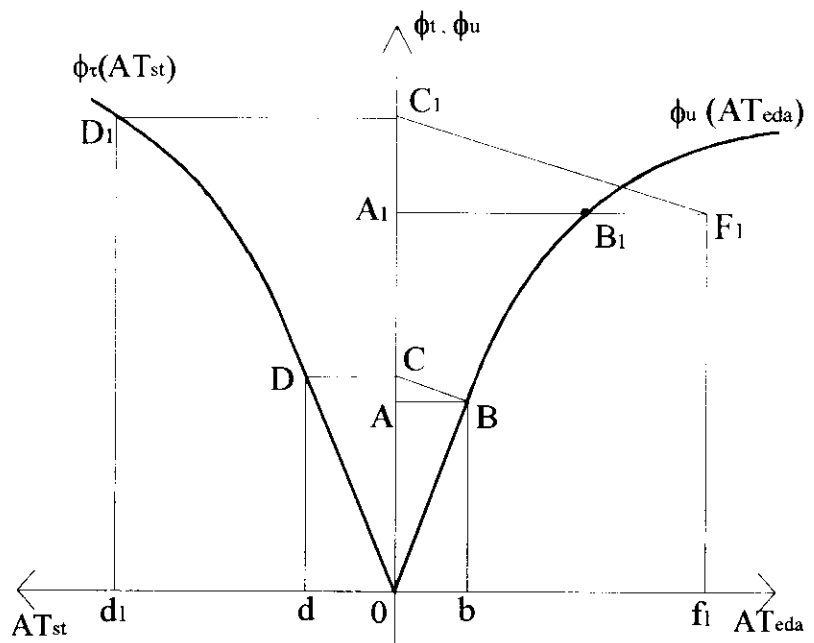
l'échelle du circuit magnétique et on trace la ligne de champ moyenne. Les choix quant au dimensionnement sont naturellement susceptibles de révision par la suite.

On étudie alors successivement les différentes parties du circuit magnétique et pour chacune d'elles on détermine les ampères-tours d'excitation nécessaires pour y faire passer soit le flux utile  $\phi_u = \frac{a(U + RI + e_B)}{pnN}$  s'il s'agit de l'entrefer et de l'induit, soit le flux total  $\phi_t = v\phi_u$  s'il

s'agit de l'inducteur.  $v$  est le coefficient d'HOPKINSON dont la valeur est comprise entre 1.12 et 1.18. Les sections de chaque partie se déterminent d'après l'induction qu'on veut y admettre, laquelle dépend du matériau utilisé et du degré plus ou moins grand du niveau de saturation [4].

On recommence ces calculs pour  $0.5\phi_u$ ,  $0.75\phi_u$  et  $1.15\phi_u$ . Pour chaque valeur du flux utile on fait la somme  $AT_{st}$  des ampères-tours de culasse, de noyaux et de pièces polaires et la somme  $AT_{eda}$  des ampères-tours d'entrefer, de denture et d'anneau d'induit. On trace les caractéristiques magnétiques partielles, celle de l'inducteur  $\phi_t(AT_{st})$  et celle de l'induit  $\phi_u(AT_{eda})$  comme indiqué à la figure ci contre.

Pour déterminer la force magnétomotrice à vide on porte en OA le flux utile nécessaire



pour avoir la tension désirée à vide, puis en OC le flux total correspondant et on déduit par  $O_b+O_d$  les ampères-tours nécessaires à vide. Pour déterminer la force magnétomotrice à la pleine charge on porte en  $OA_1$  le flux utile nécessaire pour avoir la force électromotrice  $E=U+RI+e_B$ . On en déduit le point  $B_1$  sur la caractéristique magnétique partielle de l'induit. On porte alors en  $B_1F_1$  les ampères-tours compensateurs de la réaction magnétique d'induit. Par  $F_1$  on mène la parallèle  $F_1C_1$  à  $BC$ . On en déduit le point  $D_1$  sur la caractéristique magnétique partielle de l'inducteur. La somme  $O_{f_1}+O_{d_1}$  donne les ampères-tours nécessaires à la pleine charge.

## II.2) Les bobines d'excitation.

Leur calcul est détaillé dans le livre Electrotechnique Industrielle [4]. On détermine la section du fil, le nombre de spires et la disposition des bobines. On vérifie si l'échauffement est acceptable. Sinon il faut reprendre l'étude en changeant soit la section du fil, soit le nombre de spires, soit la hauteur du noyau et cela jusqu'à obtenir un échauffement acceptable.

## II.3) Les enroulements de compensation, les pôles auxiliaires.

Le calcul des enroulements de compensation est suffisamment détaillé dans le livre précédemment cité [4]. Celui des pôles auxiliaires également mais il est basé sur la connaissance de la force électromotrice de commutation égale et opposée à la tension de réactance  $e_r$ . De  $e_r$  on déduit en effet l'induction dans l'entrefer du pôle auxiliaire  $B_{cc}$ . L'expression de  $e_r$  suivant MAUDUIT a été donnée précédemment. Nous proposons une deuxième relation: la formule allemande, afin de faire une moyenne et d'améliorer ainsi la précision du résultat. On peut donc calculer aussi  $e_r$  par:

$$e_r = 6v_r n_s x L (\mu_1 + \mu_2 + 0.2\mu_1 \frac{L_a}{L_f}) 10^{-6}$$

$\mu_1$  et  $\mu_2$  dépendent du rapport  $(l_B-l_i)/(l_c+l_i)$  et sont données par le tableau VI.

$(l_B-l_i)/(l_c+l_i)$	1	2	3	4
$\mu_1$	1.00	0.85	0.7	0.6
$\mu_2$	0.7	0.6	0.5	0.4

Tableau VI

$L_a$  et  $L_f$  sont respectivement la longueur dans l'air et dans le fer d'une section.

Remarques.

- L'ordre de grandeur de la f.m.m. d'un pôle auxiliaire est donné par celle de l'induit par pôle (excepté si il y a des enroulements de compensation) augmentée de 30 à 40%.
- L'épaisseur de l'entrefer d'un pôle auxiliaire est environ 1.5 fois celle de l'entrefer d'un pôle principal.

Un entrefer trop étroit présente les inconvénients suivants:

- il n'épanouit pas bien le flux de commutation,
- il provoque des variations périodiques du flux de commutation à cause de l'influence de la denture d'induit très voisine; la force électromotrice de commutation est pulsatoire et la commutation est perturbée.

Les inconvénients d'un entrefer trop large sont:

- une augmentation de la f.m.m. d'entrefer,
- un accroissement des flux de fuites à cause de l'augmentation de la différence de potentiel magnétique entre le pôle auxiliaire et le pôle principal de nom contraire voisin.

La largeur périphérique du circuit magnétique du pôle auxiliaire égale environ 1.5 fois le pas dentaire. Le flux de commutation doit en effet pénétrer dans l'induit à travers une surface ayant une largeur périphérique égale à celle de la zone de commutation dont la valeur est:

$$Z = \frac{D}{D_c} \left[ l_B - l_i + (l_c + l_i)(n_{se} + \varepsilon_c - \frac{a}{p_1}) \right]$$

où  $n_{se}$  est le nombre de sections par encoche et  $\varepsilon_c$  un coefficient qui tient compte de l'éventuel raccourcissement des sections:  $\varepsilon_c = (\frac{n_c - y_1 - 1}{2p})$ ,  $y_1$  représentant l'un des deux pas composants

(pas côté opposé au collecteur). La longueur, dans le sens parallèle à l'axe, voisine 0.7 fois la longueur de fer de l'induit (les extrêmes rarement atteints vont de 0.5 à 0.9). Pour déterminer cette longueur, on peut se baser sur l'induction dans le noyau  $B_{nc}$  qui doit être suffisamment faible (1.2T à la pleine charge) pour que le flux produit soit proportionnel à la f.m.m. donc au courant d'induit I. Au niveau de l'entrefer le flux de fuites est important, de l'ordre de 25% du flux utile de sorte que l'on a:  $1.25B_{ec}S_{ec} = B_{nc}S_{nc}$  où  $S_{ec}$  et  $S_{nc}$  sont respectivement les sections de l'entrefer et du noyau du pôle auxiliaire. Pour  $S_{ec}$  on prend 1.20 à 1.25 fois la surface polaire  $S_{nc}$  de ce pôle. On déduit donc  $S_{nc}$  puis la longueur.

La densité de courant dans l'enroulement voisine  $3A/mm^2$ . Après avoir disposé l'enroulement sur le pôle on vérifie l'échauffement.

- Pour calculer la tension de réactance on peut partir de sa relation de définition  $e_r = 2lI_a/T$ .

$l$  est l'inductance propre d'une section et  $T$  la durée de commutation.

En fait il faudrait donner à ce niveau un nombre important de relations donnant  $l$  et  $T$ . Ces quantités dépendent en effet du type de commutation: simple ou multiple, du genre d'enroulement: ondulé ou parallèle simple ou multiple et du pas d'enroulement: diamétral ou raccourci. Il n'est pas possible ici, dans les limites de cet article, de détailler cette étude. Néanmoins nous donnerons un exemple d'application dans la deuxième partie de cette étude.

#### II.4) Vérification du coefficient d'HOPKINSON v.

On peut utiliser la formule de ROTH [4]. Sa valeur ne doit pas être trop différente de celle choisie précédemment. S'il en était autrement il faudrait modifier en conséquence les calculs qui en découlent.

### III) LES CARACTERISTIQUES.

#### III.1) La caractéristique à vide $E_0(i)$ .

De la f.m.m. de l'inducteur à vide et du nombre de spires d'une bobine d'excitation on déduit le courant d'excitation  $i$ . Du flux utile on déduit la force électromotrice à vide  $E_0$ .

#### III.2) Autres caractéristiques.

##### III.2.1) Cas des génératrices à excitation séparée ou parallèle.

- La caractéristique à tension constante  $i(I)$  s'obtient à partir de la construction qui a été faite pour déterminer la f.m.m. en charge en remplaçant les flux utiles par les tensions correspondantes et les f.m.m. par les courants d'excitation, ceci pour diverses valeurs de I.

- $u$  désignant la chute de tension, de la caractéristique  $i(I)$  on peut déduire  $E_0(I)$  et  $u(I)$  d'où, s'il s'agit d'une excitation séparée, la caractéristique  $U(I)$  à excitation constante ( $U = U_0 - u$ ,  $U_0$

étant la tension à vide) et, s'il s'agit d'une excitation parallèle, la caractéristique à résistance d'inducteur constante  $U(I)$  par la construction de PICOU.

### **III.2.2) Cas des génératrices à excitation composée.**

La seule caractéristique intéressante est  $U(I)$  à résistance d'inducteur constante. Pour la construire on détermine comme précédemment  $u(I)$  (en traçant successivement  $i(I)$  puis  $E_0(I)$  puis  $u=E_0-U_0$ ). On peut alors prédéterminer  $U(I)$ .

## **IV) CALCULS MECANIQUES.**

On se reportera aux études générales relatives aux machines à courant alternatif [2], [3].

## **V) LE RENDEMENT $\eta$ .**

On détermine exactement les différentes pertes pour la demi-charge, les  $\frac{3}{4}$  de la pleine charge, la pleine charge et pour une surcharge d'environ 20%. On en déduit les rendements correspondants et la courbe du rendement en fonction de la charge.

Il y aura peut être lieu de modifier les arbitraires choisis précédemment pour obtenir les résultats désirés.

## **VI) REMARQUE: CALCUL D'UN MOTEUR A COURANT CONTINU.**

Les données sont en général la puissance utile  $P_u$ , la destination, la tension d'alimentation  $U$ , la vitesse  $N$  et ses limites inférieure et supérieure et le rendement  $\eta$ . Souvent aussi on précise le mode d'excitation. Le calcul d'un moteur se ramène immédiatement à celui d'une génératrice de la façon suivante.

Le courant d'induit de pleine charge  $I$  se déduit de la relation  $I=P_u/\eta U$ . La force électromotrice  $E$  a pour valeur  $E=U-(RI+e_B)$ ,  $R$  représentant la somme des résistances de l'induit et de tout ce qui est en série avec lui. Ordinairement  $(RI+e_B)$  est compris entre  $0.03$  et  $0.06U$ , ce qui donne  $E=0.97$  à  $0.94U$ ;

La force électromotrice ainsi déterminée  $E$  est celle que doit développer le moteur en charge. Celle qui lui correspondrait à vide est un peu différente à cause de la réaction magnétique d'induit mais l'écart peut être négligé étant donné la précision que l'on obtient dans un projet de ce genre.

On est donc ramené à déterminer une génératrice caractérisée par  $E$ ,  $I$  et  $N$ . On calcule alors l'induit puis l'inducteur puis on établit, à partir des formules classiques, les caractéristiques  $N(I)$ ,  $C_u(I)$  et  $P_u(I)$ ,  $C_u$  étant le couple utile.

Ces formules nécessitent la connaissance de la diminution  $\Delta\phi$  du flux due à la réaction magnétique d'induit [4].

## **BIBLIOGRAPHIE.**

[1] A. MAUDUIT. « MACHINES ELECTRIQUES ». Dunod Edit. 1922.

[2] F. NOTELET, J. F. BRUDNY. « Calcul des machines électriques: calcul d'un moteur asynchrone triphasé ». Revue 3EI, N°1, pp. 2-16.

[3] F. NOTELET, J. F. BRUDNY. « Calcul des machines électriques: calcul d'un alternateur triphasé à pôles saillants ». Revue 3EI, N°3, pp. 9-20.

[4] G. SEGUIER, F. NOTELET. « ELECTROTECHNIQUE INDUSTRIELLE ». Technique et Documentation édit. 1977 et édit. 1994.





# Un point de vue industriel sur la Machine à Courant Continu

P.F. DESESQUELLES

VALEO Systèmes d'Essuyage - 8 rue L. Lormand - 78321 La Verrière

E. SANTANDER

LESiR - ENS de CACHAN - 61 av. du Pt. Wilson - 94235 CACHAN

## Introduction

Sollicités pour donner « le » point de vue de l'industriel sur la machine à courant continu, notre première réaction fût de renoncer devant l'ampleur du défi. Qu'y a-t-il de comparable en effet entre la machine de traction du TGV Sud-Est et le moteur d'essuie-glace de la voiture de monsieur « tout le monde » dont le collecteur est réalisé à la lueur des bougies par des soeurs moniales, parmi les seules encore à même de résister à la pression à la délocalisation de nos plus vieilles industries ?

Ni le niveau de puissance, ni le mode d'alimentation, ni même l'environnement de fonctionnement. Rien de comparable non plus entre les niveaux de contraintes économiques relatifs à la petite ou moyenne et la grande série industrielle.

Quelques années de parution de 3EI suffiraient en fait à peine à faire le tour de cette question. A vos plumes donc ...

Il nous a néanmoins paru intéressant de l'aborder du point de vue d'une industrie d'équipement automobile qui produit et utilise chaque année plusieurs centaines de millions de moteurs à courant continu de quelques dizaines à quelques centaines de watts pour un chiffre d'affaire global s'exprimant en milliards de \$.

## 1 - L'aspect économique

Le contexte économique est sans discussion le socle, aujourd'hui très mouvant, sur lequel repose tout cet édifice. Dans ce domaine que l'innovation a par ailleurs depuis longtemps déserté, le moteur à courant continu ne survit qu'en raison de contraintes économiques très fortes : le prix d'un seul des 6 transistors d'un pont triphasé commutant 500W sous 12V est égal à celui du collecteur remplissant la même fonction.

Les chiffres économiques qui précèdent sont volontairement très vagues car même à l'intérieur de ce créneau qu'est la motorisation dans l'équipement automobile, la différenciation est encore très grande, selon les fonctions auxiliaires à réaliser, entre les applications de démarrage du véhicule et celles de motorisation. A l'intérieur de cette dernière catégorie, on peut également différencier les applications à moyenne vitesse de type ventilation, de pompage ou de direction assistée, et les applications à basse vitesse de type essuyage, lève-vitre, toits ouvrants, sièges électriques, rétroviseurs, phares ou encore embrayage électronique utilisant des moto-réducteurs. Ainsi la société Valeo n'est-elle présente, en tant que fabricant de moteurs électriques, que sur les créneaux des

démarrateurs, des moteurs d'essuyage et du refroidissement du moteur thermique.

On peut néanmoins arriver aux chiffres ci-dessus en tablant sur un marché de 12 à 14 millions de véhicules par an sur chacun des 3 principaux marchés (USA, Europe, Japon) et sur une moyenne de 6 à 7 à environ 12\$ l'unité par véhicule.

Globalement, pour rester compétitif, l'équipement automobile occidental doit, à performances égales voire supérieures, perdre 30% de sa valeur à la fabrication sur les prochaines années.

La part de la valeur ajoutée sur ce type de produit avoisinant les 40%, la technologie de ces composants étant relativement rudimentaire, le savoir-faire facilement copiable, les fabricants occidentaux sont donc depuis quelques années obligés de délocaliser tout ou partie de leur production dans des pays à faible coût de main d'oeuvre.

Ce mouvement est grandement amplifié par le fait que les constructeurs d'automobiles tendent également à déplacer leur production au plus près des consommateurs, obligeant ainsi les équipementiers à suivre le mouvement. Les marchés émergents (Brésil > 2 millions de véhicules à l'horizon 2005, Chine et Inde avec des potentialités encore plus énormes) et la quasi-saturation du marché européen obligent les équipementiers à ajuster en permanence leur politique de développement (transfert d'investissements, développement de produits spécifiques, ...).

## 2 - L'aspect technique

La figure n°1 représente une vue éclatée d'un moteur dit « de refroidissement » entraînant l'hélice de ventilation du radiateur d'eau sous le capot moteur.

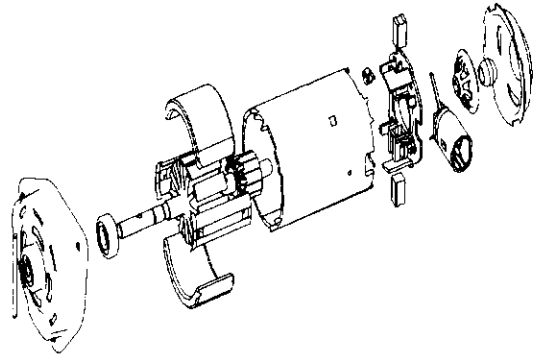


Fig. n°1 : structure d'un moteur de refroidissement

A l'exception de certains démarreurs, la grande majorité des moteurs à courant continu utilise, pour des raisons technico-économiques (simplicité, coût, puissance massique...) des aimants permanents ferrites pour la production du flux inducteur.

Dans la quasi-totalité des cas, ces actionneurs fonctionnent à tension fixe et continue issue de la batterie.

Les contraintes imposées par les constructeurs sont toujours :

- le coût
- la masse

D'autres contraintes plus variables peuvent ensuite se rajouter. Ainsi l'encombrement axial est-il important pour une application telle que le refroidissement de l'eau du radiateur car ce dernier se trouve sur le chemin critique de l'habitabilité : 2 cm de moins sur l'encombrement du moteur qui entraîne l'hélice de ventilation sont autant de gagnés pour les passagers dans l'habitacle.

Globalement les contraintes de fonctionnement se traduisent dans un diagramme couple-vitesse par une enveloppe limite.

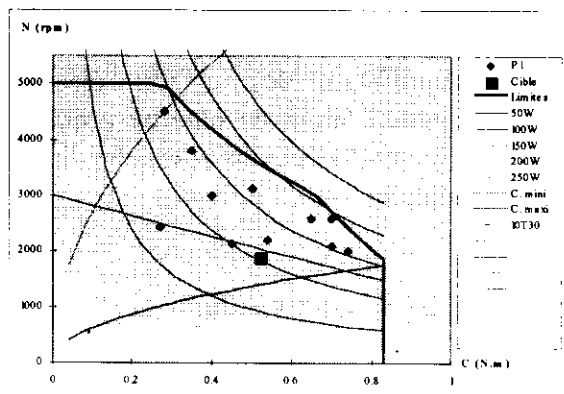


Fig. n°2 : limites de fonctionnement

L'adaptation du bobinage au cahier des charges est possible dans une zone délimitée par des frontières qui, en l'absence de problème de démagnétisation, sont au nombre de quatre :

- une horizontale pour la vitesse maximale,
- une verticale pour la limite d'échauffement thermique,
- une première courbe correspondant à l'usure des balais,
- une seconde courbe de pente plus prononcée que la précédente qui correspond à une limite en courant admissible.

Ces limites varient suivant l'application et l'environnement de fonctionnement. Ainsi un moteur de ventilation d'habitacle fonctionnera dans une ambiance ne dépassant pas 60°C alors que les organes situés sous le capot moteur subiront une température de 100 voire 120°C.

Tous devront en revanche pouvoir affronter des froids de -40°C, contraignant les concepteurs à limiter les performances et notamment le rendement pour éviter le phénomène de démagnétisation lors d'un démarrage à froid. Ce rendement dépasse de toute façon rarement les 70% en raison de la tension d'alimentation réduite.

En cas de démagnétisation, due à un choix d'aimants dont le champ coercitif ne supporte pas les contraintes du cahier des charges, la limite est une droite de pente

négative correspondant à un nombre minimal de spires.

La durée de vie attendue dépend également de l'application et notamment de son « profil de mission ». Ainsi un démarreur est-il dimensionné pour quelques dizaines de milliers de démarrages soit quelques dizaines d'heures de fonctionnement seulement alors que les moteurs de ventilation d'habitacle peuvent atteindre quelques milliers d'heures.

La compatibilité électromagnétique à l'intérieur du véhicule est, depuis une récente directive de la communauté européenne (CEE 95-54), l'objet d'une réglementation stricte qui entrera en vigueur sur la totalité des véhicules en 2002 (norme internationale CISPR25 concernant les véhicules automobiles).

Cette norme se traduit par un gabarit fréquentiel d'émission en détection de crête pour le rayonnement conduit (voir figure ci dessus) à l'intérieur duquel, et suivant la classe imposée, doit se situer le spectre émis par le moteur.

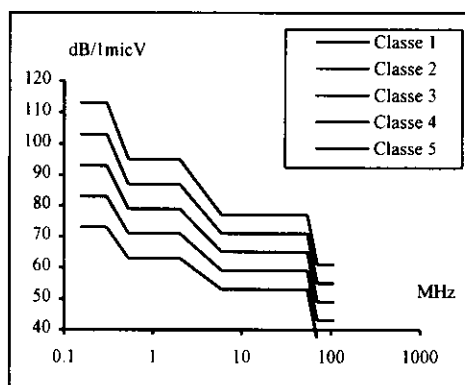


Fig. n°3 : Gabarit C.E.M.

Le bruit acoustique est également un facteur dimensionnant pour certaines applications proches de l'habitacle. Des mesures objectives n'étant pas toujours suffisantes pour juger de l'adaptation d'un moteur aux exigences de la clientèle, des mesures subjectives où l'oreille humaine est l'instrument de mesure sont souvent

nécessaires : les notions de temps de cycle de production et de qualité, si essentielles pour les responsables de production, sont alors tributaires de l'état de fatigue de l'opérateur (en général des opératrices) qui « écoute » 2 à 3000 moteurs par jour !

Les problèmes acoustiques sont habituellement résolus soit en inclinant les encoches de l'induit, soit en jouant sur les amortissements mécaniques des pièces supportant les balais ou soit en raidissant empiriquement les pièces de structure.

Au niveau de l'optimisation de la fonction faisant intervenir le moteur électrique (ventilation, essuyage...), l'utilisation d'un module électronique associé à l'actionneur faciliterait la réalisation tant cherchée d'une régulation de vitesse en vue d'un fonctionnement optimal du système complet (par exemple, en contrôlant le débit d'air créé par l'hélice, on peut réguler finement la température d'eau du radiateur à un niveau plus élevé qu'actuellement pour permettre d'obtenir un meilleur rendement du moteur thermique).

Un des principaux points sur lequel le moteur à commutation électronique pourrait également apporter un plus non négligeable concerne la fonction d'auto-diagnostic. Certaines applications comme les pompes d'ABS réclament en effet une sûreté à 100% que seule peut leur apporter l'électronisation du moteur.

Pour tous ces problèmes, il est donc évident que le collecteur mécanique serait avantageusement remplacé par un collecteur électronique, n'étaient les objections économiques du §1.

Reste le problème de l'équilibrage. Il s'agit généralement d'un équilibrage dynamique sur deux plans. Les deux techniques utilisées sont l'enlèvement ou l'ajout de matière.

L'enlèvement par fraisage sur la périphérie des tôles d'induit présente

l'avantage d'être automatique, en revanche il crée des balourds magnétiques en déséquilibrant les efforts électromagnétiques. L'ajout de pâte ne présente pas cet inconvénient, en revanche il est fait manuellement.

### 3 - L'aspect industriel

#### Le moteur au sein du système :

Le moteur n'est en général qu'une des composantes d'un système plus vaste : par exemple un système complet d'essuyage comprend le moteur, la timonerie, les balais, éventuellement la boîte à eau.

Cette notion de système est très importante car elle est étroitement liée à la rationalisation de la conception des produits nouveaux par les méthodes d'analyse de la valeur et d'analyse fonctionnelle. Le produit doit réaliser une fonction répondant juste au besoin, ni plus ni moins, au meilleur coût. Il ne suffit plus de concevoir un produit isolé, celui-ci doit faire partie intégrante d'un système complet. Ainsi de nos jours les constructeurs automobiles, soucieux de rester compétitifs, se tournent vers leurs fournisseurs afin qu'ils réalisent les fonctions que jadis ils concevaient eux mêmes. De cette manière, ils stimulent la concurrence pour obtenir des systèmes à des prix très compétitifs, et en même temps ils reportent les coûteux problèmes de développement, de logistique et de qualité vers les équipementiers. Cette évolution est inévitable (concurrence oblige) et explique en partie pourquoi Valeo concentre le développement de sa production sur des systèmes (essuyage, refroidissement, éclairage....) et non pas sur des produits isolés : pas de moteur de siège électrique puisque la société ne fabrique pas les sièges !

### La production en grande série :

La diversification des sources d'approvisionnement des systémiers ainsi que le poids des investissements (un outil d'emboutissage de tôle pour moteur électrique coûte aux environs du million de francs) entraîne une standardisation certaine (diamètres de carcasse, fixations, connectique, ...). Ceci va d'ailleurs toujours dans le sens d'une rationalisation de la production pour laquelle la diminution des changements de série a un effet fortement bénéfique sur le coût du produit.

En production, le temps de cycle, essentiellement limité par le process de bobinage ( l'équilibrage manuel peut être fait en temps masqué par plusieurs opérateurs), c'est à dire par la complexité de la ligne d'induit et notamment le nombre de bobineuses et de têtes de soudure des crochets de collecteur. On peut raisonnablement descendre à une dizaine de secondes pour des machines à 4 pôles, soit pour une année de production en 3 huit sur 200 jours ouvrés et en comptant un taux de rendement synthétique (TRS) de 80%, une production totale de 1,4 millions de moteurs. On mesure là tout le problème de surcapacités potentielles ...

