



MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION
NATIONALE

EAE SIM 3

SESSION 2019

AGRÉGATION CONCOURS EXTERNE

Section : SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGÉNIEUR

Option : SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGÉNIEUR
ET INGÉNIERIE MÉCANIQUE

CONCEPTION PRÉLIMINAIRE D'UN