Le problème de la qualité est également crucial dans ce contexte de concurrence féroce. Les retours chaînes (revenant de chez le constructeur automobile) et plus encore les retours garantie (après 1 an et maintenant 3 voire 5 ans !) doivent être limités au strict minimum. Les normes admises sont aux alentours de quelques ppm (parties par million ! ) et tendent régulièrement vers le « zéro défaut ».

La dispersion des caractéristiques (essentiellement la vitesse et la consommation) mesurée en CPK (mesure statistique de la dispersion en nombre de  $\sigma$  et pondérée par l'éloignement de la

moyenne par rapport à la cible) doit être aussi faible que possible. Exprimé en % d'écart, la vitesse et le courant ne doivent pas s'éloigner de plus de quelques % des valeurs du cahier des charges. Ce qui, compte tenu des tolérances de fabrication et notamment du calage du collecteur dans le process d'emmanchement sur l'arbre, se révèle en règle générale très délicat.

La grande série impose donc la définition de *process* (moyens de fabrication) fiables et très efficaces, car les opérations d'assemblage ou de transformation de matières doivent être courtes et automatisées, afin que le coût de la main d'oeuvre et de la valeur ajoutée par pièce soit minimal. Une ligne de production serait idéalement rentable si elle pouvait fabriquer, en un temps record, toujours le même produit 24H/24H avec une maintenance quasi-inexistante.

### L'innovation :

Il est clair que l'innovation technologique dans un tel contexte ne peut se faire qu'à petits pas car extrêmement tributaires des moyens de production lourds en investissements. Ce frein à l'apparition de nouveaux produits dans le domaine de l'automobile est d'autant plus grand que les contraintes de fiabilité, ne permettent pas de mettre sur le marché des produits non certifiés qui n'ont pas été durement testés et éprouvés (il ne faut pas non plus changer trop brusquement les habitudes des clients et constructeurs...).

Dans ces conditions, le moindre changement dans la définition d'une pièce de série d'un petit moteur électrique (qui n'en compte pas moins d'une vingtaine) ne peut être réalisé sans conséquence sur les moyens de production et sans une revalidation partielle voire complète du cahier des charges.

Au bureau d'études, l'adaptation du moteur de série à un nouveau cahier des

charges, si tant est qu'on peut schématiser celui-ci par un doublet (couple, vitesse), se fait généralement en adaptant le nombre de spires et le diamètre du fil d'induit voire le réducteur. Dans ces conditions, en tenant compte d'une revalidation en endurance durant environ 3 mois, de modifications mineures d'outillages existants, il n'est pas rare qu'une adaptation série se fasse sur plus d'un an.

Quant à la conception, au développement et à l'industrialisation de nouveaux moteurs, le délai se chiffre le plus souvent en années.

### **Conclusion**

Bien qu'en permanence remis en question, le collecteur est solidement ancré dans les applications automobiles. Sa disparition programmée n'interviendra qu'avec la résolution de l'équation économique constituée par un ensemble d'avantages non directement perceptibles au niveau de l'utilisateur final en balance avec une tendance impitoyable à la baisse des coûts et la logique de la grande série.

# QUELQUES ASPECTS PEDAGOGIQUES LIES AU CHOIX D'UN MOTEUR A C.C. POUR DES MOUVEMENTS INCREMENTAUX

E.Vidoni

Groupe ESIEE-Cité Descartes-Noisy le Grand

## 1-INTRODUCTION

Quoique fort décriés les moteurs à courant continu ont encore des domaines d'applications privilégiés où leurs excellentes performances dynamiques et la facilité de leur contrôle sont appréciés. L'autre solution qui donne des performances comparables -moteur à c.c. sans collecteur ni balais-se révèle souvent plus chère.

Conçus spécialement pour répondre aux exigences des asservissements rapides des servo-moteurs à c.c. sont toujours équipés d'aimants permanents. Les performances exigées imposent des choix technologiques qui donnent naissance à des réalisations parfois lointaines du moteur « traditionnel » (moteur cloche ou incroyne, moteur à induit plat, moteur couple, moteur sans encoches...). Ils fonctionnent presque uniquement en régime transitoire et doivent fournir des accélérations et des décélérations importantes qui peuvent atteindre  $10^6 \text{ rad.sec}^{-2}$ . Les caractéristiques recherchées sont principalement:

- ⇒ linéarité de la caractéristique couple-vitesse.
- ⇒ aptitude à délivrer un couple impulsif élevé.
- ⇒ aptitude à délivrer le couple nominal à l'arrêt.
- ⇒ vitesse de rotation élevée.
- ⇒ absence de couple pulsatoire.
- ⇒ faible constante de temps mécanique.
- ⇒ faible constante de temps électrique.

En général ces moteurs sont équipés d'éléments auxiliaires tels que codeur optique, resolver, frein électromagnétique...

Le choix d'un moteur pour une application donnée est toujours un processus itératif dont le point de départ est imposé par la mécanique entraînée et le profil de vitesse exigé. Dans des domaines tels que la robotique ou l'automatisation de la production les mouvements sont souvent de types incrémentaux répétitifs. Un des points importants, qui n'est en général pas très développé dans l'enseignement français, consiste à vérifier que l'échauffement de la machine n'excède pas les limites imposées par la classe d'isolement. Ceci ne peut se faire que si l'on possède un modèle thermique qui ne soit pas trop éloigné du comportement réel.

## 2-CALCUL DES PERTES:

On peut grouper les pertes dans une machine à c.c. à aimants permanents en deux catégories:

- ⇒ celles qui dépendent de la charge:
  - effet joule dans l'induit.

Ces pertes sont directement liées au couple à fournir.

⇒ celles qui dépendent de la vitesse:

- pertes fer( hystérésis et courants de Foucault).
- pertes par frottements et ventilation.

Cette deuxième catégorie de pertes augmente avec la vitesse mais est assez difficile à évaluer avec précision. En général on admet qu'elles correspondent à un couple constant plus un couple proportionnel à la vitesse. Le couple que doit fournir le moteur est alors donné par (on prend pour la charge un couple constant)

$$\Gamma = K_i = \Gamma_f + D\omega + \Gamma_c + (J_m + J_c) \frac{d\omega}{dt}$$

La puissance absorbée s'écrit alors:

$$P_{abs} = r i^2 + (\Gamma_f + D\omega + \Gamma_c)\omega + (j_m + j_c) \frac{1}{2} \frac{d(\omega^2)}{dt}$$

En général on a un fonctionnement périodique avec  $\omega(0) = \omega(T)$ . La contribution du dernier terme aux pertes est donc nulle. Les pertes sont alors de la forme:

$$pertes = r i^2 + \Gamma_f \omega + D\omega^2$$

Le calcul de ces pertes, nécessaire pour évaluer l'élévation de température, est lié au profil de vitesse qui impose le couple et donc le courant dans l'induit.

## 3-CARACTERISTIQUES THERMIQUES:

La durée de vie d'une machine électrique est presque toujours limitée par la durée de vie de ses isolants. La durée de vie peut être très variable: de quelques dizaines d'heures pour un moteur de moulin à café à plus de 30 ans pour un gros alternateur. Les caractéristiques fonctionnelles des isolants se dégradent d'autant plus vite que leur température de fonctionnement est plus élevée. On définit, pour un système d'isolement, une classe d'isolement donnant la température maximale de fonctionnement. Le respect de cette valeur maximale assure une durée de vie « normale » de la machine. Pour une machine à c.c. l'élévation de température la plus élevée a lieu dans l'induit qui est la partie la plus difficile à refroidir.

Il convient donc de calculer cette température et de vérifier qu'elle n'excède pas la limite de la classe.

Extrait de la Norme NF C 51 111

classe	Y	A	E	B	F	H	C
echauffement maximum	45	60	75	80	100	125	--
température maximale	90	105	120	130	155	180	>180

Figure 1

## 3.2-Echauffement d'un corps simple:



On sait que, pour des échauffements modérés, les échanges de chaleur entre un corps et le milieu ambiant se font essentiellement par conduction. Si P est la puissance (constante) produite à l'intérieur du corps, l'élévation de température par rapport à la température ambiante est donnée par:

$$\Theta = PR_{th} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

Il est nécessaire de faire une remarque sur cette relation bien connue. Si on améliore les conditions de refroidissement (diminution de  $R_{th}$  par ventilation forcée par exemple) on diminuera la température finale mais également la constante de temps thermique  $\tau$  qui est proportionnelle à la résistance thermique. La température finale est plus faible mais elle est atteinte plus vite. Cette conséquence est à prendre en compte dès que l'on équipe un moteur d'un moto-ventilateur.

### 3.2-Limites d'utilisation:

Les constructeurs précisent, en fonction du service du moteur, les limites d'utilisation dans le plan vitesse-couple.

⇒ service continu:

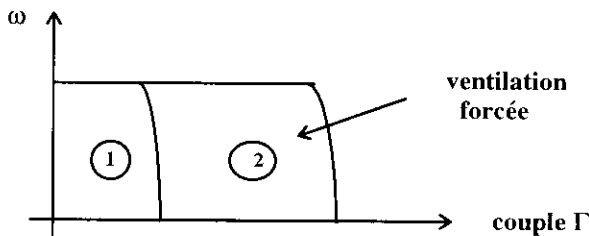


Figure 2

Les limites sont données par la vitesse maximale et l'échauffement maximal. On peut obtenir des couples plus importants à l'aide d'une ventilation forcée.

⇒ service intermittent:

On peut en fait et c'est justement l'intérêt des servo-moteurs-obtenir en régime intermittent des couples nettement plus importants à condition de vérifier que la température n'est pas excessive. Cette zone de fonctionnement intermittent est limitée par la vitesse maximale, le courant de démagnétisation des aimants permanents et, entre ces deux limites, éventuellement par une hyperbole correspondant à la limite de la commutation.

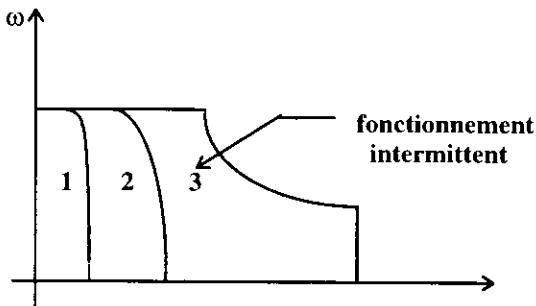


Figure 3

### 3.3-Modèle thermique:

Pour l'établissement de ce modèle on supposera que:

⇒ le moteur est constitué de deux parties: l'induit (indice i) et la carcasse (indice c) où la température est uniforme.

⇒ les pertes sont localisées dans l'induit.

⇒ les échanges d'énergie sont proportionnels aux différences de température.

On calculera les élévations de température par rapport à la température ambiante. Les échanges d'énergie sont résumés figure 4.

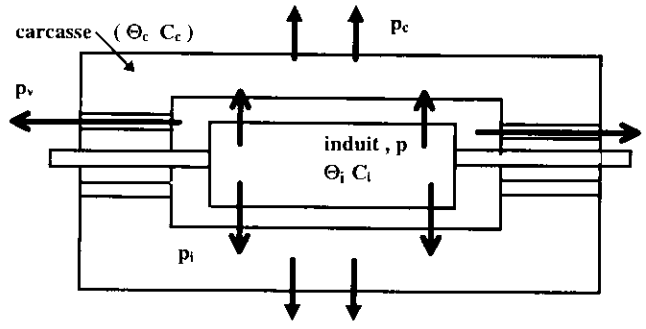


Figure 4

$$p - p_i - p_v = C_i \frac{d\Theta_i}{dt} = p - G_i(\Theta_i - \Theta_c) - G_v\Theta_i$$

$$p_i - p_c = C_c \frac{d\Theta_c}{dt} = G_i(\Theta_i - \Theta_c) - G_c\Theta_c$$

Ces deux équations thermiques peuvent être représentées par le circuit électrique équivalent suivant:

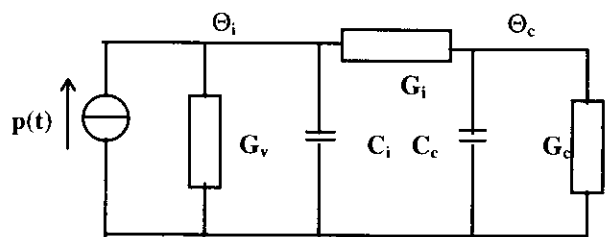


Figure 5

La suite du calcul s'effectue en prenant les transformées de Laplace et en calculant la fonction de transfert de la température de l'induit. La décomposition suivant les pôles fait alors apparaître deux constantes de temps thermiques et deux résistances thermiques.

$$\frac{\Theta_i(p)}{P(p)} = \frac{R_{th1}}{1 + p\tau_1} + \frac{R_{th2}}{1 + p\tau_2}$$

On peut considérer que  $\Theta_i$  est la somme de deux élévations de température  $\Theta_{i1}$  et  $\Theta_{i2}$ .

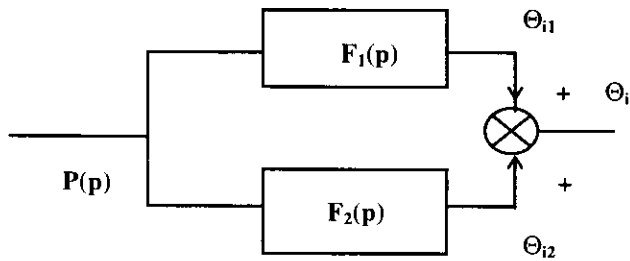


Figure 6

L'intérêt de ce modèle à deux constantes de temps thermiques apparaît lorsque l'on utilise des moteurs où la masse de l'induit est très faible par rapport à celle de la carcasse (moteur à induit plat par exemple). Dans ce cas une de deux constantes est beaucoup plus faible que l'autre (ex: 30s et 600s) et correspond approximativement à la constante de temps de l'induit. Ce type de moteur permet un meilleur refroidissement de l'induit, mais par contre son échauffement est très rapide. Il est alors impératif d'estimer avec une précision raisonnable la température lors de fonctionnements de type incrémental. Pour les machines « massives » on utilise un modèle plus simple à une seule constante de temps.

### 3.4-Conséquences de l'augmentation de température:

Dans ce qui suit on ne tiendra compte que des pertes par effet joule dans l'induit, ce qui donnera un résultat optimiste et inférieur à la réalité.

⇒ augmentation de la résistance de l'induit et donc augmentation des pertes:

Les pertes doivent être calculées avec la résistance correspondant à la température finale. Si on considère des variations rapides des pertes joule dans l'induit (voir la justification donnée plus loin) on a pour chacune des élévations de température précédente une valeur finale donnée par:

$$\Theta_f = \frac{R_{th} r_1 I_{eff}^2}{1 - R_{th} r_1 \alpha I_{eff}^2}$$

Dans cette expression  $\alpha$  représente le coefficient de température du cuivre et  $r_1$  la valeur de la résistance de l'induit à la température ambiante. La possibilité pour le dénominateur de s'annuler correspond à une instabilité thermique conduisant à la destruction du moteur.

⇒ diminution de la constante de f.e.m. et de couple à cause du coefficient de température négatif des aimants permanents (-0,002 pour les céramiques, -0,0004 pour le Samarium Cobalt). Ces variations conduisent à un changement dans la réponse fréquentielle et à un déclassement éventuel du moteur.

## 4-CALCUL DE L'ELEVATION DE TEMPERATURE:

Les calculs qui suivent s'appliquent à  $\Theta_{i1}$  et à  $\Theta_{i2}$

### 4.1-Pertes constantes:

Dans ce cas on a immédiatement:

$$\Theta_i = PR_{th}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

La température finale de l'induit est donnée par:

$$\Theta_{if} = \Theta_{if1} + \Theta_{if2} = P(R_{th1} + R_{th2})$$

Elle est pratiquement atteinte au bout de 4 à 5 fois la plus forte des constantes de temps.

### 4.2-Pertes périodiques à variation lente:

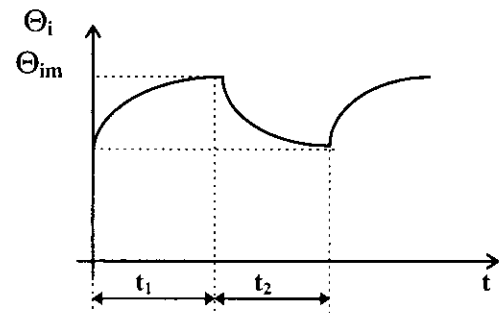


Figure 7

Le terme variation lente s'entend par rapport aux constantes de temps. En régime permanent l'élévation de température est aussi périodique et l'on a :

$$\Theta_i(0) = \Theta_i(t_1 + t_2)$$

La température maximale est alors donnée par:

$$\Theta_{im} = PR_{th} \frac{1 - e^{-\frac{t_1}{\tau}}}{1 - e^{-\frac{t_1+t_2}{\tau}}}$$

### 4.3-Pertes périodiques à variation rapide:

Ceci correspond à  $\tau \gg t_1$  et  $\tau \gg t_2$ .

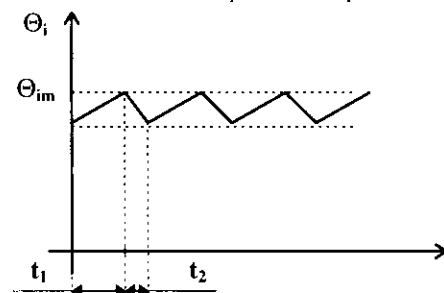


Figure 8

Le développement limité de l'exponentielle donne

$$\text{alors: } \Theta_{im} \approx PR_{th} \frac{t_1}{t_1 + t_2} = P_{moy} R_{th}$$

La puissance moyenne des pertes par effet joule dans l'induit est donnée par :  $P_{moy} = r I_{eff}^2$ . Ce calcul est à rapprocher de la notion de couple thermique équivalent qui, en toute rigueur, ne peut être utilisée que si les hypothèses  $\tau \gg t_1$  et  $\tau \gg t_2$  sont vérifiées.

Par exemple pour un moteur Axem pour lequel on a :

$$\tau_1 = 30s, R_{th1} = 1,2^\circ C / W$$

$$\tau_2 = 600s, R_{th2} = 0,95^\circ C / W$$

Avec  $P=55 W$ ,  $t_1 = 20s$  et  $t_2 = 30s$  on obtient pour les deux élévations de température:

$$\Theta_{i2} \approx 55 \cdot \frac{20}{50} \cdot 0,95 = 21^\circ C$$

$$\Theta_{i1m} = 55 \cdot 1,2 \cdot \frac{1 - e^{-\frac{20}{30}}}{1 - e^{-\frac{50}{30}}} = 40^\circ C$$

La température maximale de l'induit est alors de  $61^\circ C$ . Certains constructeurs donnent des abaques constitués de courbes paramétrées en courant et qui fournissent le facteur de service en fonction de la durée de l'impulsion de courant.

## 5-OPTIMISATION DU PROFIL DE VITESSE:

Dans les applications de type mouvement incrémental périodique les servomoteurs doivent fournir des accélérations et des décélérations importantes et fréquentes, ils sont alors soumis à des contraintes thermiques sévères.

Un mouvement incrémental est caractérisé par:

⇒ l'angle  $\Psi$  dont doit tourner le moteur.

⇒ le temps  $T$  correspondant.

⇒ des vitesses initiale et finale nulles.

De façon à limiter l'élévation de température il convient de choisir un profil de vitesse  $\omega(t)$  qui minimise les pertes joule dans l'induit. Ces pertes s'écrivent:

$$W_j = \int_0^T r i^2(t) dt$$

On suppose le couple résistant de la charge, ramené au niveau du moteur,  $\Gamma_c$  constant (en fait, dans ce type de mouvement, cette hypothèse est raisonnable car il s'agit surtout d'accélérer des inerties). On note  $J$  le moment d'inertie total (moteur + charge ramené au niveau du moteur). Le courant d'induit vaut:

$$i = \frac{1}{K} \left( J \frac{d\omega}{dt} + \Gamma_c \right)$$

Le problème est donc de minimiser la fonction de

$$\text{coût } W_j = \int_0^T \frac{r}{K^2} (J\dot{\omega} + \Gamma_c)^2 dt \quad \text{avec comme}$$

$$\text{contraintes: } \int_0^T \omega(t) dt = \Psi \quad \text{et } \omega(0) = \omega(T) = 0.$$

Pour minimiser  $\int_{t_1}^{t_2} f(t, x, \dot{x}) dt$  avec comme contrainte la valeur imposée de  $\int_{t_1}^{t_2} g(t, x, \dot{x}) dt$ , il

$$\text{faut résoudre: } \frac{\partial}{\partial x} (f + \lambda g) - \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial}{\partial \dot{x}} (f + \lambda g) = 0$$

Dans notre cas  $\omega(t)$  doit répondre à l'équation fonctionnelle suivante:

$$\frac{\partial}{\partial \omega} \left[ \frac{r}{K^2} (J\dot{\omega} + \Gamma_c)^2 + \lambda \omega \right] - \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{\partial}{\partial \dot{\omega}} \left[ \frac{r}{K^2} (J\dot{\omega} + \Gamma_c)^2 + \lambda \omega \right] \right\} = 0$$

Dans ces relations  $\lambda$  est une constante qui dépend des conditions initiales. On en déduit alors:

$$\lambda - \frac{d}{dt} \left[ \frac{2rJ}{K^2} (\dot{\omega} + \Gamma_c) \right] = 0 \Rightarrow \frac{d^2 \omega}{dt^2} = \text{cte}$$

Il s'agit donc d'un profil parabolique qui va s'écrire, compte tenu des contraintes imposées:

$$\omega(t) = \frac{6\Psi}{T^3} t(T-t)$$

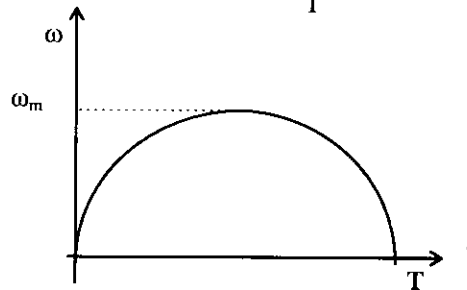
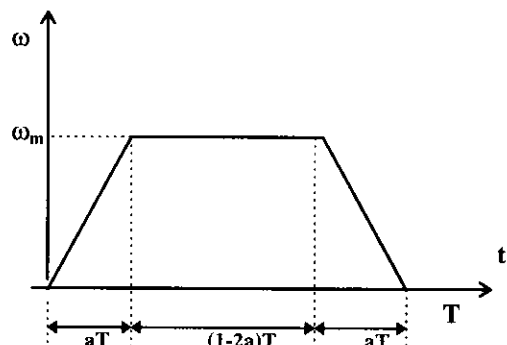


Figure 10

La vitesse maximale vaut:  $\omega_m = \frac{3\Psi}{2T}$ . Les pertes minimales sont alors données par:

$$W_{j0} = \frac{r}{K^2} \left[ 12 \frac{J^2 \Psi^2}{T^3} + T \Gamma_c^2 \right]$$

Le premier terme est lié au profil de vitesse, le second ne dépend que du couple résistant de la charge. On adopte fréquemment un profil trapézoïdal jugé plus simple à générer.



On montre facilement que ces pertes sont minimales pour  $a = \frac{1}{3}$ , elles valent alors:

$$W_j = \frac{r}{K^2} \left[ 13,5 \frac{J^2 \Psi^2}{T^3} + T \Gamma_c^2 \right]$$

Les pertes sensibles au profil de vitesse sont augmentées de 12,5%.

Si on considère le cas le plus défavorable où il n'y a pas de palier de vitesse ( $a=0,5$ ) on obtient un profil triangulaire pour lequel la vitesse maximale est de  $\frac{2}{T} \Psi$ .

Les pertes liées au profil de vitesse sont augmentées de 33,3%.

$$W_j = \frac{r}{K^2} \left[ 16 \frac{J^2 \Psi^2}{T^3} + T \Gamma_c^2 \right]$$

D'une façon générale on écrira que les pertes valent:

$$W_j = \frac{r}{K^2} \left[ \beta \frac{J^2 \Psi^2}{T^3} + T \Gamma_c^2 \right]$$

Avec  $\beta$  valant 12 13,5 ou 16 suivant le profil.

Les calculs précédents ont été faits avec toutes les grandeurs mécaniques ramenées au niveau du moteur. En fait entre le moteur et la charge il peut y avoir un dispositif de couplage mécanique dont il faut alors tenir compte dans les expressions précédentes.

## 6-PRISE EN COMPTE DU COUPLAGE MECANIQUE:

Dans beaucoup de cas, soit pour changer la vitesse, soit pour augmenter la précision d'un positionnement, soit encore pour transformer le type de mouvement, ou encore pour adapter le couple moteur à la charge, le moteur n'entraîne pas directement la charge. Nous examinerons ici les trois cas les plus courants:

- ⇒ réducteur à engrenage.
- ⇒ poulie et courroie crantée.
- ⇒ écrou et vis sans fin.

Pour chacun des cas il convient d'abord de ramener les éléments de la charge ( inertie et couple résistant ) au niveau du moteur. Ensuite il est intéressant de regarder s'il existe un rapport optimum minimisant les pertes. Si cet optimum existe il est nécessaire d'étudier sa sensibilité car il faut aussi tenir compte d'autres facteurs ( précision, coût, couple de pointe du moteur, jeu éventuel...) dans le choix du rapport. On supposera que le profil de vitesse est l'un des trois étudiés précédemment et on notera par l'indice m les valeurs propres au moteur et par l'indice c celles propres à la charge. Bien entendu c'est l'angle de rotation de la charge qui est imposé dans le mouvement demandé.

### 6.1-Réducteur à engrenages:

On note N le rapport de réduction:

$$N = \frac{\Psi_m}{\Psi_c}$$

Pour le calcul de l'inertie ramenée coté moteur on utilisera, quel que soit le type de couplage, l'énergie cinétique stockée:

$$\frac{1}{2} J'_c \omega_m^2 = \frac{1}{2} J_c \omega_c^2 = \frac{1}{2} \frac{J_c}{N^2} \omega_m^2 \Rightarrow J'_c = \frac{J_c}{N^2}$$

Pour le couple ramené au moteur on écrira simplement:

$$\Gamma'_c \omega_m = \Gamma_c \omega_c = \Gamma_c \frac{\omega_c}{N} \Rightarrow \Gamma'_c = \frac{\Gamma_c}{N}$$

Lorsque le rendement du réducteur est pris en compte la valeur du couple ramené doit être divisée par ce rendement. Dans la suite des calculs on prendra des couplages mécaniques parfaits.

Si on reprend l'expression des pertes dans l'induit de la machine en utilisant le rapport N et l'angle  $\Theta_c$  dont doit tourner la charge on obtient:

$$W_j = \frac{r}{K^2} \left[ \frac{\beta}{T^3} \left( J_m + \frac{J_c}{N^2} \right)^2 N^2 \Psi_c^2 + T \frac{\Gamma_c^2}{N^2} \right]$$

On pose :  $a = \frac{1}{\beta} \left[ \frac{\Gamma_c T^2}{\Psi_c J_c} \right]^2$

Les pertes s'écrivent alors:

$$W_j = \beta \frac{r J_c^2 \Psi_c^2}{K^2 T^3} \left[ \left( \frac{J_m}{J_c} + \frac{1}{N^2} \right)^2 + \frac{a}{N^2} \right]$$

L'optimum se cherche alors par rapport à N et on trouve, après dérivation :

$$N_o^2 = \frac{J_c}{J_m} \sqrt{1+a}$$

Dans le cas où le couple résistant de la charge est nul on retrouve l'expression bien connue ( semblable à l'adaptation d'impédance obtenue par un transformateur ) :  $J_m = \frac{J_c}{N_o^2}$ ; l'inertie ramenée de la

charge est égale à l'inertie propre du moteur ce qui assure une accélération maximale de la charge.

Examinons la sensibilité de cet optimum dans le cas où le couple résistant est nul. On va étudier la

fonction:  $s = \frac{W_j(N)}{W_j(N_o)}$ . Cette fonction se met sous la

$$\text{forme: } s = \frac{1}{4} \left[ \frac{N}{N_o} + \frac{N_o}{N} \right]^2$$

L'étude de cette fonction ( voir figure 11 ) montre que une déviation de 10% autour de l'optimum ne produit une augmentation des pertes que de 1%. Par contre, au delà, les pertes augmentent rapidement.

produit une augmentation des pertes que de 1%. Par contre, au delà, les pertes augmentent rapidement.

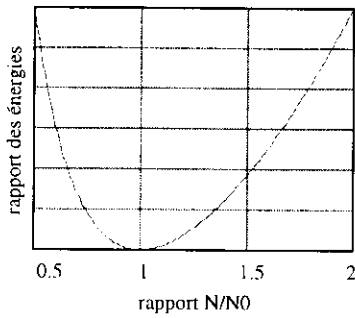


Figure 11

### 6.2-Système vis-écrou:

Le système de couplage est caractérisé par le pas  $p$  de la vis qui correspond à la distance parcourue par la charge lorsque la vis effectue un tour complet.

$$x = p \frac{\Psi_c}{2\pi}$$

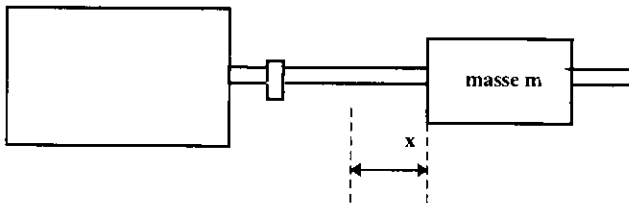


Figure 12

Pour ce couplage on montre que l'inertie ramenée est donnée par:  $J'_c = m \left( \frac{p}{2\pi} \right)^2$ .

Si l'on note  $F$  la force opposée au mouvement qui existe au niveau de la masse  $m$  en translation, il lui correspond un couple résistant au niveau du moteur

donné par :  $\Gamma'_c = F \frac{p}{2\pi}$ . Cette force  $F$  est la somme

de la force de travail et des diverses forces de frottement. On effectue les mêmes études d'optimisation que précédemment. Si on note  $x_c$  le déplacement à obtenir et si l'on pose

$c = \frac{1}{\beta} \left( \frac{F\Gamma^2}{m x_c} \right)^2$  la valeur du pas minimisant les

pertes joule s'écrit:  $p_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J_m}{m\sqrt{c+1}}}$ . Si l'on

néglige la force  $F$  on obtient  $p_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J_m}{m}}$ . Tous les

résultats obtenus dans le cas précédent sont applicables.

### 6.3-Système poulie et courroie :

Dans les systèmes de précision on utilise toujours une courroie crantée.

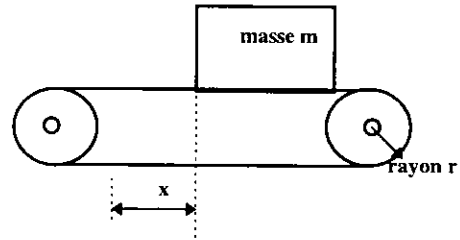


Figure 13

On note  $F$  la force qui s'oppose au mouvement et on obtient les résultats suivants:

$$J'_c = m r^2$$

$$\Gamma'_c = F r$$

On mène les calculs d'optimisation comme en 6.2 et

en notant  $b = \frac{1}{\beta} \left( \frac{F\Gamma^2}{m x_c} \right)^2$  le rayon optimum de la

poulie est donné par  $r_0 = \sqrt{\frac{J_m}{m\sqrt{1+b}}}$ . Toutes les conclusions précédentes s'appliquent à ce dernier cas.

### 6.4-Remarque :

Le critère de minimisation des pertes par effet joule qui donne le rapport optimum de couplage n'est qu'un élément parmi d'autres :

- ⇒ problèmes mécaniques : précision, jeu, résonance ( liée à la raideur du couplage ).
- ⇒ problèmes électriques : limite de commutation du moteur, limitation du variateur.
- ⇒ et bien entendu les problèmes de coût et de disponibilité.

### 7-EXEMPLE :

Un des axes d'entraînement d'une machine d'impression de papier d'emballage doit assurer le profil de vitesse linéaire suivant:

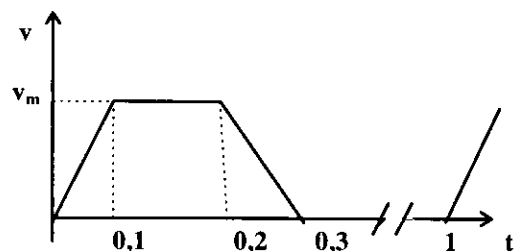


Figure 14

Le mouvement se répète toutes les secondes.

Le papier doit avancer de 20 cm en 0,3 s. Il faut donc

$$\text{réaliser } \int_0^{0,3} v(t)dt = 0,2 = 0,2 \cdot v_m \Rightarrow v_m = 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Le rouleau d'entraînement a un diamètre de 5 cm, la vitesse de rotation maximale est donc de  $40 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ . Le moment d'inertie du rouleau est de  $5 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ . Si on néglige les frottements le couple nécessaire pour accélérer la charge est de 2 Nm, la puissance maximale vaut alors 80 W. On choisit un moteur de type Axem dont la puissance nominale est de 55 W. Son inertie est de  $3,7 \cdot 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ . Le rapport N optimum vaut alors approximativement 12. Le moment d'inertie total ramené coté moteur vaut:

$$3,7 \cdot 10^{-5} + \frac{5 \cdot 10^{-3}}{12^2} = 7,17 \cdot 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Coté moteur la vitesse maximale, atteinte en 0,1s, est de  $480 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ , il lui correspond une accélération de  $4800 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-2}$ . Les couples accélérateurs et décélérateurs ont la même valeur absolue: 0,344 Nm. Par ailleurs, au moment de l'impression, un dispositif bloque le papier qui doit être tendu par un couple négatif de -1 Nm (soit 0,083 au niveau du moteur) pendant une durée de 0,2s.

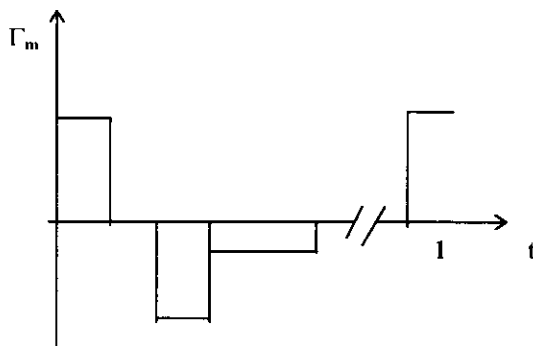


Figure 15

Le courant d'induit a bien entendu la même allure. Sa valeur est obtenue à partir de la constante de couple  $K=0,0296 \text{ Nm/A}$ . La valeur efficace correspondante du courant est de 5,34 A. Les variations des pertes sont très rapides par rapport aux constantes de temps thermiques. On peut donc utiliser les pertes moyennes et la résistance thermique totale pour calculer l'élévation finale de la température. On estime que l'air ambiant est à  $40^\circ\text{C}$ . A cette température la résistance de l'induit vaut:  $0,9 \Omega$ .

$$\Theta_{fi} = \frac{RI_{\text{eff}}^2 (R_{th1} + R_{th2})}{1 - \alpha RI_{\text{eff}}^2 (R_{th1} + R_{th2})} = 71^\circ\text{C}$$

La température finale vaut donc  $111^\circ\text{C}$ . La classe F du moteur permet des échauffements plus importants. Il est certain que les calculs simplifiés effectués conduisent à une sous estimation de l'élévation de température. On a alors une marge de sécurité de  $40^\circ\text{C}$  que l'on estime suffisante pour les pertes qui ont été négligées.

Comme il a été dit précédemment le choix du moteur est un processus itératif. On n'a pas exposé ici

les premiers choix infructueux. Dans une séance de T.D. il est souhaitable de bien mettre en évidence les différents échecs, quitte à « perdre du temps ».

Principales caractéristiques du moteur choisi :

- ⇒ puissance nominale : 55 W.
- ⇒ couple impulsional : 1,15 Nm.
- ⇒ vitesse maximale : 6000 tr/mn.
- ⇒ constante de couple : 0,0296 Nm/A.
- ⇒ résistance de l'induit à  $25^\circ\text{C}$  :  $0,84 \Omega$ .
- ⇒ moment d'inertie :  $3,7 \cdot 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ .
- ⇒ constantes de temps thermiques : 30 et 600 s.
- ⇒ résistances thermiques : 1,2 et  $0,95^\circ\text{C/W}$ .

## 8-BIBLIOGRAPHIE:

- 1-G.LACROUX : Les actionneurs électriques pour la robotique et les asservissements . Technique et Documentation - 1994.
- 2-R.M.CROWDER : Electric drives and their controls . Clarendon Press-1995.
- 3-DC motors-Speed controls-Servo systems.Electro-Craft Corp .1980
- 4-B.C.Kuo, J.Tal : Incremental motion control . SRL Publishing Company.1978.

# PRESENTATION DE LA MACHINE A COURANT CONTINU

Gilles FELD  
IUFM CRETEIL

Cet article a pour but de présenter la machine à courant continu à partir de la machine synchrone autopilotée. Il doit permettre d'aborder les principes de fonctionnement de la machine et éviter que les élèves ne retiennent sur celle-ci que la formule :

$$U = K \cdot \Omega + R \cdot I$$

Il se compose de deux parties :

- ① Rappel du fonctionnement d'une machine synchrone autopilotée.
- ② Etude d'une machine à courant continu et comparaison avec la machine synchrone autopilotée.

## 1) Etude de la machine synchrone autopilotée .

Le point de départ est l'étude d'une petite machine synchrone (fig. 1) dont les caractéristiques sont les suivantes : (utilisée par exemple dans le secteur médical pour entraîner des pompes permettant d'insuffler de l'air à des malades présentant des troubles respiratoires (apnée))

Tension	Couple	N	Diamètre ext	Hauteur
12 V	32 m.Nm	3000 tr/mn	38 mm	30 mm

Il s'agit d'une machine synchrone triphasée tétrapolaire à structure inversée : le stator portant l'induit à "pôles saillants" constitué de trois phases couplées en triangle est à l'intérieur alors que le rotor portant l'inducteur à aimants permanents est à l'extérieur.

Pour faciliter l'étude électromagnétique et la comparaison avec la machine à courant continu, on considérera une machine équivalente bipolaire dont le dessin est donné sur la figure 2.

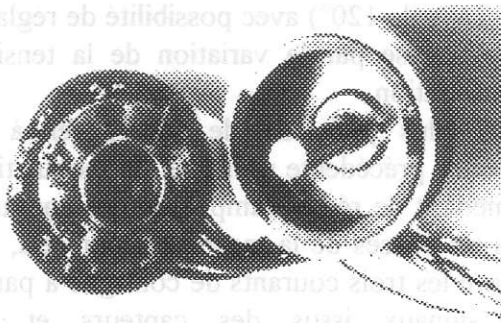


Fig. 1 : Vue de la machine

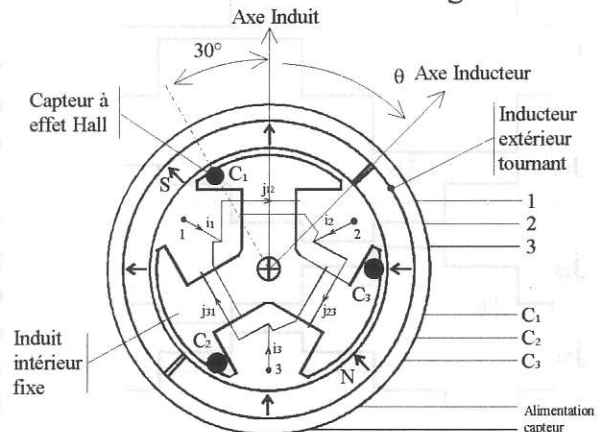


Fig. 2 : Dessin de la machine

Cette machine est alimentée par un onduleur de tension fig. 3

Les transistors seront commandés à partir de la position du rotor de façon à développer un couple maximum pour un courant donné.

NB : Dans cette gamme de puissance, sur certaines machines, l'électronique est intégrée .

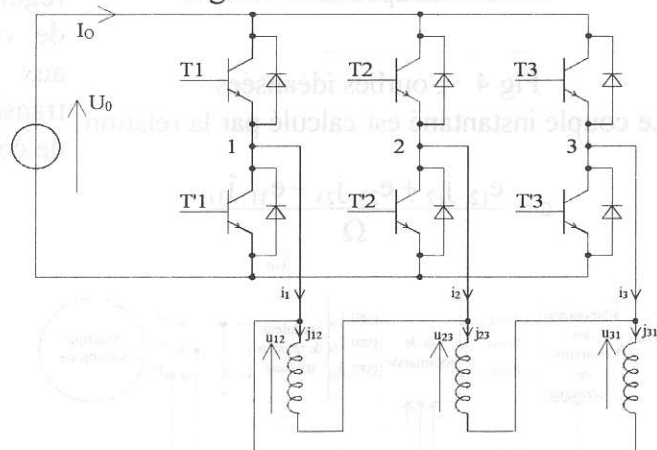


Fig. 3 : Onduleur de tension

### Analyse du fonctionnement

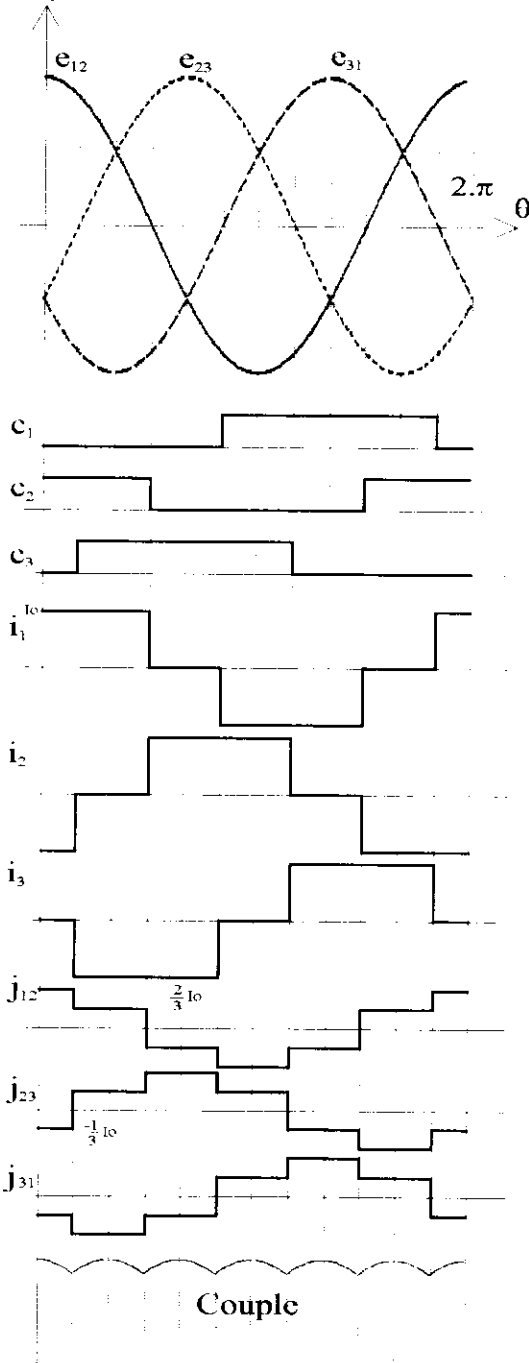


Fig.4 : Courbes idéalisées  
Le couple instantané est calculé par la relation

$$c = \frac{e_{12} \cdot j_{12} + e_{23} \cdot j_{23} + e_{31} \cdot j_{31}}{\Omega}$$

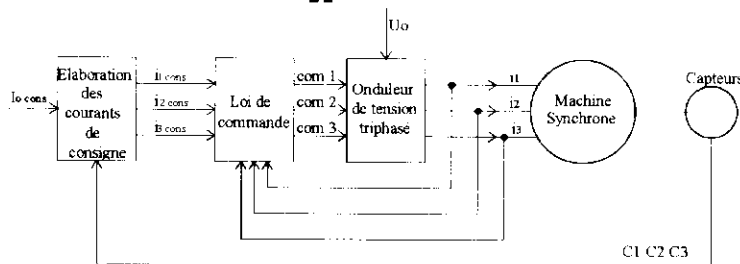


Fig. 5

Les courbes **idéalisées** sont données sur la figure 4 .

Pour une rotation de l'inducteur dans le sens horaire à vitesse constante, les fem induites dans les enroulements forment un système triphasé, équilibré et direct en supposant la répartition du flux sinusoïdale.

$$e_{12} = \frac{d\psi_{12}}{dt} = \frac{d\psi_{12}}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} = \Omega \cdot \frac{d\psi_{12}}{d\theta}$$

L'orientation de la surface permettant de calculer le flux dans un enroulement est déterminée à partir du sens du courant dans le bobinage.

Les signaux issus des trois capteurs à effet Hall, après traitement, commandent les six transistors. Cette commande permet de contrôler les courants en ligne tels que les fondamentaux des courants dans les enroulements soient en phase avec les fem (Couple disponible maximum)

On peut envisager un mode de fonctionnement analogue à celui d'une machine à courant continu qui consisterait en une séquence de commande pleine onde (créneaux de 120°) avec possibilité de réglage de la vitesse par la variation de la tension d'alimentation.

Il est plus judicieux de superposer à la séquence précédente un signal de modulation permettant de régler l'amplitude des courants dans les phases de la machine. Pour cela, on élabore les trois courants de consigne à partir des signaux issus des capteurs et de l'amplitude désirée du courant (dans le cas d'une commande en couple où la sortie du régulateur vitesse dans le cas d'une régulation de vitesse). Ces consignes sont comparées aux courants réels et, la commande des transistors est élaborée par exemple à partir de comparateurs à hystérésis (fig .5)

### Exemple d'alimentation.

Ce module complété par une régulation de vitesse est commercialisé avec la machine.



## 2 ) Etude de la machine à courant continu .

Le modèle étudié correspond à un moteur de jouet (fig. 6): moteur à trois dents où les trois enroulements sont couplés en triangle vis-à-vis des trois lames du collecteur.

L'inducteur est constitué d'un aimant annulaire bipolaire en ferrite de dimensions :

$\phi_{ext}$  : 20mm                       $\phi_{int}$  : 14mm                      hauteur : 10mm

Le champ magnétique est canalisé par un feuillard entourant l'aimant, le rotor est formé d'un empilage de tôles d'épaisseur 0.5 mm sur une hauteur de 6mm.

Pour la clarté des figures représentant les cartes d'équiflux, on considérera le modèle représenté sur la figure 7.



Fig.6 : Vue du moteur à courant continu

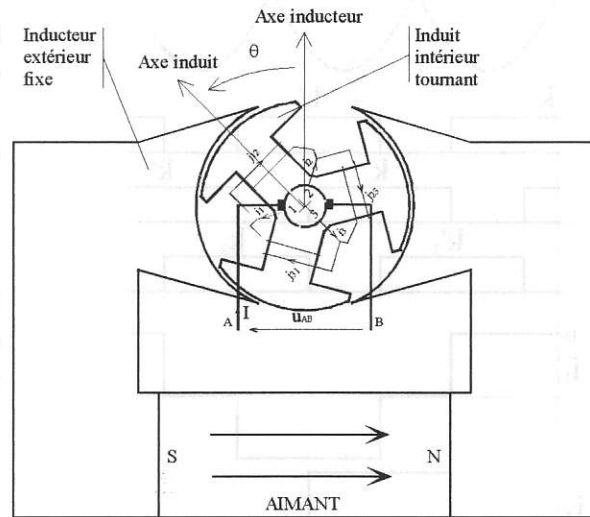


Fig.7 : Modèle de la machine

On retrouve sur la figure 6 la même organisation que celle de la figure 2 bien que l'induit de la machine soit maintenant tournant et l'inducteur fixe. Dans un repère lié à l'induit, l'analyse du fonctionnement est donc semblable.

Les contacts électriques entre les lames de collecteur (1 2 3) et les balais (A B) seront représentés par les interrupteurs  $K_1, K'_1, K_2, K'_2, K_3$  et  $K'_3$ . (fig.8)

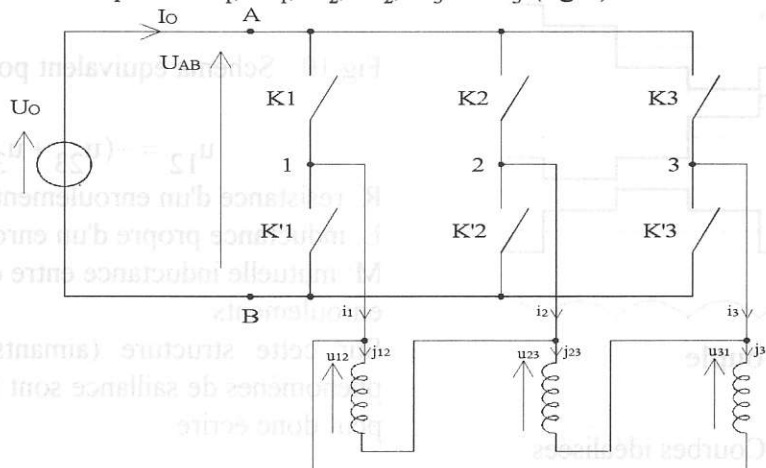


Fig.8

On retrouve la même structure que dans le cas de la machine synchrone bipolaire alimentée par un onduleur de tension et pilotée par un capteur de position délivrant six informations par tour (voir fig3). Le collecteur constitue donc l'équivalent d'un onduleur piloté par la position du rotor, mais, seule la commande en créneaux de  $120^\circ$  est bien sûr réalisable (aucune modulation directe n'est possible).

## 2.1) Analyse du fonctionnement

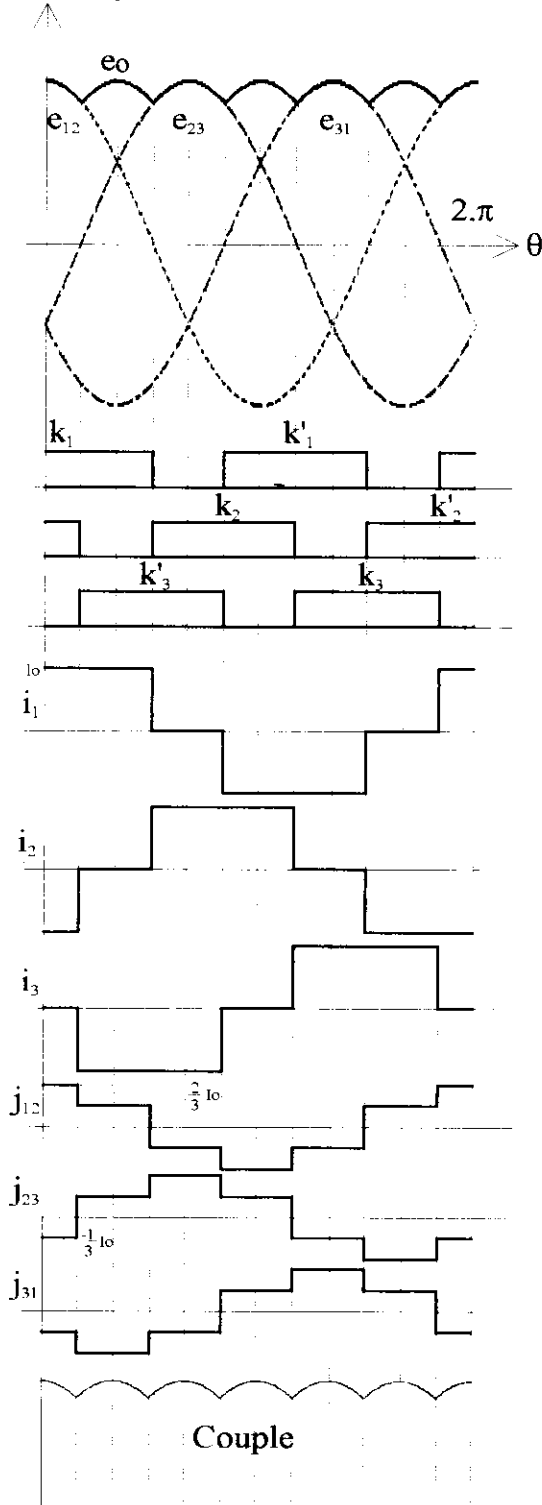


Fig 9 : Courbes idéalisées

Pour une rotation de l'induit dans le sens trigonométrique à vitesse constante (déplacement relatif identique au cas précédent), les fem induites dans les enroulements forment un système triphasé, équilibré et direct en supposant la répartition du flux sinusoïdale (en utilisant les conventions définies précédemment).

La représentation de l'état des interrupteurs permet de déterminer :

- la fem équivalente  $e_0 = (v_A - v_B)_{i=0}$  entre les balais A et B en l'absence de courant
- les courants en ligne  $i_1, i_2$  et  $i_3$  idéalisés (l'amplitude  $I_0$  étant fixée par le couple résistant et l'ondulation négligée).

La détermination des courants dans les enroulements se fait à partir de l'étude suivante :

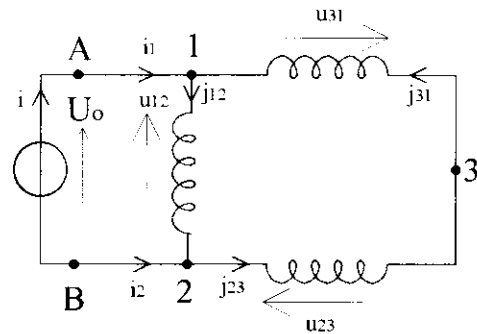


Fig 10 : Schéma équivalent pour  $\theta \in \left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right]$

$$u_{12} = -(u_{23} + u_{31})$$

R: résistance d'un enroulement

L: inductance propre d'un enroulement

M: mutuelle inductance entre deux enroulements

Sur cette structure (aimants déposés), les phénomènes de saillance sont négligeables, on peut donc écrire :

$$e_{12} + R \cdot j_{12} + L \cdot \frac{dj_{12}}{dt} + M \cdot \frac{d(j_{23} + j_{31})}{dt} =$$

$$-(e_{23} + R \cdot j_{23} + L \cdot \frac{dj_{23}}{dt} + M \cdot \frac{d(j_{12} + j_{31})}{dt}) + e_{31} + R \cdot j_{31} + L \cdot \frac{dj_{31}}{dt} + M \cdot \frac{d(j_{12} + j_{23})}{dt}$$

$j_{23}$  et  $j_{31}$  étant identiques, l'équation devient :

$$-(e_{12} + e_{23} + e_{31}) = R \cdot (j_{12} + 2 \cdot j_{23}) + L \cdot \frac{d(j_{12} + 2 \cdot j_{23})}{dt} + 2 \cdot M \cdot \frac{d(j_{12} + 2 \cdot j_{23})}{dt}$$

Si les fem ne comportent pas d'harmonique multiple de trois, la somme  $e_{12} + e_{23} + e_{31} = 0$  on en déduit  $j_{12} = -2 \cdot j_{23}$  (la présence d'harmonique homopolaire entraînerait un courant de circulation limité par les impédances internes de la machine).

Les courants dans les enroulements s'expriment :  $j_{12} = \frac{2}{3} \cdot i$      $j_{23} = j_{31} = -\frac{1}{3} \cdot i$

Sur cette séquence, la tension  $U_0$  peut donc s'écrire :  $U_0 = e_{12} + \frac{2}{3} \cdot R \cdot i + \frac{2}{3} \cdot (L - M) \cdot i$

$e_{12}$  étant la valeur prise par  $e_0$  ( $e_0 = (v_A - v_B)_{i=0}$ ) sur cet intervalle.

En reprenant le même raisonnement pour  $\theta \in \left[ \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \right]$ , on trouverait :

$$U_0 = e_{13} + \frac{2}{3} \cdot R \cdot i + \frac{2}{3} \cdot (L - M) \cdot i \quad e_{13} \text{ étant la valeur prise par } e_0 \text{ sur cet intervalle.}$$

On peut en déduire le schéma équivalent de la machine à courant continu (fig 11).

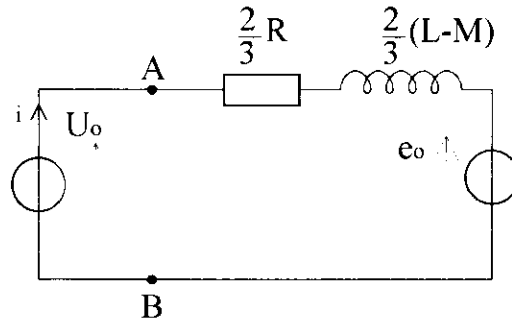


Fig 11

Le couple instantané synchrone assurant la rotation peut être calculé à partir des relations :

$$c = \frac{e_{12} \cdot j_{12} + e_{23} \cdot j_{23} + e_{31} \cdot j_{31}}{\Omega} = \frac{e_0 \cdot i}{\Omega} \approx \frac{e_0 \cdot I_0}{\Omega} \quad \text{en assimilant le courant } i \text{ à la valeur cste } I_0$$

En pratique, le courant  $i$  présente des ondulations dues à :

- un lissage insuffisant (ces petits moteurs sont essentiellement résistifs).
- l'effet des commutations.

Ces ondulations de courant vont se répercuter sur le couple.

Il faut remarquer que cette expression est apparemment indépendante de la vitesse de rotation car les fem sont-elles-mêmes proportionnelles à la vitesse. Par exemple  $e_{12}$  s'écrit :

$$e_{12} = \frac{d\psi_{12}}{dt} = \frac{d\psi_{12}}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dt} = \Omega \cdot \frac{d\psi_{12}}{d\theta}$$

ou  $\Psi_{12}$  représente le flux calculé à travers l'ensemble du bobinage 1 2.

d'où  $c = \left( \frac{d\psi_{12}}{d\theta} + \frac{d\psi_{23}}{d\theta} + \frac{d\psi_{31}}{d\theta} \right) \cdot I_0$  mais  $I_0$  est fonction de la charge donc de la vitesse.

## 2.1) Champ inducteur et Champ de réaction magnétique d'induit.

Un calcul par éléments finis 2D permet d'étudier la répartition du champ dans la machine.

### Carte d'équiflux due à l'aimant.

La composante normale du champ dans l'entrefer et son fondamental sont représentés par la courbe suivante (comptée positivement pour un champ sortant du rotor).

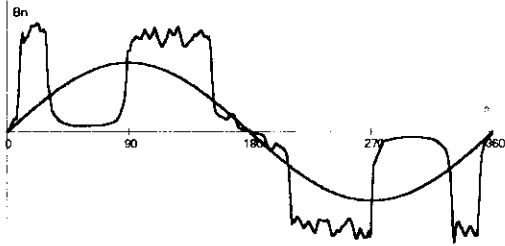


Fig 12

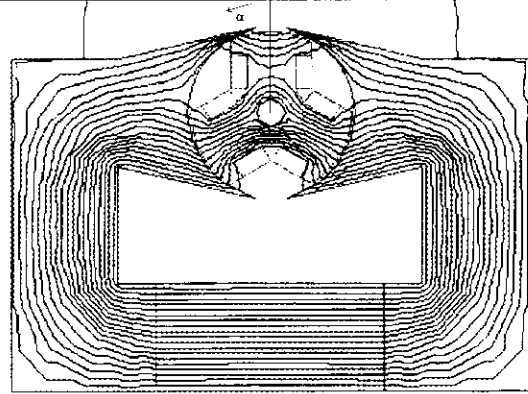


Fig 13

### Carte d'équiflux due à la RMI.(inducteur inactif)

$$j_{12} = \frac{2}{3} \cdot I_0 \quad j_{23} = j_{31} = -\frac{1}{3} \cdot I_0 \quad \theta = 0$$

La composante normale du champ de RMI dans l'entrefer et son fondamental sont représentés par la courbe suivante.

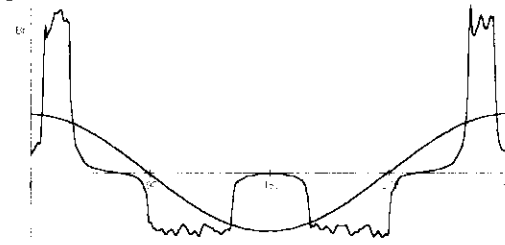


Fig 14

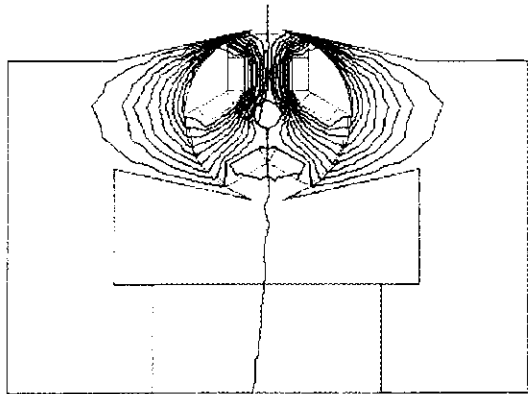


Fig 15

### Carte d'équiflux due à l'ensemble.

Sur les courbes précédentes (fig 12 et fig 14  $\theta = 0$  ou  $k\pi/3$ ) les fondamentaux des répartitions spatiales des champs statorique et rotorique sont en quadrature (Couple max). Lorsque le rotor s'écarte de ces positions, la quadrature entre les deux champs n'est plus respectée entraînant des ondulations de couple. Le cas le plus défavorable correspond à :

$$\theta = \frac{\pi}{6} + k \cdot \frac{\pi}{3}$$

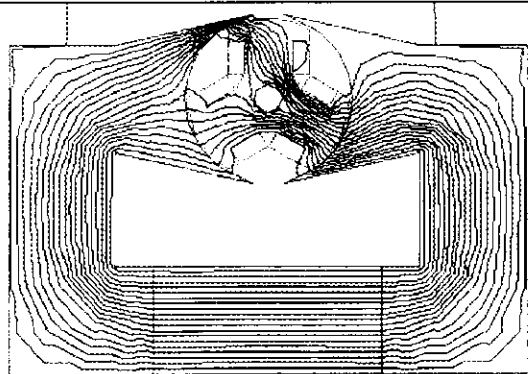


Fig 16

Le module du champ magnétique est diminué sur la corne polaire de sortie et augmenté sur la corne polaire d'entrée d'où saturation.

Comme pour la machine synchrone, on trouve selon le type de fabrication des couplages triangle ou étoile et dans ce dernier cas les sondes à effet hall ou les trois lames de collecteur sont décalées de  $30^\circ$  par rapport à celles représentées dans cet article mais, quels sont les critères qui permettent de choisir le type de couplage ???

# Variateur de vitesse pour machine à courant continu : de la modélisation à la didactisation. Application à l'axe Z du transgerbeur.

par P. Maussion et P. Ladoux  
Maîtres de Conférences Génie Electrique à l'IUFM de Toulouse et Chercheurs au LEEI

## Introduction

Si les principes de la variation de vitesse pour machine à courant continu sont bien connus et relativement bien documentés, les produits industriels qui les mettent en oeuvre sont peu souvent accessibles. Cet article a pour objectif de décrire un ensemble de solutions utilisées sur le variateur de vitesse MSM 60 de type hacheur et fabriqué par la société Infranor et de présenter sa transposition didactique. Ces produits permettent la commande de la motorisation de l'axe Z du transgerbeur, utilisé comme support d'enseignement dans les classes de Génie Electrotechnique des lycées techniques et professionnels.

Les deux premières parties de cet article présentent une justification de la structure de la carte de commande du variateur industriel, tant du point de vue automatique que du point de vue électronique de commande. Des exploitations pédagogiques sont donc possibles sur ces deux plans. La troisième partie présente la transposition didactique réussie du variateur industriel, sous une forme didactisée, beaucoup plus pratique à utiliser avec des élèves .

## 1. Description et modélisation des différents étages de la carte de commande du variateur Infranor MSM-60 équipant l'axe Z.

Le schéma fonctionnel du constructeur de variateur est présenté figure 1.1 et le structurel de la carte de commande sur la figure 1.2 ci-après.

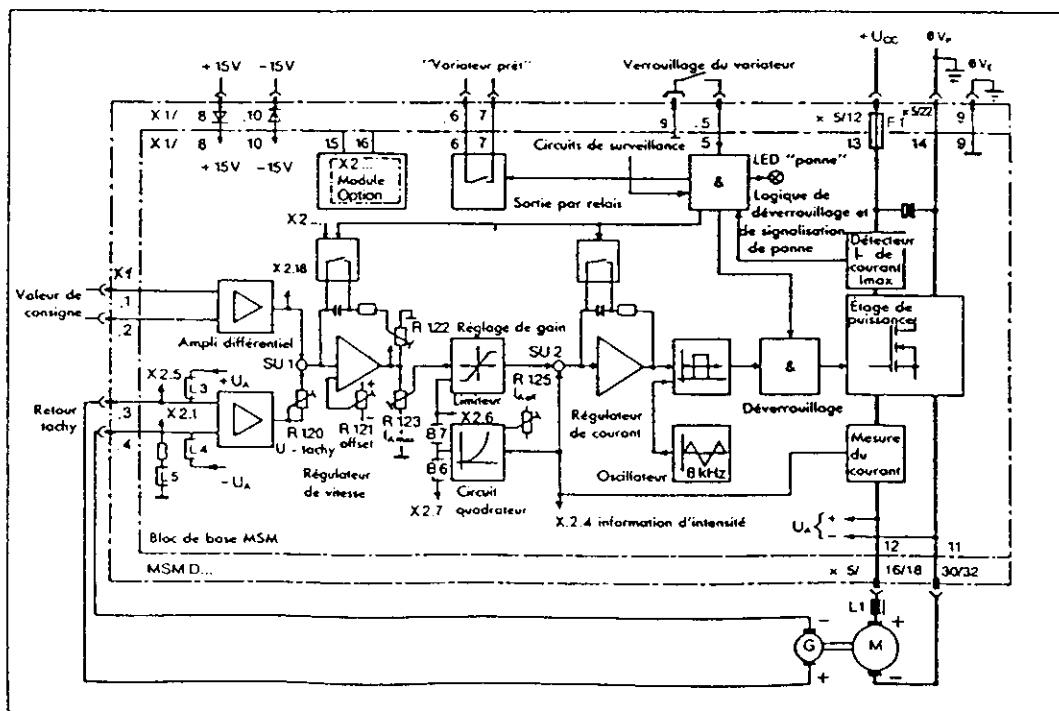
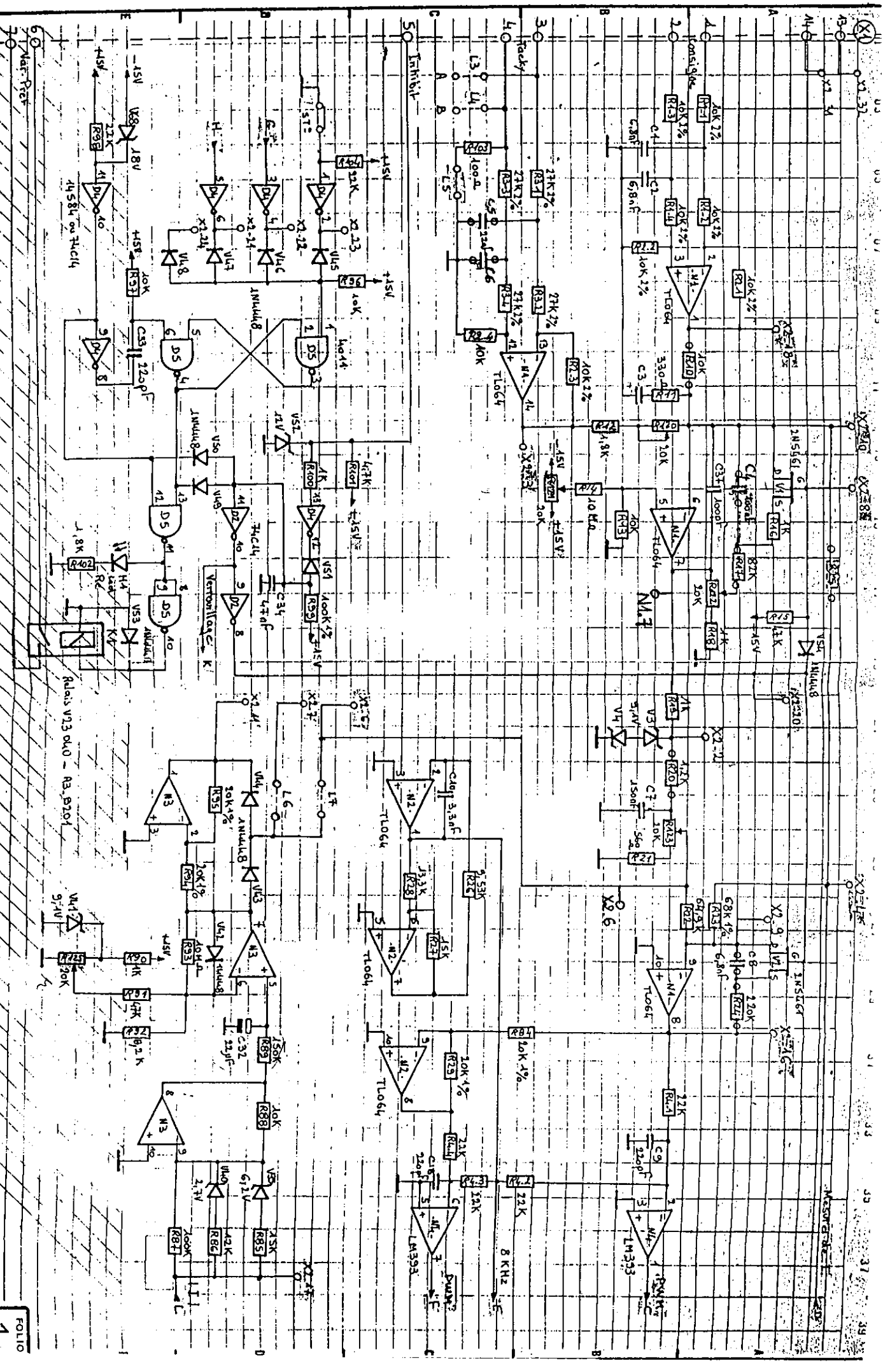


Figure 1.1 : schéma fonctionnel constructeur du variateur de vitesse.

### 1.1. Etage d'entrée de la consigne.

Il s'agit d'un étage différentiateur à base d'amplificateurs opérationnels TL 064 et filtre passe-bas du 1<sup>o</sup> ordre permettant l'entrée de la consigne, sous forme différentielle. Avec  $V_{cons} = V_2 - V_1$ , il vient :



$$\frac{V_{X2.18}}{V_2 - V_1} = \frac{V_{X2.18}}{V_{\text{cons}}} = \frac{R_{21}}{R_{11} + R_{12}} \cdot \frac{1}{1 + R_{11} \cdot \frac{C_{11}}{2} \cdot p} \quad \text{A.N : } \frac{V_{X2.18}}{V_2 - V_1} = \frac{V_{X2.18}}{V_{\text{cons}}} = 0.5 \cdot \frac{1}{1 + 34 \cdot 10^{-6} p}$$

### 1.2. Etage d'entrée du retour tachymétrique.

Il s'agit aussi d'un étage différentiateur TL 064 et filtre passe-bas permettant l'entrée de la ddp issue de la génératrice tachymétrique, sous forme différentielle. Avec  $V_{\text{tachy}} = V_3 - V_4$ , il vient :

$$\frac{V_{X2.3}}{V_3 - V_4} = \frac{R_{23}}{R_{31} + R_{32}} \cdot \frac{1}{1 + R_{31} \cdot \frac{C_5}{2} \cdot p} \quad \text{A.N : } \frac{V_{X2.18}}{V_2 - V_1} = \frac{V_{X2.3}}{V_T} = \frac{10}{54} \cdot \frac{1}{1 + 0.2 \cdot 10^{-3} p}$$

La vitesse du moteur peut ne pas être mesurée grâce à une génératrice tachymétrique, mais estimée par un retour U-RI. Il faut alors que la séparation des modes soit vraie, c'est à dire que la dynamique de la boucle de courant soit beaucoup plus grande que la dynamique de la boucle de tension. Dans ce cas, U-RI est peu différent de  $E$  ( fem du moteur ) =  $k_e \cdot \Omega$  qui est donc l'image de la vitesse. Les connexions L3 et L4 sont réalisées et L5 ôtée, une ddp proportionnelle au courant est soustraite au travers de la résistance  $R_{25}$  qu'il faut ajuster en fonction du moteur. Cet étage permet alors d'obtenir en  $V_{X2.3}$ , une ddp image de la ddp moyenne aux bornes du moteur U.

### 1.3. Etage correcteur PI de la boucle de vitesse.

Un montage à base d'amplificateurs opérationnels TL 064 permet la réalisation sur un seul étage des fonctions sommation et intégration. La ddp de sortie de cet étage est alors l'image de la consigne en courant qui sera appliquée sur la boucle rapide permettant le contrôle du courant dans le variateur et le moteur. En négligeant l'effet de l'étage de filtrage passe-bas  $R_{11} \cdot C_3 = 330 \Omega \cdot 1,5 nF = 0,495 \mu s$ , dans la bande passante de l'asservissement de vitesse et le condensateur  $C_{37}$  devant le condensateur  $C_4$ , la ddp  $V_{N1.7}$  peut-être exprimée :

$$V_{N1.7} = - \frac{R_{17}}{k_2} \cdot \frac{(1 + R_{17} \cdot C_4 \cdot p)}{R_{17} \cdot C_4 \cdot p} \cdot \left( \frac{1}{R_{10}} \cdot V_{X2.18} + \frac{1}{R_{12} + k_1 \cdot R_{120}} \cdot V_{X2.3} \right)$$

qui peut aussi être notée :

$$V_{N1.7} = - \frac{R_{17}}{k_2 \cdot R_{10}} \cdot \frac{(1 + R_{17} \cdot C_4 \cdot p)}{R_{17} \cdot C_4 \cdot p} \cdot \left( V_{X2.18} + \frac{R_{10}}{R_{12} + k_1 \cdot R_{120}} \cdot V_{X2.3} \right)$$

Le couple  $R_{17} \cdot C_4 = 8,2$  ms règle la constante d'intégration  $\tau_v$  du correcteur PI tandis que le gain  $k_v = R_{17} / k_2 \cdot R_{10}$  peut-être ajusté par l'intermédiaire du potentiomètre  $R_{122}$ , terme  $k_2$ . Le gain  $k_v$  du correcteur PI permet à l'utilisateur d'ajuster les performances dynamiques de la boucle mécanique en fonction de la charge que doit entraîner le moteur.

En négligeant le courant dans  $R_{17}$  devant celui qui circule dans  $R_{122}$ ,  $k_2$  vaut directement  $(R_{18} + \alpha \cdot R_{122}) / (R_{18} + R_{122})$ . Ce coefficient est donc ajustable entre 1 et  $R_{18} / (R_{18} + R_{122}) = 1/21$ , le gain proportionnel du PI vitesse est alors réglable entre  $R_{17} / R_{10}$  et  $21 \cdot R_{17} / R_{10}$  soit entre 8,2 et 172,2.

Le potentiomètre  $R_{120}$  permet une mise à l'échelle du signal issu de la génératrice tachymétrique, ou aux bornes du moteur en cas de retour U-RI. Le variateur peut ainsi être utilisé sur toute une gamme de moteurs+génératrices tachymétriques fournis par différents fabricants.

$$\text{Avec } V_{X2.18} = \frac{V_{\text{cons}}}{2} \quad \text{et} \quad \frac{10}{54} \cdot V_T = V_{X2.3}, \quad \text{il vient} \quad \frac{V_{\text{cons}}}{2} - \frac{R_{10}}{R_{12} + k_1 \cdot R_{120}} \cdot \frac{10}{54} \cdot V_T = 0$$

d'où, pour  $V_{\text{cons}} = 10v$ , lorsque  $V_T = 5v$  alors  $k_1 \neq 0$  et lorsque  $V_T = 60v$ ,  $k_1 = 1,02$ . Sur l'axe Z du transgerbeur, une génératrice tachymétrique TBN 206 est implantée sur le moteur à courant continu

PARVEX RX320E. Elle délivre une ddp de 6v pour 1000 tr/mn. Pour une vitesse maximale de rotation dans ce système de 3000tr/mn,  $k_1=0,24$  d'où  $\frac{R_{10}}{R_{12} + k_1 \cdot R_{120}} = 1,5$

Le groupe de résistances-potentiomètre  $R_{13}$ ,  $R_{14}$  et  $R_{121}$  permet de régler l'offset de tous les étages d'entrée ( pour une consigne nulle, le moteur doit être à l'arrêt ). Le transistor FET en parallèle sur  $C_4$  permet de bloquer l'intégration lorsque le moteur est arrêté, en fonctionnement normal ou lors du déclenchement de l'une des protections. L'arrêt de l'intégration évite ainsi des dépassements et un allongement du temps de réponse qui résulteraient de la dérive de l'intégrateur pour une consigne nulle.

#### 1.4. Chaîne de retour de l'information courant moyen.

Le courant  $I_s$  en sortie du hacheur et donc dans le moteur et dans le pont en H est capté par un groupe de 3 résistances de  $0,1\Omega$  en parallèle. Un étage à transistors puis amplificateurs opérationnels permet ici encore une mesure différentielle. Il est suivi d'un filtre passe-bas constitué du couple  $R_{76}, C_{30} = 33\mu s$  implanté sur la carte de puissance, qui extrait du signal image du courant moteur, sa valeur moyenne. En effet, la fréquence de coupure de ce filtre est de 4,8 KHz. Or la fréquence de l'ondulation en courant est de 16 KHz et la bande passante de la boucle de courant fermée est de l'ordre de 1 KHz. On a donc bien  $1 \text{ KHz} < 4,8 \text{ KHz} < 16 \text{ KHz}$ .

Cet étage fournit sur l'entrée référencée D sur la carte de commande, une ddp continue de 10V pour un courant moteur de 12A.

$$\frac{V_{X2.9}}{I_s} = \frac{10}{12} \cdot \frac{1}{1 + R_{76} \cdot C_{30} \cdot p} \quad \text{A.N : } \frac{V_{X2.9}}{I_s} = \frac{10}{12} \cdot \frac{1}{1 + 33 \cdot 10^{-6} \cdot p}$$

#### 1.5. Correcteur PI sur la boucle de courant.

La structure utilisée pour l'implantation analogique du correcteur proportionnel-intégral sur la boucle de courant est identique à celle utilisée pour la même fonction sur la boucle de vitesse. La constante d'intégration  $\tau_i$  est définie par le couple  $R_{24} \cdot C_8 = 1,5 \text{ ms}$  et le gain  $k_i=R_{24}$  du correcteur est fixé par la résistance  $R_{24}$ . Pour des raisons de sécurité, ce gain n'est pas réglable par l'utilisateur du variateur. Sur le variateur didactisé, ce réglage de gain est quand même possible afin d'optimiser les performances dynamiques de la boucle de courant, mais il n'est pas directement accessible en face avant par les élèves.

La ddp de sortie de cet étage  $V_{X2.16}$  est un signal de commande destiné à générer les ordres de commande des transistors de hacheur.

$$V_{X2.16} = V_{N1.7} = -R_{24} \cdot \frac{(1 + R_{24} \cdot C_8 \cdot p)}{R_{24} \cdot C_8 \cdot p} \cdot \left( \frac{1}{R_{22}} \cdot V_{X2.6} + \frac{1}{R_{23}} \cdot V_{X2.9} \right)$$

#### 1.6. Etage de réglage de la limitation en courant.

Un correcteur proportionnel-intégral est implanté sur la boucle de courant. L'erreur statique étant nulle, le courant dans la machine est parfaitement connu en régime permanent. En effet, le courant  $I_{R22}$  dans la résistance  $R_{22}$  est alors égal au courant  $I_{R23}$  dans la résistance  $R_{23}$ , d'où:

$$I_{R22} = I_{R23} \Leftrightarrow \frac{V_{X2.6}}{R_{22}} = \frac{V_{X2.9}}{R_{23}}$$

Compte tenu des coefficients de la chaîne de retour de la boucle de courant, 10V pour  $I_{S\max} = 12A$ , il vient :



$$V_{X2.9} = \frac{10}{I_{m \text{ ax}}} \cdot I_s \quad \text{et} \quad V_{X2.6} = \frac{R_{22}}{R_{23}} \cdot V_{X2.9} \quad \Rightarrow \quad V_{X2.6} = \frac{R_{22}}{R_{23}} \cdot \frac{10}{I_{m \text{ ax}}} \cdot I_s \quad \text{A. N: } V_{X2.6} = 0,8 \cdot I_s$$

Il est donc possible, en limitant la valeur maximale de la ddp  $V_{X2.6}$ , de limiter le courant permanent  $I_s$  dans le moteur et le variateur. Les deux diodes Zener montées tête-bêche permettent de limiter la ddp maximale  $V_{X2.2}$  à 9,7V suivies d'un filtre passe-bas. Le réglage de la limitation en intensité peut-être effectué par le potentiomètre  $R_{123}$ . Dans un but de simplification et vu les valeurs des différentes résistances, en négligeant le courant circulant dans  $R_{22}$  devant celui circulant dans  $R_{123}$  et  $R_{21}$ , la ddp  $V_{X2.6}$  s'exprime par :

$$V_{X2.6} = \frac{R_{21} + \beta \cdot R_{123}}{R_{19} + R_{20} + R_{21} + R_{123}} \cdot \frac{1}{1 + p \cdot C_7 \cdot R'} \cdot V_{X2.2}$$

$$\text{avec} \quad R' = R \cdot \frac{(R_{19} + R_{20})}{R + R_{19} + R_{20}} \quad \text{et} \quad R = (1 - \beta) \cdot R_{123} + \frac{R_{22} \cdot (R_{21} + \beta \cdot R_{123})}{R_{22} + R_{21} + \beta \cdot R_{123}}$$

En butée,  $\beta=1$  correspond à  $I_{S\text{max}}$  et  $\beta=0$  correspond à  $0,03 \cdot I_{S\text{max}}$ . Dans la partie 2 de cet article, la limitation en courant sera réglée pour  $I_{S\text{max}} = 8A$ , donc  $\frac{R_{21} + \beta \cdot R_{123}}{R_{19} + R_{20} + R_{21} + R_{123}} = 0.66$ .

### 1.7. Oscillateur 8KHz.

Un oscillateur à 8Khz est implanté sur la carte de commande, grâce à une structure analogique très classique, intégrateur et comparateur à hystérésis. Il délivre sur sa sortie, référencée E sur la carte de commande, un signal triangulaire de fréquence 8 KHz et d'amplitude crête  $V_{\text{max}} = 12V$ , avec :

$$V_{\text{max}} = \frac{R_{28}}{R_{27}} \cdot V_{\text{sat}} \quad \text{A. N} : V_{\text{max}} = 12v \quad \text{avec} \quad V_{\text{sat}^+} = V_{\text{sat}^-} = 13,5v$$

### 1.8. Génération des signaux de commande des transistors du hacheur.

Le signal  $V_{X2.16}$ , issu de l'étage de correction PI de la boucle de courant et un signal de commande qui sera comparé au signal triangulaire issu de l'oscillateur à 8KHz. Deux étages comparateurs à zéro LM 393 sont utilisés pour élaborer deux signaux de commande  $V_{\text{PWM}}$  et  $\overline{V_{\text{PWM}}}$ .

$$\frac{V_{N41}}{V_{X2.16}} = \frac{1}{1 + \frac{R_{41} \cdot C_9}{2} \cdot p} \quad \text{A.N} : \frac{V_{N41}}{V_{X2.16}} = \frac{1}{1 + 2,4 \cdot 10^{-6} \cdot p}$$

### 1.9. Modélisation du hacheur.

La carte de puissance comprend bien sur des temps morts évitant la conduction simultanée des deux transistors d'un même bras. Hors limitation et en régime de petites variations autour d'un point de repos, le hacheur  $-E/0/+E$  peut-être modélisé par un gain associé à un retard pur  $\tau_r$  dont la valeur sera définie selon le concept du retard pur statistique :

$$\frac{U_s}{V_{X2.16}} = \frac{U_{cc}}{V_{\text{max}}} \cdot e^{-p\tau_r} \quad \text{avec} \quad \tau_r = \frac{T_{\text{dé coupage}} / 2}{2} \quad \text{retard pur statistique}$$

avec  $U_{cc}$  = ddp d'alimentation,  $-V_{\text{max}} < V_{X2.16} < +V_{\text{max}}$  et  $\tau_r = T_{\text{dec}}/4 = 31,3 \mu s$ .

La MLI implantée sur le variateur Infranor est de type  $-E/0/+E$ . Elle présente par rapport à une MLI à 2 niveaux, l'avantage de réduire d'un facteur 4 l'ondulation du courant et de doubler la fréquence de découpage vue par le moteur sans changer la fréquence de commutation des interrupteurs. Les figures 1.3, 1.4 et 1.5 récapitulent sous forme de schéma-blocs, tous ces éléments de modélisation du variateur, en valeurs littérales puis numériques. Un moteur à courant continu, modélisé de manière très classique est commandé par le variateur.



## 2. Analyse des paramètres des correcteurs PI implantés sur le variateur Infranor

A partir de la figure 1.5 présentant le schéma-blocs de l'ensemble variateur-moteur à courant continu et en supposant justifiée l'hypothèse de la séparation des modes, l'analyse des deux boucles sera menée successivement, d'abord la boucle de courant puis la boucle de vitesse.

Le concepteur du variateur ne peut bien entendu pas prétendre utiliser pour le calcul des paramètres du PI courant, la méthode de compensation du pôle dominant. En effet, le "pôle dominant" à compenser varie au gré des caractéristiques des moteurs, selon que l'on ajoute ou non une inductance de lissage pour la boucle électrique et en fonction de la charge de la boucle mécanique. De plus, une certaine robustesse doit être recherchée pour garantir un degré de stabilité des boucles de courant et de vitesse quasi constants, quelques soient le moteur et sa charge connectés au variateur. La méthode de l'optimum symétrique répond bien à cet impératif [2-1]. Elle permet de régler la marge de phase de la boucle, grâce à l'écartement entre la constante de temps du correcteur PI et le deuxième pôle du modèle en boucle ouverte. La fréquence de cassure liée au pôle dominant susceptible de varier étant alors située plus bas en fréquence, l'effet de la variation paramétrique sera beaucoup moins sensible que dans le cas d'une compensation de pôle par exemple.

### 2.1. Paramètres du correcteur PI sur la boucle de courant.

Le schéma-blocs peut-être simplifié en utilisant l'approximation des petites constantes de temps par regroupement [2-2]. La modélisation du convertisseur statique lui-même peut-être approximée à une transmittance du 1° ordre si la bande passante de la boucle de courant reste très inférieure à  $1/\tau_r$ . Il est d'autre part envisageable de remplacer dans la fonction de transfert en boucle ouverte toutes les "petites" constantes de temps, par une constante de temps équivalente  $\tau_{cqi}$  égale à la somme de toutes les "petites". Ce modèle sera d'autant plus valable que la bande passante de la boucle de courant sera inférieure à  $\omega_{cqi} = 1/\tau_{cqi} = 15.10^3$  rad/s avec  $\tau_{cqi} = \tau_r + R_{41} \cdot C_9 / 2 + R_{76} \cdot C_{30} = 31,5.10^{-6} + 2,4.10^{-6} + 33.10^{-6} = 68\mu s$

La fonction de transfert en boucle ouverte corrigée simplifiée s'écrit alors :

$$T_{Boi}(p) = k_i \cdot \frac{(1 + p \cdot \tau_i)}{p \cdot \tau_i} \cdot \frac{6.10^{-5}}{(R + p \cdot L) \cdot (1 + p \cdot \tau_{cqi})}$$

avec pour le moteur Parvex RX 320E de l'axe Z :  $R = R_{moteur} + 2 \cdot R_{shunt} + R_{sortie\ variateur} = 0,56 + 2.0,03 + 2.0,15 = 0,92\Omega$  et  $L = 5,3mH$  d'où  $\tau_e = 5,8ms$ .

En faisant l'hypothèse que la pulsation de coupure en boucle ouverte  $\omega_{dB_i}$  sera plus grande que la pulsation de cassure due au pôle électrique  $\omega_e$ , la fonction de transfert en boucle ouverte peut se réduire à un modèle encore plus simplifié permettant l'application de la méthode de l'optimum symétrique. Le constructeur du variateur a implanté un gain  $k_i = R_{24} = 220K\Omega$  et une constante d'intégration  $\tau_i = R_{24} \cdot C_8 = 1,5$  ms, d'où :

$$T_{Boi}(p) \approx k_i \cdot \frac{1,67.10^6}{p^2} \cdot \frac{(1 + p.1,5.10^{-3})}{(1 + p.68.10^{-6})}$$

L'argument maximal théorique  $\Phi_{Mi}$  de cette transmittance obtenu à la pulsation  $\omega_{mi}$  est fixé par l'écart  $a_i$  entre les pulsations  $\omega_{cqi} = 1/\tau_{cqi}$  et  $\omega_i = 1/\tau_i$  :

$$\Phi_{Mi} = \text{Arc sin}\left(\frac{a_i - 1}{a_i + 1}\right) \quad \omega_{mi} = \frac{1}{\tau_{cqi} \cdot \sqrt{a_i}} \quad \text{et} \quad a_i = \omega_{cqi} / \omega_i = \tau_i / \tau_{cqi}$$

Il en résulte les valeurs théoriques suivantes :  $a_i = 22,4$  et  $\Phi_{Mi} = 66,1^\circ$  pour  $\omega_{mi} = 3154$  rad/s. La figure 2.1.a montre le diagramme de Bode en boucle ouverte ainsi obtenu. La marge de phase  $\phi_{mi}$  y est d'environ  $70^\circ$  pour une pulsation  $\omega_{dB_i}$  d'environ 2500 rad/s. Elle est donc légèrement supérieure à la valeur théorique maximale, cette différence, favorable au degré de stabilité, est due à au non respect partiel de l'hypothèse faite

sur l'écart entre la pulsation de coupure en boucle ouverte  $\omega_{odBi}$  et la pulsation de cassure due au pôle dominant  $\omega_e = 1/\tau_e$ . L'approximation a donc rendu le modèle un peu pessimiste. De plus l'intervention fréquente de la limitation en courant lors des régimes transitoires de fortes valeurs ayant pour effet de diminuer le gain dynamique, le degré de stabilité sera meilleur que ne le prévoit le modèle.

En régime linéaire petits signaux, le réglage de la boucle ouverte avec les paramètres précédents  $\varphi_{mi}=70^\circ$  pour  $\omega_{odBi} = 2500$  rad/s conduit à une modélisation simplifiée de la boucle de courant fermée de type 1<sup>o</sup> ordre et de constante de temps  $\tau_{iBF}$ .

$$T_{BFi}(p) = \frac{G_i}{1 + p \cdot \tau_{BFi}} \approx \frac{1}{1,2 \cdot 10^{-5}} \cdot \frac{1}{(1 + p / 2500)} = \frac{8,33 \cdot 10^4}{(1 + p \cdot 0,4 \cdot 10^{-3})}$$

Les hypothèses de modélisation sont respectées car  $\omega_{odBi}=2500$  rad/s <  $\omega_{eqi}=15 \cdot 10^3$  rad/s.

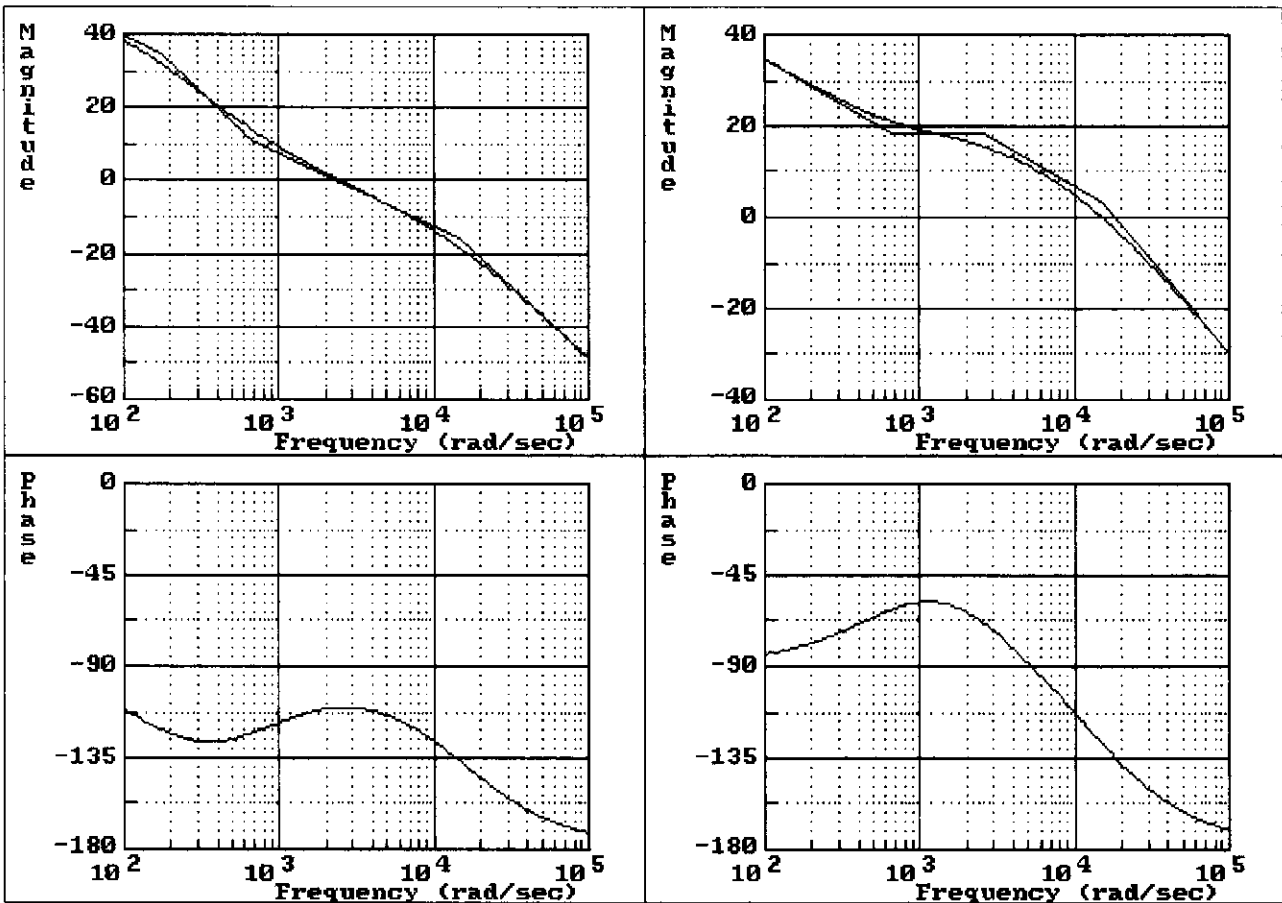


Fig 2.1.a : Stabilité boucle de courant pour RX320E

Fig 2.1.b : Stabilité boucle de courant pour MS4

Pour le second type de motorisation possible sur l'axe Z, moteur Mavilor MS4 avec  $R=1,6\Omega$  et  $L\#L_{inductance\ lissage\ min} = 0,6$  mH, la fonction de transfert en boucle ouverte corrigé avec le même correcteur que précédemment, s'écrit :

$$T_{Boi}(p) \approx k_i \cdot \frac{1,47 \cdot 10^7}{p^2} \cdot \frac{(1 + p \cdot 1,5 \cdot 10^{-3})}{(1 + p \cdot 68 \cdot 10^{-6})}$$

La figure 2.1.b atteste de la robustesse de ce correcteur puisque, la marge de phase n'y est que légèrement diminuée par rapport au cas précédent,  $\varphi_{mi}=52^\circ$  pour  $\omega_{odBi} = 15000$  rad/s, mais reste acceptable, malgré des variations paramétriques importantes. La boucle de courant fermée peut plus difficilement être approximée par un modèle du 1<sup>o</sup> ordre, de constante de temps  $\tau_{iBF}$ , soit :

$$T_{BFi}(p) \approx \frac{1}{1,2 \cdot 10^{-5}} \cdot \frac{1}{(1 + p / 15000)} = \frac{8,33 \cdot 10^4}{(1 + p \cdot 67 \cdot 10^{-6})}$$

Les hypothèses de modélisation sont juste respectées car  $\omega_{0dB_i} = \omega_{eq_i} = 15 \cdot 10^3 \text{ rad/s}$ .

## 2.2. Paramètres du correcteur PI sur la boucle de vitesse.

Les mêmes principes régissent l'implantation du correcteur PI sur la boucle mécanique. Pour la partie opérative de l'axe Z équipée du moteur Parvex RX320E, l'inertie  $J_{tot \max}$  de  $6,3 \cdot 10^{-4} \text{ kg.m}^2$  avec une charge de 30 kg est presque entièrement due au moteur vue la valeur relativement élevée du rapport de réduction  $N=20$ , le couple de frottements visqueux étant négligeable. Le constructeur a implanté une constante d'intégration  $\tau_v = R_{17} \cdot C_4 = 82 \cdot 10^3 \cdot 100 \cdot 10^{-9} = 8,2 \text{ ms}$ , d'autre part, le coefficient de couple du moteur vaut  $k_c = 0,145 \text{ Nm/A}$ .

$$T_{BOv}(p) = k_v \cdot \frac{(1 + p \cdot \tau_v)}{p \cdot \tau_v} \cdot \frac{0,013 \cdot k_c}{(f + p \cdot J) \cdot (1 + p \cdot \tau_{eqv})} \text{ d'où } T_{BOv}(p) \approx k_v \cdot \frac{364,9 \cdot (1 + p \cdot 8,2 \cdot 10^{-3})}{p^2 \cdot (1 + p \cdot 0,9 \cdot 10^{-3})}$$

avec  $\tau_{eqv} = \tau_{iBF} + R' \cdot C_7 + R_{31} \cdot C_5 / 2 = 0,4 \cdot 10^{-3} + 0,2 \cdot 10^{-3} + 0,3 \cdot 10^{-3} = 0,9 \text{ ms}$  et les mêmes restrictions sur la validité de cette modélisation simplifiée que précédemment, c'est à dire que la bande passante de la boucle de vitesse  $\omega_{0dB_v}$  devra être inférieure à  $1/\tau_{eqv} = \omega_{eqv} = 1111 \text{ rad/s}$ .

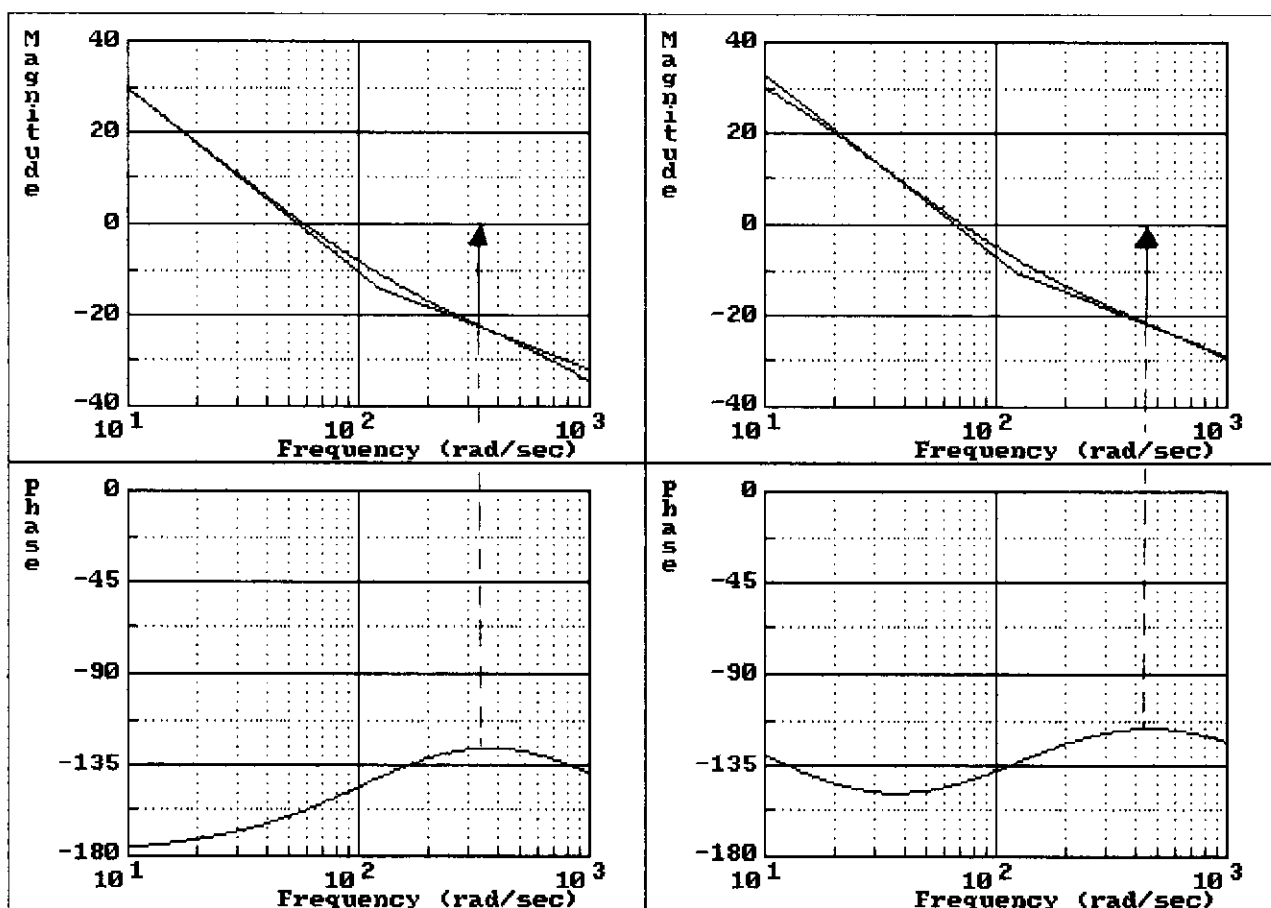


Fig 2.2.a : Stabilité boucle de vitesse pour RX320E

Fig 2.2.b : Stabilité boucle de vitesse pour MS4

Dans ces conditions, on obtient les valeurs théoriques suivantes :  $a_v = \tau_v / \tau_{eqv} = 9,1$  et  $\Phi_{MV} = 53,3^\circ$  pour  $\omega_{mv} = 368 \text{ rad/s}$ . La figure 2.2.a présente le diagramme de Bode de la boucle de vitesse ouverte avec correction PI synthétisée par la méthode de l'optimum symétrique, pour le gain du correcteur réglé au minimum  $k_v = 8,2$ . Pour obtenir une marge de phase  $\phi_{mi} = 53^\circ$  pour une pulsation de coupure  $\omega_{0dB_v}$  de  $360 \text{ rad/s}$ , la courbe de gain doit être relevée de 23 dB, soit  $k_v = 8,2 \cdot 14,7 = 120,6$ . Les hypothèses de modélisation sont bien respectées, à savoir  $\omega_{0dB_v} = 360 \text{ rad/s} < \omega_{eqv} = 1111 \text{ rad/s}$ . De plus, la séparation des modes est vérifiée puisque la bande passante de la boucle de vitesse  $\omega_{0dB_v}$  de  $360 \text{ rad/s}$  est bien inférieure à la bande passante de la boucle de courant  $\omega_{0dB_i} = 2500 \text{ rad/s}$ .

Pour le second type de motorisation possible sur l'axe Z, moteur Mavilor MS4 l'inertie totale est  $J_{\text{tot max}} \# 5.10^{-4} \text{ kg.m}^2$  avec une charge de 30 kg, le coefficient de frottements visqueux  $f_{\text{tot}} \# 5,2.10^{-3} \text{ Nm/rad/s}$  et la constante de couple  $k_c=0,172 \text{ Nm/A}$ . Compte tenu du modèle approché de la boucle de courant,  $\tau_{\text{eqv}} = \tau_{\text{iBF}} + R'.C_7 + R_{31}.C_5/2 = 67.10^{-6} + 0,2.10^{-3} + 0,3.10^{-3} = 0,57 \text{ ms}$ . Avec le même correcteur que précédemment, la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée, s'écrit :

$$T_{\text{BOv}}(p) \approx k_v \cdot \frac{545,4}{p^2 \cdot \tau_i \cdot \tau_e} \cdot \frac{(1 + p,8,2.10^{-3})}{(1 + p0,57.10^{-3})}$$

La figure 2.2.b atteste encore de la robustesse de la méthode de calcul des paramètres du correcteur PI vitesse, la marge de phase peut-être réglée à  $\varphi_{\text{mv}} = 63^\circ$  avec  $k_v = 8,2.11,6 = 95,4$ , soit une translation de +21dB pour une pulsation de coupure  $\omega_{0\text{dBv}}$  de 460 rad/s qui est bien inférieure à  $1/\tau_{\text{eqv}} = \omega_{\text{eqv}} = 1754 \text{ rad/s}$ .

Pour cette motorisation également, la séparation des modes est vérifiée puisque la bande passante de la boucle de vitesse  $\omega_{0\text{dBv}}$  de 460 rad/s et bien inférieure à la bande passante de la boucle de courant  $\omega_{0\text{dBi}} = 15000 \text{ rad/s}$ .

### 3. Le variateur de vitesse didactisé "VARIATRANS"

#### 3.1. Présentation du variateur de vitesse didactisé.

Dans le cadre des mémoires professionnels de deux professeurs stagiaires (2<sup>ème</sup> année d'IUFM) et en collaboration avec la société Alecop<sup>1</sup>, la filière Electrotechnique de l'IUFM de Toulouse a réalisé un variateur de vitesse didactisé pour machine à courant continu.

Ce variateur didactique est plus particulièrement destiné aux formations en "Electrotechnique" des Lycées Professionnels (Bac Pro) et des Lycées Techniques (Bac STI et BTS). Il est conçu à l'origine pour se substituer à n'importe lequel des variateurs pilotant les moteurs des trois axes du système transgerbeur [3-1]. Il constitue donc un excellent complément du système transgerbeur ou du sous-système axe Z et a été baptisé "VARIATRANS". Ce variateur de vitesse, commercialisé par la société Alecop, a les caractéristiques suivantes :

- Tension nominale de sortie : 60 V
- Courant maximal de sortie :  $I_{\text{smax}} = 15 \text{ A}$
- Courant efficace de sortie :  $I_{\text{seff}} = 10 \text{ A}$ .

Au niveau du circuit de puissance, il est constitué, conformément à la figure 3.1 d'un pont redresseur monophasé, d'un condensateur de filtrage, d'un hacheur quatre quadrants à technologie MOS et d'un module de dissipation indispensable pour les phases de "freinage".

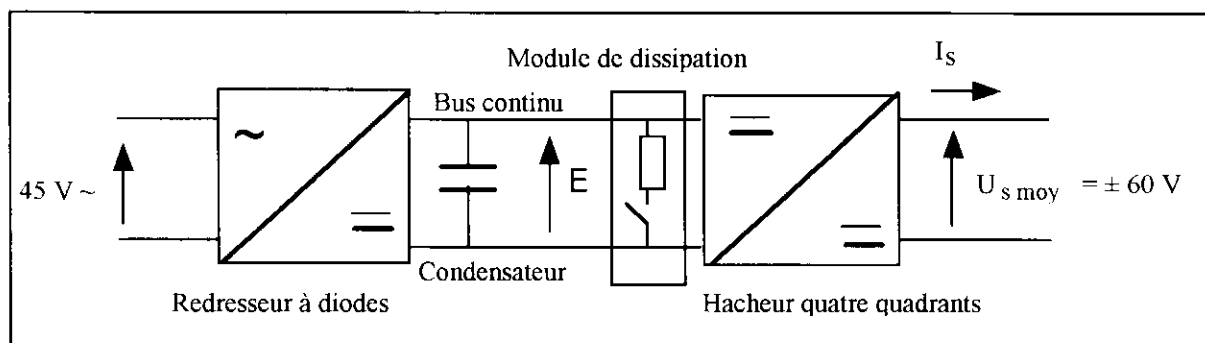


Figure 3.1 : constitution du variateur didactisé.

<sup>1</sup> \*Société Alecop ENSEIGNEMENT TECHNIQUE  
ZI de Jalday - Centre ERLIA 64500 SAINT JEAN DE LUZ

La face avant du boîtier du variateur didactique présente une décomposition en blocs fonctionnels de la partie puissance sur la figure 3.2 et de la partie commande du variateur figure 3.3. Cette représentation fonctionnelle [3-2] utilisant la notion d'actigrammes est aujourd'hui employée dans l'ensemble des Lycées Techniques et Professionnels.

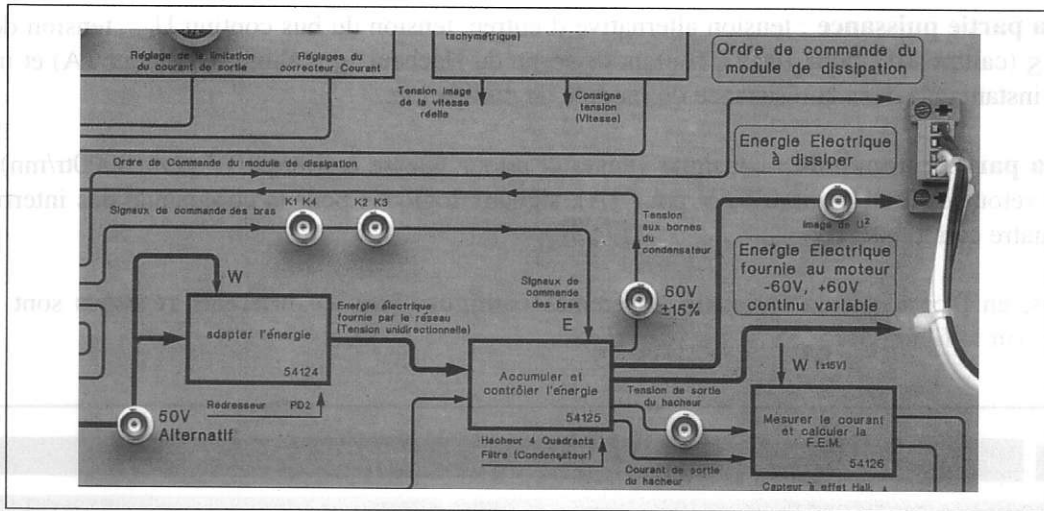


Figure 3.2 : Décomposition fonctionnelle de la partie puissance.

Pour la partie puissance, la représentation fonctionnelle de la figure 3.2 permet de mettre en évidence la circulation des flux d'énergie : conversion alternatif-continu, conversion continu-continu réversible, énergie électrique à dissiper lors des phases de freinage.

En ce qui concerne la partie commande, la représentation fonctionnelle de la figure 3.3 présente le principe d'une régulation de vitesse de type cascade sans faire appel aux modèles "classiques" utilisés par les spécialistes de l'automatique (schéma blocs, fonctions de transfert).

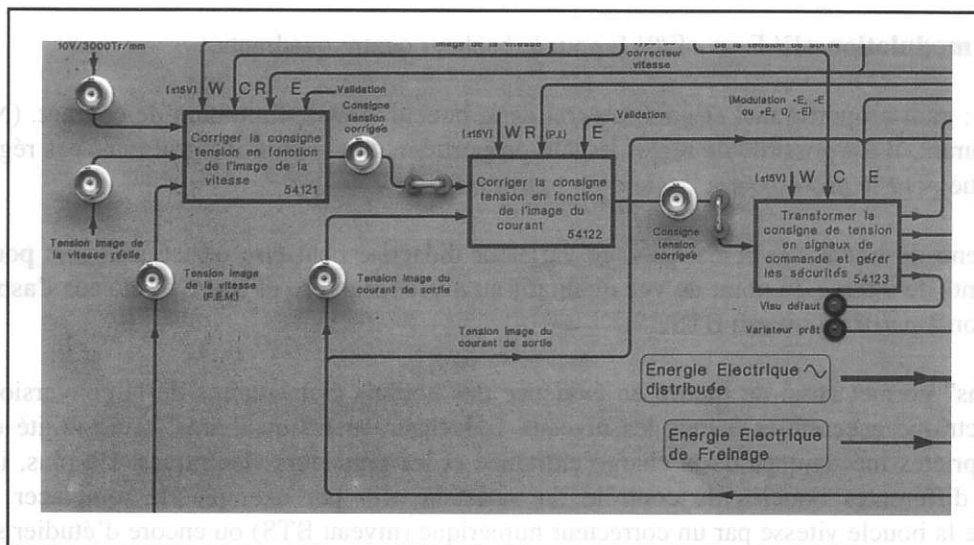


Figure 3.3 : Décomposition fonctionnelle de la partie commande.

### 3.2. Possibilités d'exploitations pédagogiques de VARIATRANS.

Grâce à un câble d'adaptation, le variateur didactisé peut "instantanément" remplacer n'importe quelle carte variateur des axes du transgerbeur et notamment celle de l'axe Z. A partir de là il est possible de visualiser grâce à des fiches BNC l'image des grandeurs électriques en différents points du variateur.

Les amplificateurs différentiels nécessaires à la mesure des tensions au niveau du circuit de puissance ainsi qu'un capteur de courant à effet Hall sont directement intégrés au variateur didactisé.

Ainsi, la masse des sorties BNC est la même partout et il n'est donc plus nécessaire d'utiliser des sondes différentielles de tension ni des sondes de courant supplémentaires. De plus, toutes ces mesures sont sans danger pour les utilisateurs puisque le niveau des tensions disponibles sur les différentes BNC est de  $\pm 15V$ . Les grandeurs électriques accessibles sont les suivantes :

**Pour la partie puissance** : tension alternative d'entrée, tension du bus continu  $U_{CC}$ , tension de sortie du hacheur  $U_S$  (calibre 10V pour 100V), courant de sortie du Hacheur  $I_S$  (calibre 0,5V pour 1A) et image de la puissance instantanée dans la résistance du module de dissipation.

**Pour la partie commande** : consigne vitesse et retour vitesse (calibre 10V pour 3000tr/mn), consigne courant et retour courant (calibre 0,5V pour 1A), signaux logiques pour la commande des interrupteurs du hacheur quatre quadrants.

De plus, en face avant du variateur, différentes **configurations** et différents **réglages** sont facilement accessibles sur la figure 3.4 :

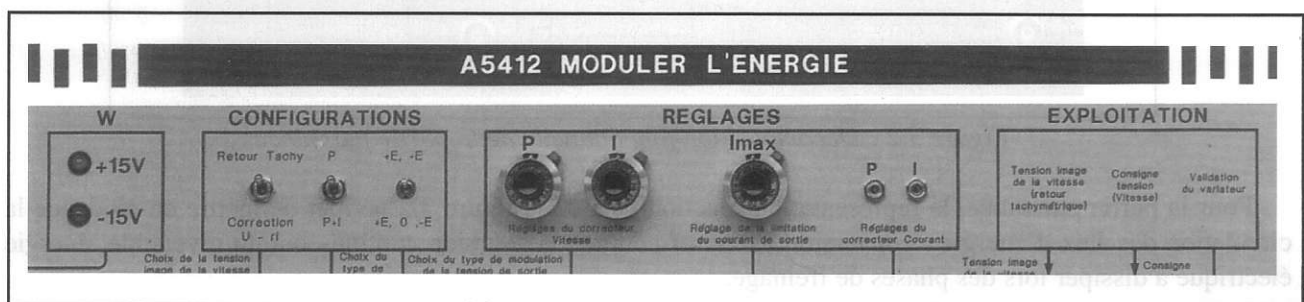


Figure 3.4 : Configuration et réglages du variateur didactisé.

**Configurations pour la boucle vitesse** : retour tachymétrique ou compensation U-R.I. , correcteur vitesse proportionnel ou proportionnel-intégral.

**Choix de modulation** +E/-E ou +E/0/-E pour le hacheur quatre quadrants.

**Réglages** : gain proportionnel et gain intégral de la boucle vitesse, limitation de courant. (Nota : pour la boucle de courant, il est possible de régler le gain proportionnel et le gain intégral mais ces réglages ne sont accessibles que pour le professeur à l'aide d'un tournevis).

Compte tenu de toutes ces remarques, ce variateur didactisé peut être utilisé à la fois pour étudier les asservissements de vitesse du point de vue qualitatif au niveau Bac Pro et Bac STI et sous l'aspect théorique et modélisation à partir du niveau BTS.

“Variatrans” permet aussi de mettre en évidence des notions élémentaires de la conversion statique de l'énergie électrique accessibles à tous les niveaux : Hacheur quatre quadrants, réversibilité et corrélation entre les propriétés mécaniques de la charge entraînée et les grandeurs électriques. De plus, il est possible d'ouvrir les différentes boucles de contrôle du variateur afin par exemple de remplacer le correcteur analogique de la boucle vitesse par un correcteur numérique (niveau BTS) ou encore d'étudier séparément le fonctionnement du hacheur quatre quadrants (tous niveaux).

Afin d'illustrer les possibilités d'exploitation de ce variateur didactique, nous l'avons utilisé pour le pilotage de l'axe Z du transgerbeur (déplacement vertical d'une charge pouvant atteindre 30 kg) et nous présentons les oscillogrammes suivants :

\* **Tension et courant de sortie du hacheur en modulation +E/0/-E:**

En phase de montée (figure 3.5) :  $U_{Smoy} > 0$  et  $I_{Smoy} > 0$  ( $P > 0$ )

En phase de descente (figure 3.6) :  $U_{Smoy} < 0$  et  $I_{Smoy} > 0$  ( $P < 0$ ).



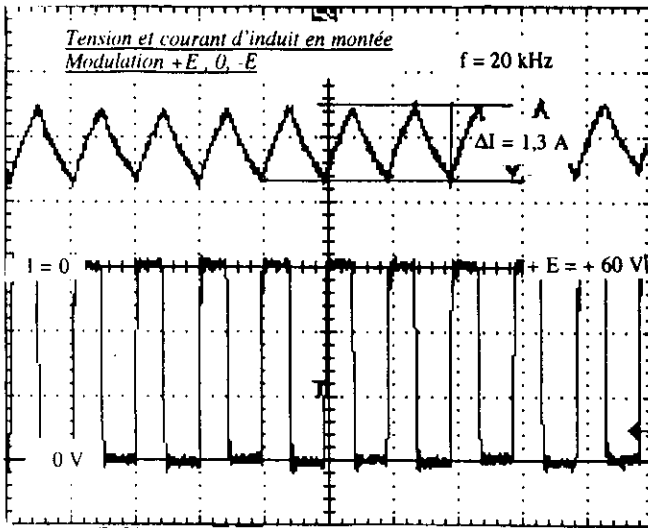


Figure 3.5 : Modulation  $-E/0/+E$  en montée.

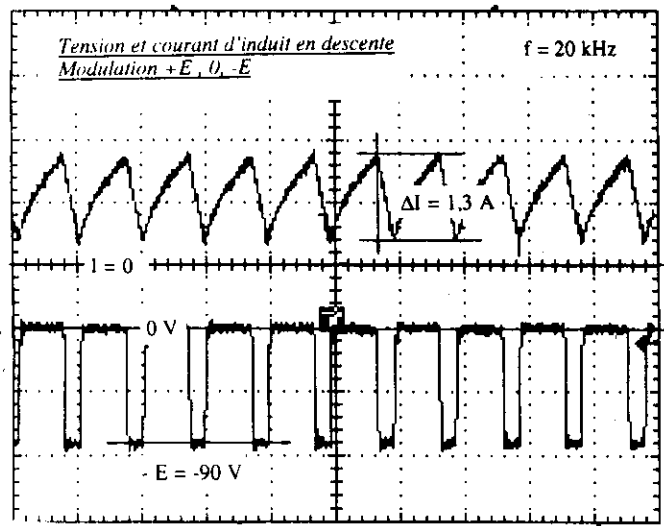


Figure 3.6 : Modulation  $-E/0/+E$  en descente.

**\* Influence du choix de la modulation du hacheur (en phase de descente) :**

Modulation  $+E/0/-E$  (Figure 3.6) :  $f = 20 \text{ kHz}$  et  $I = 1,3 \text{ A}$ .

Modulation  $+E/-E$  (Figure 3.7) :  $f = 10 \text{ kHz}$  et  $I = 4,2 \text{ A}$ .

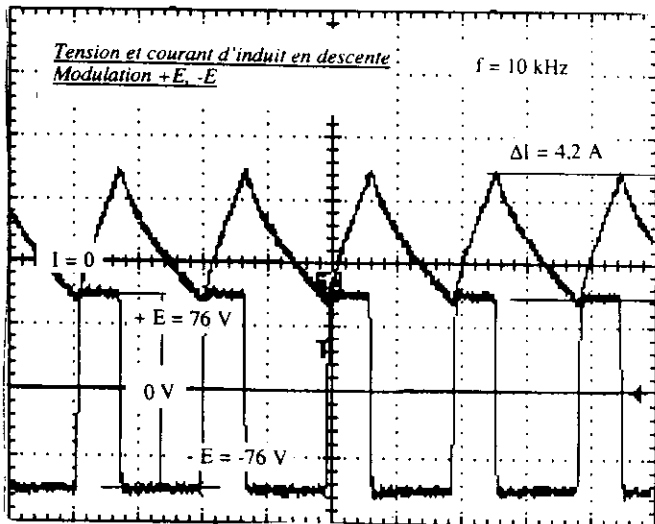


Figure 3.7 : Modulation  $-E/+E$  en descente.

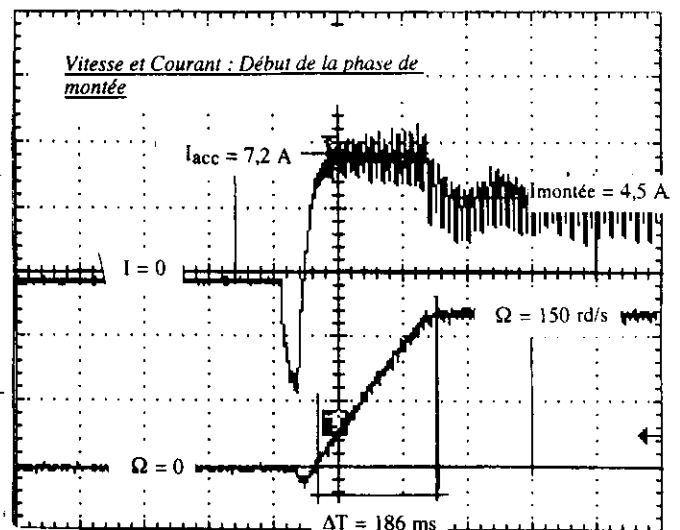


Figure 3.8 : Réglages corrects en montée.

**\* Vitesse et courant de sortie en phase de montée** (figure 3.8) : Réglage correct du correcteur proportionnel-intégral de la boucle vitesse. Possibilité à partir de la mesure du courant, connaissant le coefficient de couple du moteur à courant continu, de déterminer le couple accélérateur et le moment d'inertie total ramené sur l'arbre moteur (corrélation entre les propriétés mécaniques de la charge entraînée et les grandeurs électriques).

**\* Vitesse et courant de sortie en phase de montée** (figure 3.9) : Mauvais réglage du correcteur proportionnel-intégral de la boucle vitesse, "pompage".

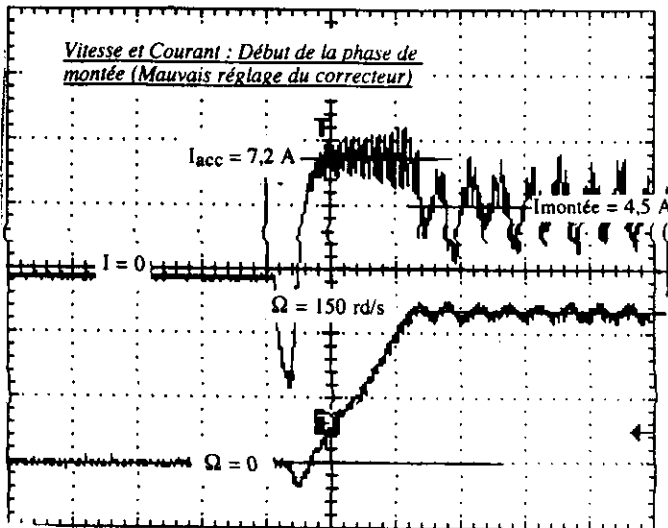


Figure 3.9 : Mauvais réglages en montée.

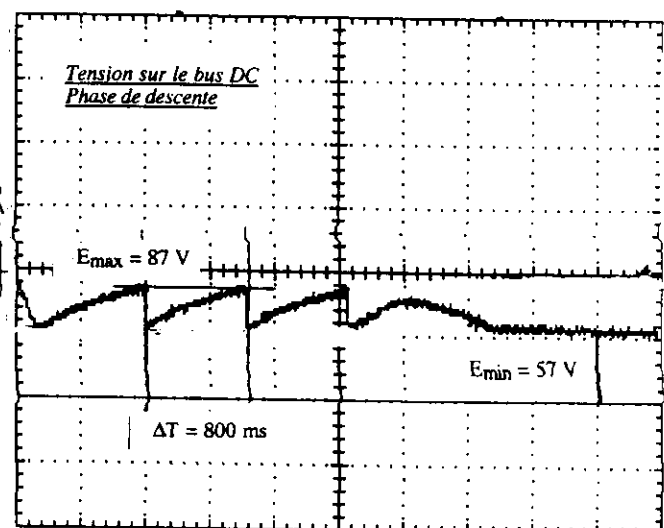


Figure 3.10 : ààp bus continu en freinage

\* **Tension sur le Bus continu lors d'une phase de freinage** (figure 3.10) : Mise en évidence du fonctionnement du module de dissipation.

**REMERCIEMENTS** : Nous tenons à remercier Messieurs **P.Mestre** et **J.M.Roussel**, professeurs stagiaires à l'IUFM de Toulouse en 1994 qui nous ont permis de finaliser, en partenariat avec la société Alecop, notre projet de variateur didactique.

### Bibliographie :

Complément au cours d'asservissement. Introduction à la méthode des plans d'expérience par la méthode Tagushi pour axe de levage (diffusé par le CNED, Vanves) par J.P. Chassaing et J.C. Chauveau.

[1-2] "Commande des machines à courant continu à vitesse variable" par J.P.Louis, B.Multon et M.Lavabre dans les Techniques de l'Ingénieur, D3611, pp 21-23.

[2-2] "Conception de systèmes automatiques" par H.R.Bühler, pp 82-84, Presses Polytechniques Romandes, Lausanne.

[3-1] "Dossier Pédagogique du Transgerbeur", L'équipe du Réseau National de Ressources en Electrotechnique, IUFM 118 Route de Narbonne 31078 Toulouse cedex 4.

[3-2] "Base didactique et méthodologique pour l'étude des systèmes techniques industriels", J.P. Chassaing, J.L. Trochet, Document diffusé par le CNED (Centre de Vanves).

Pour tout contact à propos de cet article :

**Pascal Maussion** : Tel : 05 62 25 21 4  
email : maussion@leei.enseeiht.fr

**Philippe Ladoux** : Tel : 05 62 25 21 41  
email : ladoux@wanadoo.fr

### Réseau National de Ressources en Electrotechnique

IUFM Toulouse site de Rangueil, 118 Route de Narbonne 31078 Toulouse cedex 4

Tel : 05 61 55 23 54

Adresse **Internet** du site : <http://www-sv.cict.fr/iufmrese/index.htm>

### Société Alecop Enseignement technique

ZI de Jalday Centre ERLIA

64500 Saint Jean de Luz

Tel : 04 72 25 71 22 Fax : 04 72 25 73 66

# Sur l'identification des paramètres d'un servomoteur à courant continu

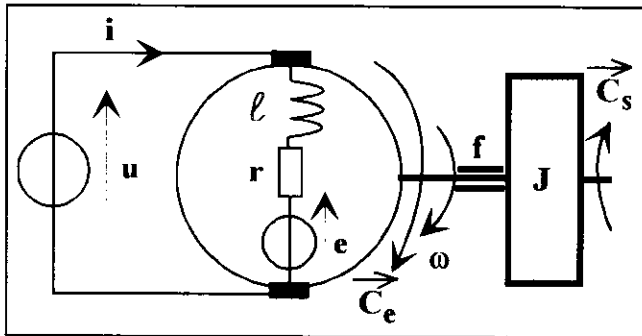
J.-P. CARON

L2EP-Groupe ENSAM, 8, Bd Louis XIV, 59046 Lille

L'objectif des travaux d'identification paramétrique d'un servomoteur à courant continu s'inscrit dans la recherche d'un modèle en vue d'établir les lois de commande lorsqu'on l'alimente par un convertisseur.

## 1. Modélisation dynamique

La figure 1 propose une représentation de la machine à aimants permanents décomposée en une partie électrique (induit) et en une partie mécanique qui doit être nécessairement complétée par les lois de la conversion électromécanique.



Relation électrique :

$$R1 \rightarrow u = r.i + l \frac{di}{dt} + e$$

Relation mécanique :

$$R2 \rightarrow J \frac{d\omega}{dt} = c_e - f.\omega - c_s$$

Relations de conversion énergétique :

$$R3 \rightarrow c_e = k.i, \quad R4 \rightarrow e = k.\omega$$

**FIG. 1** Description du servomoteur

avec :  $u, i$ , respectivement tension (source idéale) et courant de l'induit,

$r, l$ , respectivement résistance et inductance de l'induit,

$e$ , force électromotrice,  $k$  constante de f.e.m. (V.s/rad)

$c_e$ , couple électromagnétique,  $k$  constante de couple (N.m/A)

$\omega$ , vitesse angulaire de rotation,

$J$ , moment d'inertie totalisé (comportant éventuellement celui de la machine de charge, de la génératrice tachymétrique),

$f$ , coefficient de frottement visqueux d'origine mécanique et électromagnétique (courants de Foucault dans un rotor ferromagnétique),

$-c_s \cdot \text{sgn}(\omega)$ , couple de frottement sec (modifié en rotation par le couple de pertes dues à l'hystérésis).

**Remarque 1 :** Dans la modélisation, il est d'usage de considérer constants les paramètres, aussi les valeurs affectées à  $f$  et  $c_s$  résultent en fait d'une linéarisation par partie de la caractéristique du couple de pertes 'mécaniques' en fonction de la vitesse.

**Remarque 2 :** Dans le cas d'un accouplement à une charge mécanique, le couple  $c_s$  s'identifie au couple de charge mécanique (frottements secs inclus); c'est un couple de régime permanent puisque le moment d'inertie  $J$  est totalisé.

Le servomoteur apparaît donc comme un système linéaire à deux entrées indépendantes : la tension  $u$  (grandeur de réglage de la vitesse) et le couple de charge  $c_s$  (grandeur de perturbation).

La modélisation débouche alors sur le schéma fonctionnel de la figure 2 décrit à l'aide du formalisme de Laplace (variable  $s$ ); on y observe un *bouclage interne* montrant de fait un *préasservissement* de la vitesse. Pour la commande, on définit deux fonctions de transfert : l'une  $F_u(s)$  de *régulation* et l'autre  $F_{c_s}(s)$  de *perturbation* de la vitesse, telles que :

$$\Omega(s) = F_u(s)U(s) + F_{c_s}(s)C_s(s), \quad \text{avec } F_u(s) = \frac{k}{D(s)}, \quad F_{c_s}(s) = \frac{-(r + \ell s)}{D(s)}$$

$$\text{et } D(s) = \left[ (k^2 + r.f) + (J.r + \ell.f)s + J\ell s^2 \right].$$

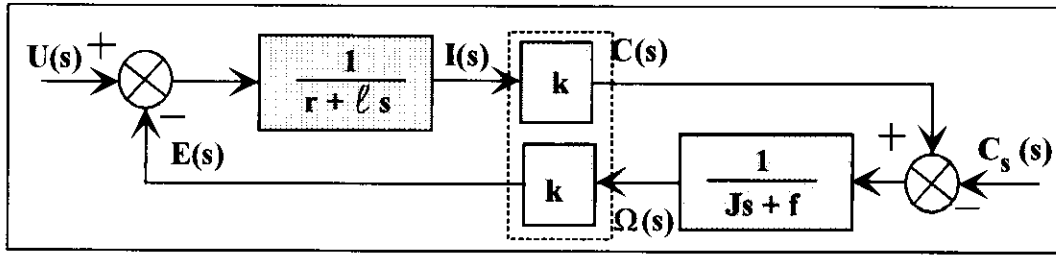


FIG. 2 Schéma fonctionnel du servomoteur

## 2. Modes dynamiques de l'actionneur

Les pôles des précédentes fonctions de transfert sont donnés par les racines de l'équation  $D(s) = 0$ . Si les valeurs numériques de l'application permettent de constater que :  $J.r \gg \ell.f$  et  $r.f \ll k^2$ , l'équation à résoudre prend la forme :  $0 = k^2 + J.r s + J.\ell s^2$ , soit encore :

$$0 = 1 + \tau_{em}s + \tau_{em} \cdot \tau_e s^2, \text{ avec } \tau_{em} = J.r / k^2 \text{ et } \tau_e = \ell / r$$

Le discriminant du trinôme s'écrit :  $\Delta = \tau_{em}(\tau_{em} - 4\tau_e)$ , et finalement on obtient :

$$\Delta > 0 \Rightarrow s_1, s_2 = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - (4\tau_e / \tau_{em})}}{2\tau_e}; \quad \Delta < 0 \Rightarrow s_1, s_2 = \frac{-1 \pm j\sqrt{(4\tau_e / \tau_{em}) - 1}}{2\tau_e}$$

**Discussion :**

. a)  $[\Delta \geq 0]$ , les pôles sont réels,

. si :  $4\tau_e \ll \tau_{em}$ , alors  $s_1 \cong -1/\tau_e$ ,  $s_2 \cong -1/\tau_{em}$ ; ils correspondent à deux modes dynamiques :

\* **le mode électrique** représenté par la constante de temps  $\tau_e$  égale au tiers du temps de réponse du courant, à rotor bloqué, lorsque l'induit est soumis à un échelon de tension;

\* **le mode électromécanique** représenté par la constante de temps  $\tau_{em}$  égale au tiers du temps de réponse de la vitesse lorsque l'induit est soumis à un échelon de tension, et seulement si les deux modes sont bien découplés ( $\tau_{em} \gg \tau_e$ , mode électromécanique dominant);

. b)  $[\Delta < 0]$ , les pôles sont complexes et le mode est oscillatoire.

**Remarque :**  $\tau_{em}$  ne saurait être confondue avec la **constante de temps mécanique**  $\tau_m = J/f$  qui caractérise le ralentissement libre du servomoteur lorsque son alimentation électrique est coupée,  $\omega$  étant solution de l'équation différentielle :  $0 = J \cdot \frac{d\omega}{dt} + f \cdot \omega + c_s$ .

## 3. Identification expérimentale

Le banc d'essai est constitué du servomoteur (rotor plat, couple nominal : 1,6 Nm, puissance nominale : 500 W), d'une génératrice de charge et d'un tachymètre.

### 3.1 Caractérisation électrique de l'induit

La résistance de l'induit  $r$  est mesurée par une méthode volt-ampèremétrique à l'aide d'une source de tension continue associée à un rhéostat de réglage du courant. Le rotor est bloqué à la main dans diverses positions par rapport aux balais, les mesures sont effectuées pour plusieurs valeurs du courant d'induit de sorte que la valeur retenue résulte en fait d'une estimation moyenne, d'autant plus que la température de l'enroulement est ignorée. **Résultat :**  $r = 1,6 \Omega$ .

L'inductance d'induit  $l$  est mesurée par exploitation de la réponse en courant à la suite de l'application d'un échelon de tension d'induit, à rotor bloqué. La réponse est du premier ordre (voir fig. 3), la constante de temps électrique  $\tau_e = l / r$  peut être calculée par le temps de montée  $t_{re}$  entre 10% et 90% de l'amplitude finale car  $\tau_e = t_{re} / 2,2$ .

**Résultats :**  $\tau_e = 290\mu s$ ,  $l = 464\mu H$ .

### 3.2 Essai à vide (constante de f.e.m. et de couple, frottements)

La génératrice de charge étant à vide, le moteur est alimenté par une tension continue réglable  $u$ ; on mesure  $u$ ,  $i$  et la vitesse angulaire de rotation  $\omega$  (tension tachymétrique).

La f.e.m.  $e$  est déduite de  $u : e = u - r.i$ , ce qui permet le calcul de la constante de f.e.m.  $k = e/\omega$ , pente de la caractéristique  $e(\omega)$ .

A chaque valeur de la vitesse, le couple de pertes mécaniques  $c_p = k.i$  peut être estimé et la caractéristique  $c_p(\omega)$  tracée.

**Résultats :**

•  $k = 0,247 \text{ V.s/rad}$  (ou  $\text{N.m/A}$ )

$\omega(\text{rad/s})$	0	27,5	52,4	104,7	157	209,4
$c_p(\text{N.m})$	0,136	0,187	0,210	0,250	0,285	0,319

La linéarisation (par parties :  $c_p = c_s + f.\omega$ ) conduit à adopter un couple de frottement sec  $c_s$  égal à  $144 \text{ mN.m}$  (au lieu de  $136 \text{ mN.m}$  effectivement constaté) et un coefficient de frottement visqueux estimé à  $9,07.10^{-4} \text{ N.m.s / rad}$ .

### 3.3 Evaluation du moment d'inertie par une méthode dynamique

#### Première méthode

Une alimentation stabilisée à limiteur de courant (réglage à  $I_0 = 4,5 \text{ A}$ ) permet de réaliser un démarrage à couple électromagnétique constant durant l'intervalle de temps où la limitation est effective (voir fig. 4). La vitesse angulaire  $\omega$  est alors solution de l'équation :  $J \frac{d\omega}{dt} = kI_0 - c_p$ . Si la variation de  $c_p$  est faible par rapport à  $kI_0$ , l'accélération est sensiblement constante, alors :

$$J \cong \Delta t. (kI_0 - \overline{c_p}) / \Delta\omega$$

où  $\overline{c_p}$  est la valeur moyenne du couple de pertes mécaniques sur l'intervalle  $\Delta t$ .

**Résultats :**  $\Delta\omega = 145 \text{ rad / s}$ ,  $\Delta t = 0,44 \text{ s}$ ,  $kI_0 = 1112 \text{ mN.m}$ ,  $\overline{c_p} = 242 \text{ mN.m}$ ,  $J = 2,64.10^{-3} \text{ kg.m}^2$

#### Deuxième méthode (ralentissement libre)

Sur le chronogramme de la vitesse obtenu lorsqu'on coupe l'alimentation d'induit (voir fig. 5), on considère un point M de coordonnées  $(t_1, \omega_1)$  où la pente est estimée graphiquement, alors :

$$J. \left( \frac{d\omega}{dt} \right)_{t=t_1} = -c_p(\omega_1)$$

**Résultats :**  $\omega_1 = 52,4 \text{ rad / s}$  ( $500 \text{ tr / min}$ ),  $(d\omega / dt)_{t=t_1} = -82,8 \text{ rad / s}^2$ ,  $c_p(\omega_1) = 210 \text{ mN.m}$ ,

$J = 2,54. 10^{-3} \text{ kg.m}^2$

**Troisième méthode (Démarrage à vide, mode électromécanique)**

A la figure 6 sont représentés les chronogrammes du courant d'induit et de la vitesse, suite à l'application d'un échelon de tension  $u(t)$ . Le temps de montée  $t_{TV}$  de la vitesse est mesuré égal à 150 ms; cette valeur confirme que les modes électrique (constante de temps : 290 $\mu$ s) et électromécanique (mode dominant) sont largement découplés, il en résulte que  $\tau_{em} = 68,2ms$ . Sachant que  $\tau_{em} \cong J.r/k^2$ , on en tire :  $J = 2,6.10^{-3} kg.m^2$ .

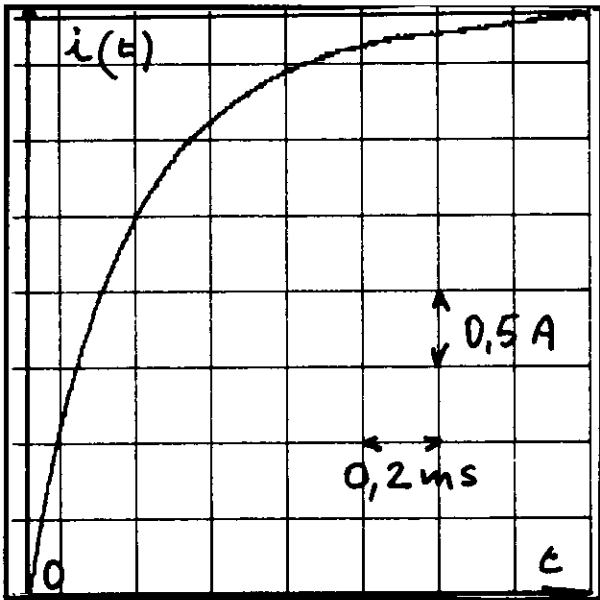


FIG. 3 Réponse en courant

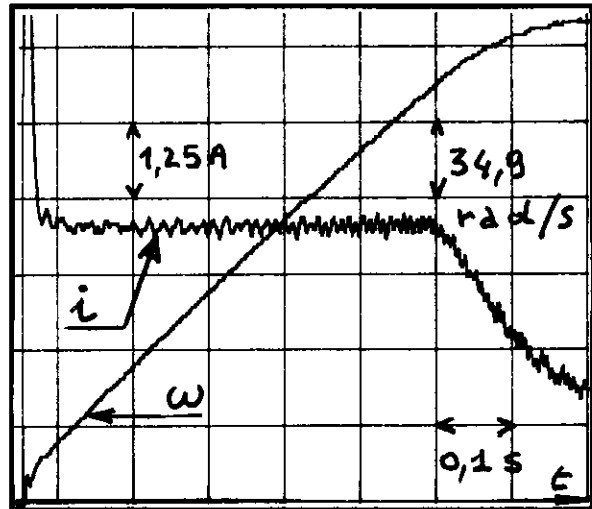


FIG.4 Accélération constante

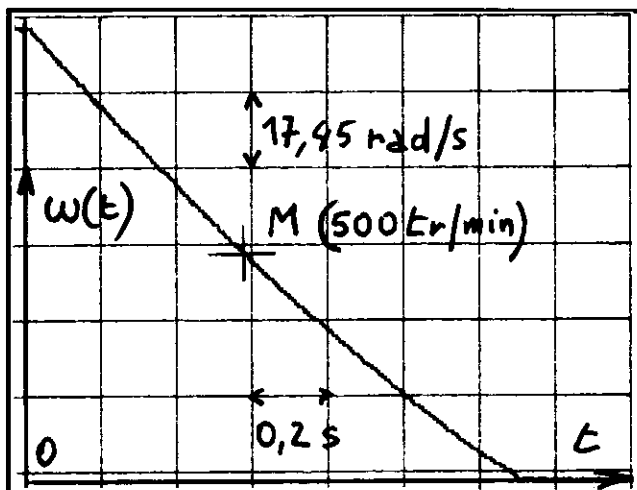


FIG. 5 Ralentissement libre

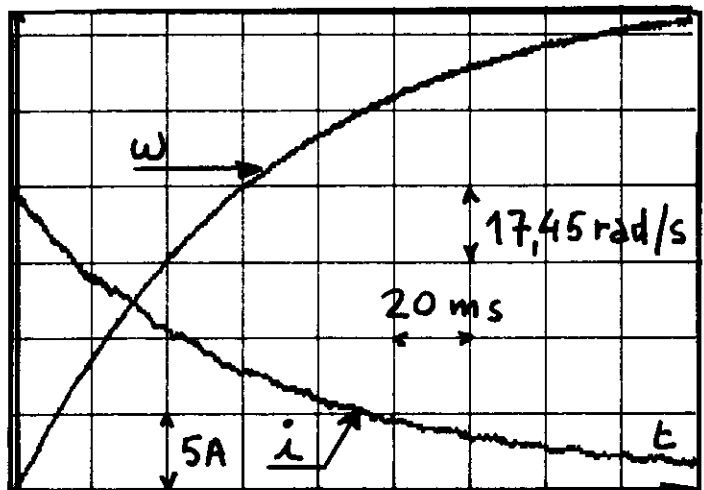


FIG. 6 Démarrage à vide

**Conclusion**

Afin de s'assurer de la qualité des résultats obtenus, on peut conseiller à l'expérimentateur d'utiliser des méthodes redondantes, en d'autres termes rechercher la valeur numérique d'un paramètre selon diverses procédures comme cela a été rendu possible pour le moment d'inertie. Enfin, les notices de constructeur constituent indéniablement un guide et une référence dont la consultation permet d'éviter des erreurs grossières, au moins au niveau des ordres de grandeur.

# COMMANDE EN COUPLE DE LA MACHINE A COURANT CONTINU.

G. DELAVIER

L. T. Louis ARMAND, 173 Bd de Strasbourg 94 736 Nogent sur Marne CEDEX

Les quelques lignes qui suivent ne constituent pas une fiche de travaux pratiques, mais plutôt quelques propositions d'essais relatifs à la commande en couple de la machine à courant continu.

L'étudiant ou l'élève a souvent mémorisé un certain nombre de comportements de la

machine, associés à une charge particulière et qu'il généralise ensuite sans se soucier de la caractéristique mécanique du système accouplé en bout d'arbre. Ces thèmes d'essais peuvent-ils aider à comprendre le comportement de la machine dont on contrôle le couple ?

Dans toute l'étude, la réaction magnétique d'induit de la machine étudiée est parfaitement compensée; d'autre part les couples de frottements seront inclus dans la charge . L'excitation est constante.

## 1 La machine est un générateur de couple.

L'indice "e" sera associé aux notations liées à la machine étudiée.

Le flux est constant, le courant d'induit,  $I_e$ , est contrôlé par la tension  $U_e$ . (figure 1)

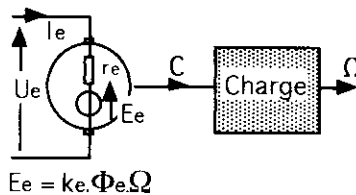


Figure 1

Orientations des grandeurs mécaniques :

- le sens de rotation de l'arbre est positif si la rotation s'effectue dans le sens trigonométrique (observateur face à l'arbre de la machine d'étude);
- les couples appliqués sur l'arbre sont notés positivement s'ils s'exercent dans le sens de rotation positif.

Orientations des grandeurs électriques :

- un courant  $I_e > 0$  crée un couple positif;
- l'orientation de la tension  $U_e$  répond à la convention récepteur.

Ces différentes orientations sont associées nécessairement à des vérifications expérimentales.

Le couple électromagnétique de la machine d'étude a pour expression:

$$C_e(I_e) = (k_e \Phi_e) \cdot I_e$$

Les moments des couples s'exerçant sur l'arbre sont liés par la loi de la dynamique:

$$J \cdot d\Omega / dt = C_e(I_e) + C_{ch}$$

dans laquelle J représente le moment d'inertie total ramené sur l'arbre et  $C_{ch}$ , le moment du couple appliqué sur l'arbre par la charge, (en respectant les conventions citées plus haut).

L'ensemble des frottements seront rassemblés dans ce couple de charge.

En régime statique la vitesse est constante, d'où

$$C_e(I_e) = - C_{ch}$$

Pour ce régime, le point de fonctionnement se situe à l'intersection des caractéristiques  $C_e(I_e)$  et  $(- C_{ch})$  dans le plan  $C ( \Omega )$  comme l'illustre la figure 2.

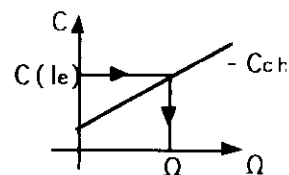
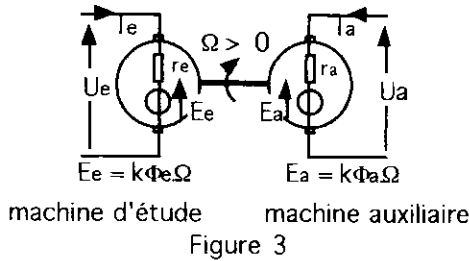


Figure 2

2 Etude 1: la charge impose un couple proportionnel à la vitesse.

La charge est simulée par une machine auxiliaire, également à courant continu, à flux constant (figure 3)



Les conventions de signe de la machine auxiliaire sont les mêmes que celle de la machine d'étude :

$I_a > 0$  crée un couple sur l'arbre  $C_a(I_a) > 0$   
 Dans cette étude nous négligerons les couples de frottements, donc  $C_{ch} = C_a(I_a)$ .  
 Un rhéostat  $R_H$  est branché aux bornes de l'induit de la machine auxiliaire; le moment du couple de charge est proportionnel à la vitesse :

$$U_a = -R_H \cdot I_a = E_a + r_a \cdot I_a$$

$$C_{ch} = C_a(I_a) = k_a \cdot \Phi_a \cdot I_a$$

$$= - [(k_a \cdot \Phi_a)^2 / (r_a + R_H)] \cdot \Omega$$

soit :

$$C_a(I_a) = -A(R_H) \cdot \Omega$$

Ce couple est de signe contraire de celui de la vitesse.

- Couple de la machine d'étude positif :

$$I_e = (U_e - k_e \Phi_e \Omega) / r_e > 0$$

le courant,  $I_e$ , est réglé par la tension  $U_e$  aux bornes de l'induit; pour différentes valeurs du courant, on relève la vitesse de rotation. Ces relevés permettent de tracer la caractéristique

$$[-C_{ch}] = +A(R_H) \cdot \Omega$$

en fonction de la vitesse.

La source de tension  $U_e$ , est dans ce cas unidirectionnelle en tension et en courant : aucune difficulté de réalisation avec le matériel d'un laboratoire.

Ce relevé peut être effectué pour plusieurs charges (chacune, associée à une valeur du rhéostat  $R_H$  branché aux bornes de la machine auxiliaire).

- Couple de la machine d'étude négatif :

$$I_e = (U_e - k_e \Phi_e \Omega) / r_e < 0$$

dans ce cas, c'est par une tension  $U_e < 0$  que le courant est réglé.

Les résultats des mesures peuvent être reportés sur un graphe, comme le montre la figure 4.

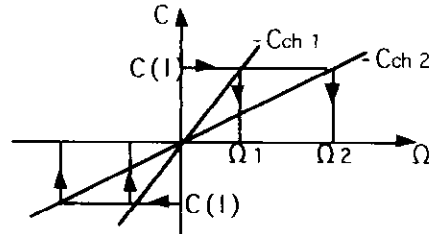


Figure 4

Conclusions:

- pour un couple délivré par la machine d'étude, la vitesse est imposée par la charge;
- pour une charge donnée ( $R_H$  fixée), c'est le couple de la machine d'étude (réglé par  $I_e$ ) qui permet le réglage de vitesse :  $\Omega$  croît si  $C_e$  croît (et inversement).
- le point de fonctionnement de la machine d'étude se situe respectivement dans le quadrant I pour le couple positif, et dans le quadrant III pour le couple négatif; dans les deux cas, la machine d'étude se comporte en moteur.

3 Etude 2 : la charge impose le signe de la vitesse.

Ceci peut facilement se simuler par une machine asynchrone alimentée par une source de tension de fréquence fixe.

Le courant  $I_e$  étant nul, la machine d'étude est entraînée par sa charge à la vitesse  $\Omega_0 > 0$ .

L'étude consiste à contrôler le couple, en grandeur et en signe, de la machine d'étude.

- Couple de la machine d'étude positif:

$$I_e = (U_e - k_e \Phi_e \Omega) / r_e > 0, \text{ donc } U_e > 0$$

la source d'alimentation doit délivrer une tension positive et débiter un courant positif.



- Couple de la machine d'étude négatif:

$$I_e = (U_e - k_e \Phi_e \Omega) / r_e < 0,$$

donc  $U_e < k_e \Phi_e \Omega$ ;

la source d'alimentation débite un courant négatif, avec une tension  $U_e$  positive (faible chute de tension dans la résistance d'induit).

Si on utilise la source précédente, celle-ci doit être réversible en courant.

D'autres solutions sont possibles: l'une d'entre elles, évidente, consiste à brancher aux bornes de la machine d'étude, un rhéostat; une autre, un pont redresseur fonctionnant en récupération...

On peut relever la caractéristique  $C_e(\Omega)$  de la machine d'étude, voir figure 5:

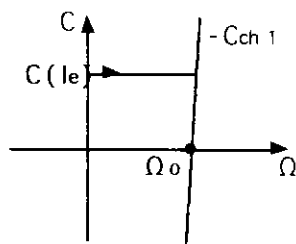


Figure 5

Conclusions :

- la vitesse varie peu en fonction du couple imposé par la machine d'étude qui évolue dans intervalle identique à celui de l'étude précédente;
- le point de fonctionnement se situe dans le quadrant I ( $I_e > 0$ ), correspondant au fonctionnement moteur de la machine d'étude, ou bien dans le quadrant IV ( $I_e < 0$ ), fonctionnement frein, de la machine étudiée.

#### 4 Commentaires sur ces deux essais.

Pour chacune des charges, le couple de la machine d'étude a évolué dans les mêmes domaines; la vitesse du système a été définie par la caractéristique de la charge, de même que le mode de fonctionnement.

Il est possible de reprendre l'étude avec une troisième charge : machine synchrone couplée au réseau EDF. Y-a-t-il réglage de vitesse du système par la commande en couple de la machine d'étude?

#### 5 Coupure accidentelle de l'excitation de la machine d'étude.

La plupart des élèves ou étudiants sont persuadés que la coupure du circuit d'excitation de la machine étudiée entraîne nécessairement l'emballement mécanique du système.

- Coupons le courant d'excitation lors de l'étude 1.

Le flux prend la valeur du flux rémanent  $\Phi_{rem}$ ; la fem de la machine diminue considérablement, le courant  $I_e$  devient très important ce qui a toutes les chances de faire déclencher les protections.

- La figure 6 montre l'évolution du point de fonctionnement :

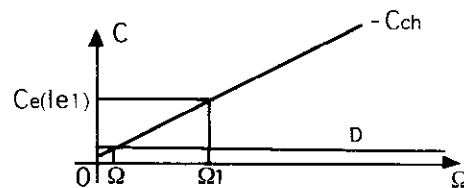


Figure 6

Avec excitation, le courant  $I_{e1}$  est réglé par la tension  $U_{e1}$ :  $I_{e1} = [U_{e1} - k_e \Phi_e \Omega_1] / r_e$ ; après coupure de l'excitation,  $U_{e1}$  restant inchangée, le courant  $I_{e1}$  croît (la fem prend la valeur  $k_e \Phi_{rem} \cdot \Omega$ ); la caractéristique couple-vitesse de la machine d'essai  $k_e \Phi_{rem} \cdot I_e$ , s'écrit :

$$C_e = k_e \Phi_{rem} \cdot (U_{e1} / r_e) - [(k_e \Phi_{rem})^2 / r_e] \cdot \Omega$$

équation représentée par la droite D dans le plan couple-vitesse.

Le point de fonctionnement se trouve à l'intersection de cette droite D et la caractéristique de la charge, la vitesse est  $\Omega$ , faible, le courant est alors très grand.

Les protections (fusibles, disjoncteur) jouent certainement leur rôle et la vitesse du système, en absence de couple moteur, s'annule.

L'emballement correspond uniquement au cas où la charge est très faible (machine à vide), représentée par une caractéristique dont la pente est voisine de zéro et au non fonctionnement des protections vis à vis des surintensités.

Un raisonnement similaire peut être effectué avec la charge de l'étude 2. Dans

ce cas, en absence de déclenchement des protections (peu probable), la vitesse se stabilisera au voisinage de  $\Omega_0$ .

### 6 Asservissement de vitesse avec contrôle du couple.

Considérons une charge dont la caractéristique mécanique se prête au réglage de vitesse, figure 7.

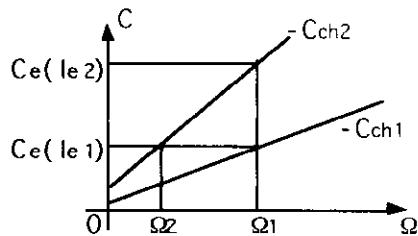


Figure 7

La vitesse de rotation  $\Omega_1$  est obtenue pour la charge 1, lorsque la machine produit le couple  $C_e(le_1)$ ; si la caractéristique de la charge se modifie, charge 2, la machine produisant le même couple, la vitesse diminue. La vitesse  $\Omega_1$ , sera alors obtenue grâce au couple  $C_e(le_2)$ .

Dans un asservissement de vitesse, avec contrôle du couple, l'erreur de vitesse doit bien se traduire, via le correcteur de vitesse, par une consigne de couple, figure 8.

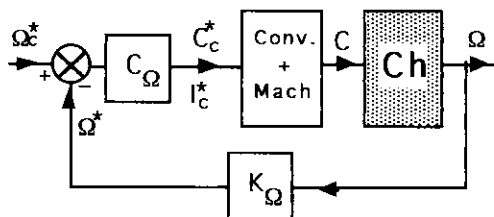


Figure 8

La consigne de couple,  $C_c^*$ , est donnée, dans notre étude, par l'intermédiaire de la consigne de courant  $I_c^*$ , image du courant  $I_{e,cons}$  devant être fourni par le convertisseur associé à la machine. La boucle de courant, dont le schéma est

donné figure 9, permet d'asservir le courant  $I_e$ , à la valeur de consigne

$$I_{e,cons} = I_c^* / K_j$$

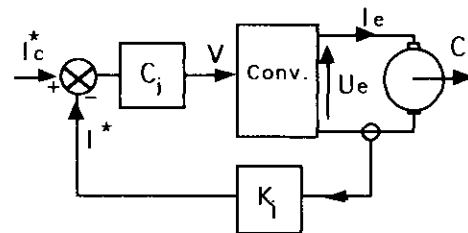


Figure 9

Les opérations illustrées sur la figure 9 reproduisent exactement celles accomplies par le manipulateur effectuant les essais 1 et 2 : la source de tension  $U_e$ , que constitue le convertisseur, permet d'assurer le réglage du courant  $I_e$ .

Il est possible de décrire, sur le graphe de la figure 10, le comportement du système en régime statique.

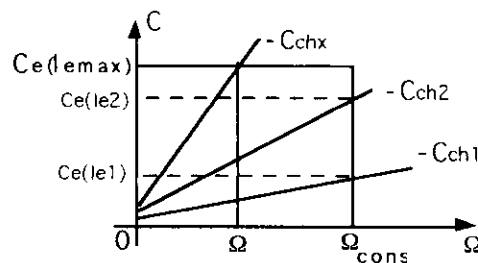


Figure 10

Tant que le couple nécessaire peut être fourni à la charge, la vitesse est égale à la valeur de consigne; le correcteur de vitesse affiche la consigne de couple. Lorsque celle-ci atteint sa valeur maximale, réglée par une butée limitant la valeur de la tension de sortie du correcteur de vitesse, (associée par exemple au courant maximum que peut débiter le convertisseur) le couple est constant et la vitesse n'est plus asservie.

## METHODE D'IDENTIFICATION DES PARAMETRES DE LA MACHINE A COURANT CONTINU

J.L. Bianchi, lycée de Versailles  
A.Cunière, lycée de Meaux

### Introduction:

La méthode proposée ici se démarque des essais habituels permettant l'obtention des paramètres caractéristiques de la machine à courant continu car elle appréhende l'ensemble machine plus charge.

La possibilité qu'elle offre d'obtenir ces paramètres en un seul essai, sans avoir à découpler la charge, lui confère un caractère plus "industriel".

En effet, les méthodes habituelles de mesure dépendent des conditions de l'essai; les résultats peuvent être éloignés de la réalité de la situation car les paramètres ne sont pas constants. On peut préférer une méthode qui s'efforce d'approcher ces paramètres dans les conditions d'utilisation de la machine.

C'est tout l'intérêt de la "méthode de PASEK" que nous allons présenter après avoir défini ses conditions d'application et notamment la modélisation de la machine sur laquelle elle se fonde.

### 1 Modélisation de la machine et de sa charge:

Rappelons que les paramètres du système à identifier dans le cas d'un entraînement par machine à courant continu sont les suivants:

- **K** : coefficient de f.e.m.
- **R** : résistance du circuit d'induit.
- **L** : inductance du circuit d'induit (incorporant une self de lissage éventuellement).
- **J** : moment d'inertie de la ligne d'arbre.
- **fm**: coefficient de frottement visqueux.

La figure 1 schématise la situation électromécanique:

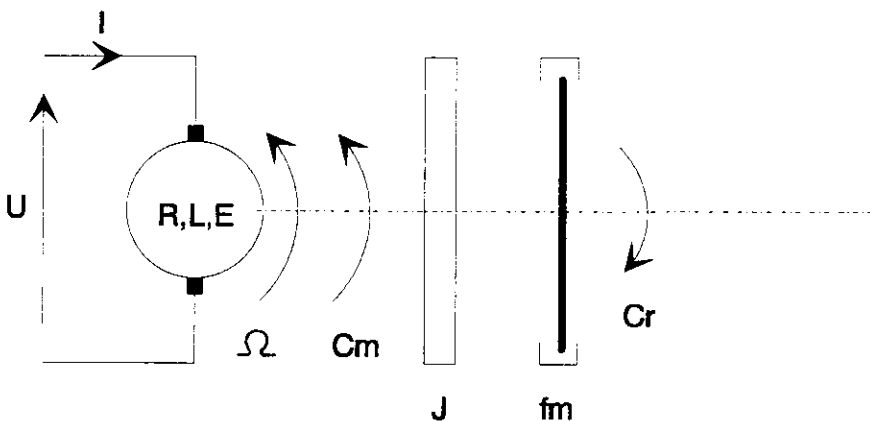


Figure 1

On peut écrire les équations électriques et mécaniques permettant une représentation fonctionnelle de l'ensemble machine plus charge :

A l'aide de la transformation de Laplace dont l'opérateur est noté "p", on exprime les variations autour d'un point de repos par:  
pour la tension:

$$U(p) = RI(p) + pLI(p) + K\Omega(p) \quad \text{avec} \quad K = \frac{pN}{a2\pi} \Phi$$

pour le couple moteur :

$$C_m(p) = pJ\Omega(p) + f_m\Omega(p) + C_r(p)$$

$$C_m(p) = K \cdot I(p)$$

soit :

$$I\left(1 + \frac{L}{R}p\right) = \frac{1}{R}(U - K\Omega) \quad \text{et} \quad \Omega\left(1 + \frac{J}{f_m}p\right) = \frac{1}{f_m}(C_m - C_r)$$

On obtient le schéma fonctionnel général de la figure 2 :

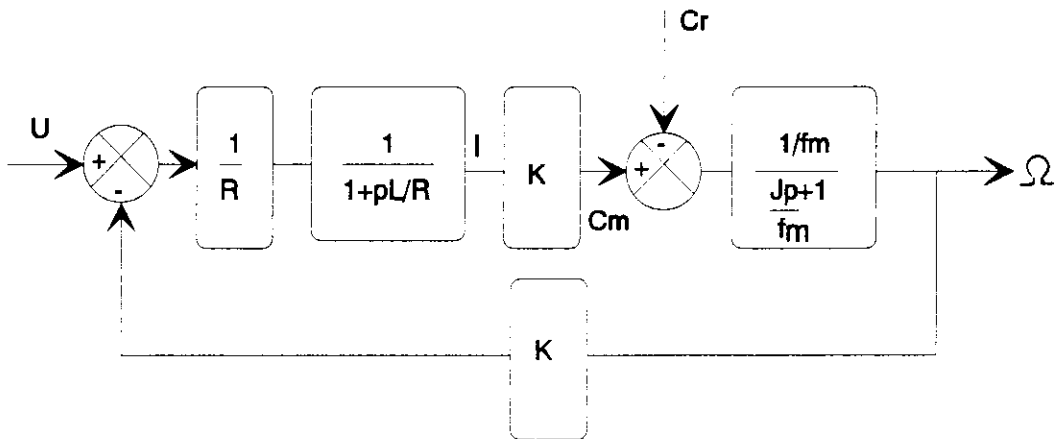


Figure 2

Ce schéma peut présenter des variantes, notamment selon les caractéristiques de la charge mécanique. L'essai de PASEK que nous proposons ici se base sur les conditions de charge suivantes :

- La charge est inertielle et il n'y a pas de frottement visqueux  $f_m=0$ .

- Le couple résistant sur l'arbre est constant,  $C_r=Constante$ . La représentation fonctionnelle se réduit alors à celle de la figure 3.

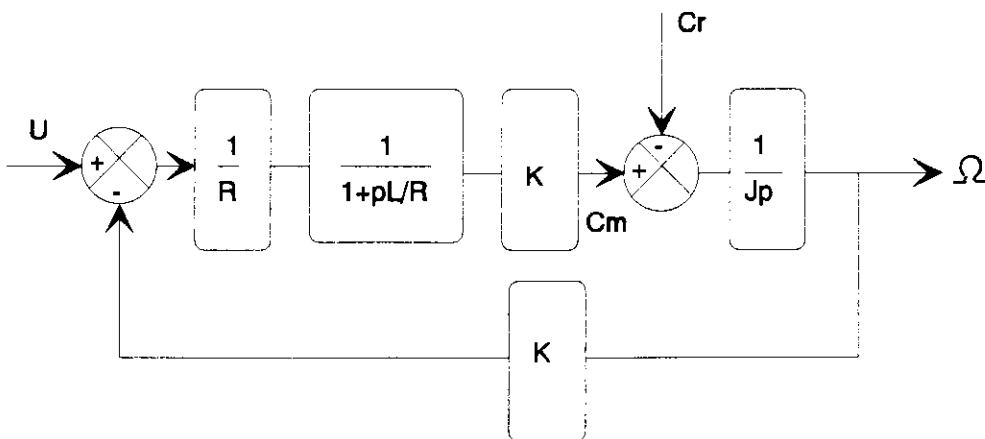


Figure 3

Notons que ce type de charge est accessible si l'on dispose d'un banc équipé d'un frein à poudre. Si tel n'est pas le cas, la figure 4 propose une simulation possible. La génératrice accouplée est à excitation séparée, son induit est chargé sur le réseau par un onduleur non autonome asservi en courant. Le courant débité  $I_g$  peut être réglé à une valeur constante, dans ce cas :

$P_g = \text{Pertes} + K\Omega I_g$  avec  $I_g$  constante, d'où en négligeant les pertes mécaniques :

$$C_r = \frac{P_g}{\Omega} \approx \frac{K\Omega I_g}{\Omega} = KI_g = \text{Constante}$$

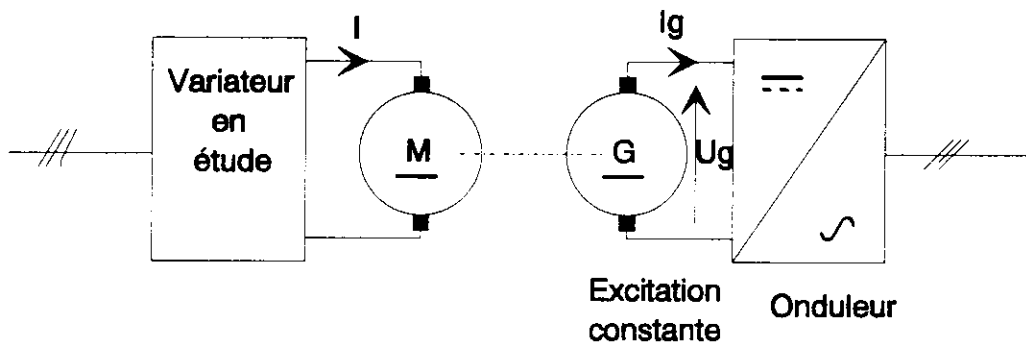


Figure 4

Dans les conditions de charge ainsi vérifiées, la fonction de transfert devient :

$$\frac{\Omega(p)}{U(p)} = \frac{1}{K} \cdot \frac{1}{1 + \frac{RJ}{K^2}p + \frac{LJ}{K^2}p^2}$$

Posons :

- $\frac{1}{K} = H_0$  le gain statique.
- $T_{em} = \frac{RJ}{K^2}$  la constante de temps électromécanique.
- $T_e = \frac{L}{R}$  la constante de temps électrique.

Alors :

$$\boxed{\frac{\Omega(p)}{U(p)} = \frac{H_0}{1 + pT_{em} + p^2T_eT_{em}}}$$

## **2 Méthode d'identification de PASEK:**

Les hypothèses de départ sont donc :

- $C_r$  est constant et il n'y a pas de frottement visqueux,  $f_m=0$ .
- Les paramètres à identifier sont :
- $K$  : coefficient de fem.
  - $R$  : résistance d'induit.
  - $L$  : inductance d'induit.
  - $J$  : moment d'inertie de la ligne d'arbre.

La méthode, réalisée en un seul essai, consiste à appliquer autour d'un point de repos statique un échelon de tension  $\Delta U$  de la tension d'alimentation du circuit d'induit, et de relever les courbes:  $\Omega = f(t)$  et  $I = g(t)$ .

Avant application de l'échelon, l'équation régissant le circuit d'induit aux conditions initiales est:  $U_0 = RI_0 + K\Omega_0$ .

Après application de l'échelon, le couple résistant étant constant, l'équation régissant le circuit d'induit aux conditions finales est:

$$U_1 = RI_0 + K\Omega_1.$$

On peut déjà déterminer  $K$ , si on a pris soin de mesurer  $U_0, U_1$  et  $\Omega_0, \Omega_1$ . En effet,  $\Delta U = U_1 - U_0 = K(\Omega_1 - \Omega_0) = K \cdot \Delta\Omega$  soit:

$$K = \frac{\Delta U}{\Delta\Omega}$$

Analysons le comportement dynamique du courant lors de l'application d'un échelon de tension et posons comme hypothèse que cet échelon autour d'un point de fonctionnement statique est d'amplitude telle, que le système reste dans le domaine de linéarité. Cette précaution est nécessaire et lors de l'essai on devra s'assurer qu'en particulier, le convertisseur alimentant le circuit d'induit ne se place pas en limitation de courant lors de l'application de l'échelon.

Pour l'étude du comportement dynamique du courant d'induit lors de l'essai, écrivons la fonction de transfert sous cette forme:

$$\frac{\Omega(p)}{U(p)} = \frac{H_0}{1 + pT_{em} + p^2T_eT_{em}} = \frac{H_0}{(1 + pT_1)(1 + pT_2)}$$

soit:  $T_1 = T_e \cdot T_{em}$  et  $T_1 + T_2 = T_{em}$

posons  $\lambda \cdot T_e = T_{em}$ , alors:  $\frac{\Omega(p)}{U(p)} = \frac{H_0}{1 + p\lambda T_e + p^2\lambda T_e^2}$  dont l'équation caractéristique du dénominateur

admet pour déterminant:  $\Delta = T_e^2(\lambda^2 - 4\lambda)$ , selon  $\lambda$  on obtient:

**\*2 racines réelles  $p_1$  et  $p_2$  pour  $\lambda > 4$ :**

$$p_1 = \frac{-1 - \alpha}{2T_e} \quad \text{et} \quad p_2 = \frac{-1 + \alpha}{2T_e} \quad \text{avec}$$

$$\alpha = \sqrt{1 - \frac{4}{\lambda}}$$

$$\frac{\Omega(p)}{U(p)} = \frac{H_0}{(1 + pT_1)(1 + pT_2)} \quad \text{où} \quad T_1 = \frac{2T_e}{1 + \alpha} \quad \text{et} \quad T_2 = \frac{2T_e}{1 - \alpha}$$

Notons  $t_1$  l'instant où le courant atteint son maximum sur  $I=g(t)$ .

Avec  $KI = Jp\Omega$ , nous obtenons:

$$\frac{I(p)}{U(p)} = \frac{Jp}{K^2} \cdot \frac{1}{(1+pT_1)(1+pT_2)}$$

On s'intéresse au comportement dynamique. Si on applique un échelon d'amplitude  $\Delta U$ , il vient pour l'accroissement de courant:

$$\Delta I(p) = \frac{J\Delta U}{K^2} \cdot \frac{1}{(1+T_1p)(1+T_2p)}$$

Soit pour l'expression temporelle de la variation de courant  $\Delta I(t) = \frac{J\Delta U}{K^2} \cdot \frac{1}{T_1 - T_2} (e^{-\frac{t}{T_1}} - e^{-\frac{t}{T_2}})$

Si on fait  $(\frac{d\Delta I}{dt}) = 0$  on détermine l'instant  $t_1$  où le courant passe à son maximum

$$\frac{t_1}{Te} = \frac{1}{\alpha} \cdot \ln \frac{1+\alpha}{1-\alpha} \quad (1)$$

**\*2 racines complexes conjuguées  $p_1$  et  $p_2$  pour  $\lambda < 4$ :**

on écrit alors le déterminant :  $\Delta = i^2(4\lambda Te^2 - \lambda^2 Te^2)$ , les racines sont:

$$p_1 = \frac{-1 - i\alpha}{2Te} \quad \text{et} \quad p_2 = \frac{-1 + i\alpha}{2Te} \quad \text{avec} \quad \alpha = \sqrt{\frac{4}{\lambda} - 1} \quad \text{d'où:}$$

$$\frac{\Omega(p)}{U(p)} = \frac{H_0}{\lambda Te^2 (p - p_1)(p - p_2)} \quad \text{si on soumet l'induit à une variation de tension } \Delta U, \text{ il vient:}$$

- pour la vitesse:

$$\Delta \Omega(p) = \frac{\Delta U}{p} \cdot \frac{H_0}{\lambda Te^2 (p - p_1)(p - p_2)}$$

- pour le courant:

$$K\Delta I(p) = Jp\Delta \Omega(p) \quad \text{d'où} \quad \Delta I(p) = \frac{\Delta U J}{K^2 \lambda Te^2 (p - p_1)(p - p_2)} = \frac{K_0}{(p - p_1)(p - p_2)} \quad \text{avec} \quad K_0 = \frac{\Delta U J}{K^2 \lambda Te^2}$$

$$\Delta I(p) = \frac{-K_0 Te}{p - p_1} + \frac{K_0 Te}{p - p_2} \quad \text{soit pour l'expression temporelle de l'accroissement de courant:}$$

$$\Delta I(t) = \frac{K_0 Te}{\alpha} (e^{\frac{i\pi}{2} p_1 t} + e^{-\frac{i\pi}{2} p_2 t}) \quad \text{soit} \quad \Delta I(t) = \frac{K_0 Te}{\alpha} 2e^{\frac{-t}{2Te}} \sin \frac{\alpha t}{2Te}$$

Exprimons dans ce cas l'instant  $t_1$  pour lequel la dérivée s'annule et où la variation de courant est maximale:

$$\text{à } t = t_1 \quad \frac{d\Delta I}{dt} = 0 \quad \text{soit pour} \quad \sin \frac{\alpha t_1}{2Te} = \alpha \cos \frac{\alpha t_1}{2Te} \quad \text{soit:}$$

$$\frac{t_1}{Te} = \frac{2}{\alpha} \text{Arc tg } \alpha \quad \text{ou} \quad \frac{t_1}{Te} = \frac{2}{\sqrt{\frac{4}{\lambda} - 1}} \text{Arc tg } \sqrt{\frac{4}{\lambda} - 1} \quad (2)$$

Des identités (1) et (2) nous obtenons le premier abaque  $\frac{t1}{Te} = f(\lambda)$  proposé figure 5. (On notera la solution  $\lambda=4$  pour laquelle le déterminant  $\Delta$  est nul et qui amène une racine double).

Une deuxième identité est nécessaire, on l'obtient à partir de:

**\*Dans le cas de 2 racines réelles:**

il vient  $\frac{T2}{T1} = \frac{1+\alpha}{1-\alpha}$  et  $e^{\frac{\alpha t1}{Te}} = \frac{1+\alpha}{1-\alpha}$  avec  $\Delta IM = \frac{\Delta U}{R}$

$$\Delta I(t1) = \frac{J\Delta U}{K^2} \frac{1}{T1 - T2} \left( e^{\frac{-t1}{T1}} - e^{\frac{-t1}{T2}} \right) = \frac{JR\Delta IM}{K^2} \frac{1}{T1 - T2} \left( e^{\frac{-t1}{T1}} - e^{\frac{-t1(1-\alpha)}{T2(1+\alpha)}} \right) \text{ d'où:}$$

$$\frac{\Delta I(t1)}{\Delta IM} = \frac{T1 + T2}{T1} e^{\frac{-t1}{T1}} = \delta \quad (3)$$

On montrerait de même:

$$\delta = \frac{\Delta I(2t1)}{\Delta I(t1)} \quad (4)$$

**\*Dans le cas de 2 racines complexes:**

$$\Delta I(t1) = \frac{K_0 T_e}{\alpha} 2 e^{\frac{-t1}{2T_e}} \sin \frac{\alpha t1}{2T_e} = \frac{2\Delta U J}{\alpha K^2 \lambda T_e} e^{\frac{-t1}{2T_e}} \sin \frac{\alpha t1}{2T_e} \text{ soit:}$$

$$\delta = \frac{\Delta I(t1)}{\Delta IM} = \frac{2}{\alpha} e^{\frac{-t1}{2T_e}} \sin \frac{\alpha t1}{2T_e} = \frac{2}{\alpha} e^{\frac{-\text{Arctg}\alpha}{\alpha}} \sin(\text{Arctg}\alpha) \quad (5)$$

Des égalités (3) et (5), nous déduisons un deuxième abaque qui donne  $\delta$  en fonction de  $\lambda$  (figure 6).

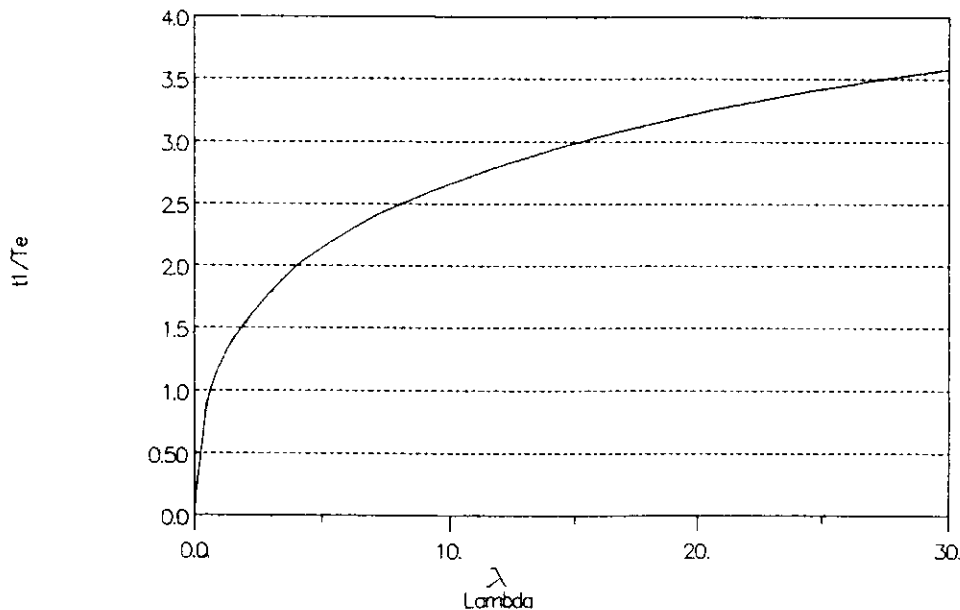


Figure 5



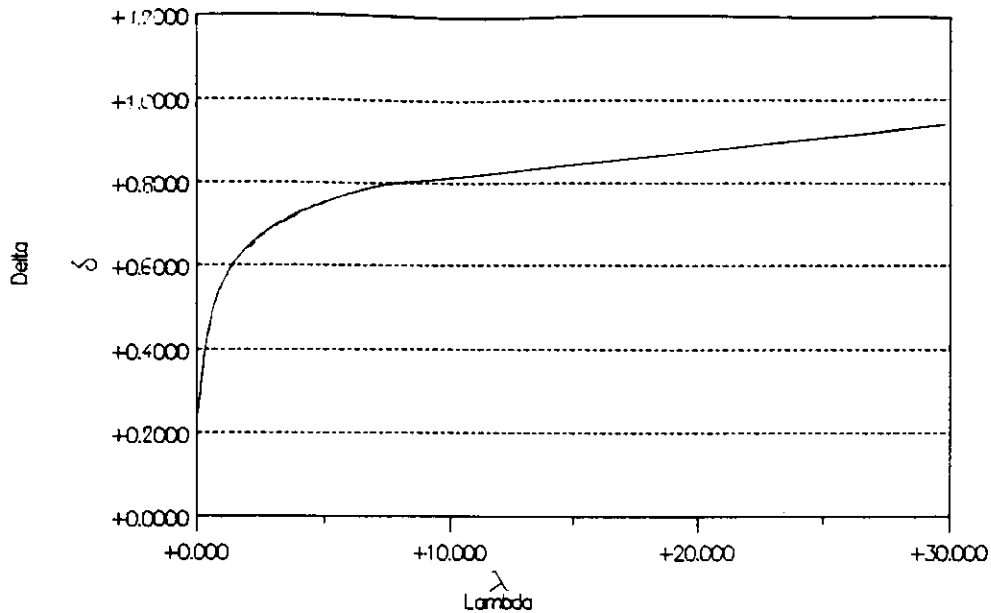


Figure 6

### 3 Démarche expérimentale:

◆ Réaliser le montage en s'assurant qu'on vérifie bien les hypothèses de la méthode. On pourra notamment vérifier que la charge présente un couple de frottement visqueux négligeable, par un essai de ralentissement induit coupé (si  $\Omega=f(t)$  est quasi linéaire on admettra  $f_m=0$ ).

◆ Appliquer l'échelon de tension  $\Delta U$  sur l'induit en s'assurant que le variateur n'entre pas en limitation de courant; **Relever l'évolution de la vitesse et du courant en fonction du temps  $\Omega=f(t)$  et  $I=f(t)$ .** On obtient pour le courant le graphe de la figure 7.

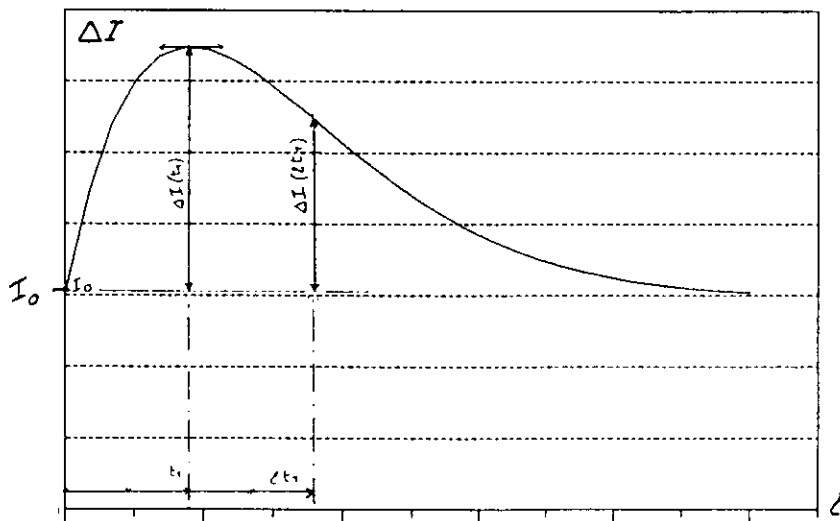


Figure 7

- ◆ Calculer  $\delta$  à l'aide de  $\delta = \frac{\Delta I(2t_1)}{\Delta I(t_1)}$  (4)
- ◆ Porter  $\delta$  sur l'abaque  $\delta = f(\lambda)$  en déduire  $\lambda$ .
- ◆ Porter  $\lambda$  sur l'abaque  $\frac{t_1}{T_e} = f(\lambda)$ , en déduire  $T_e$  et  $\lambda T_e$ .

♦ De l'égalité (3) on calcule  $\Delta IM$ ; on en déduit  $R = \frac{\Delta U}{\Delta IM}$ .

♦ De  $T_e$  et  $R$  on obtient  $L$ .

♦ De  $\lambda T_e$ ,  $R$  et  $K$  on déduit  $J$ .

#### 4 Expérimentation:

Afin de valider la méthode, on a réalisé un essai pour lequel nous sommes dans les conditions initiales suivantes:

- Courant induit:  $I_0=6A$
- Vitesse initiale:  $\Omega_0=100 \text{ rad/s}$

On applique un échelon de tension  $\Delta U=38V$  au circuit d'induit. On a enregistré les réponses de la figure 8, soit:

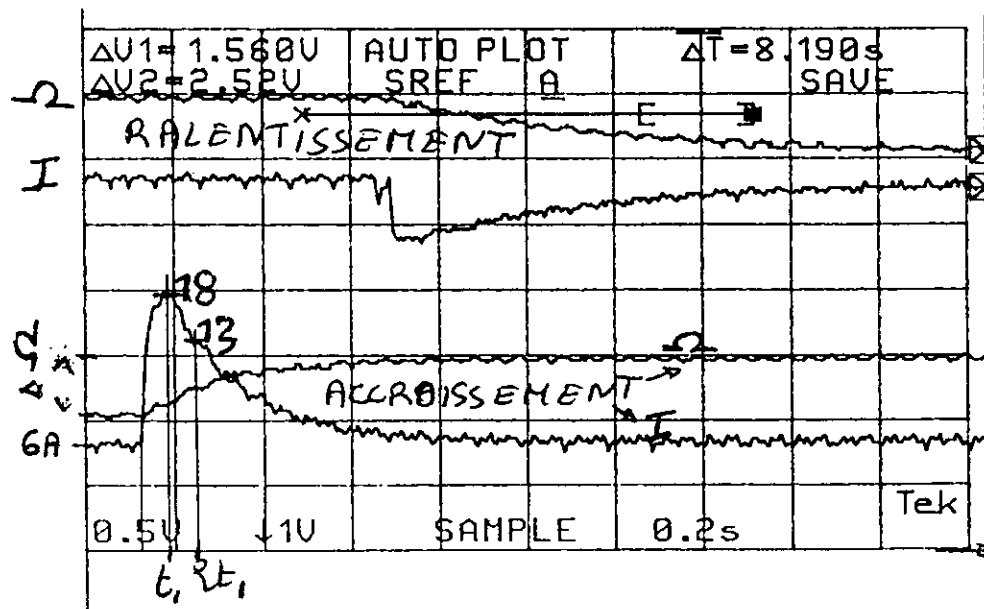


Figure 8

-  $\Delta\Omega=27 \text{ rd/s}$

- Le maximum du courant est atteint à  $t_1=0.054s$

-  $\Delta I(t_1)=18A$

-  $\Delta I(2t_1)=13A$

On calcule:

$\delta=13/18=0.7$  d'où  $d'$  après l'abaque de la figure 6 on obtient  $\lambda=3$  et d'après l'abaque de la figure 5:  $t_1/T_e=1.8$

Soit  $T_e=0.03s$  et de  $\delta$  on obtient  $\Delta IM=18/0.7=25A$  or  $R=\Delta U/\Delta IM$ :

$R=1.5\Omega$  et  $L=R \cdot T_e=45mH$

$K=1.4$  et  $\lambda T_e=0.09=RJ/K^2$  d'où  $J=0.117m^2Kg$

**Bibliographie: Actionneurs électriques:  
"De la modélisation à la commande"  
J.P. LOUIS (Journées du club EEA 1991)**

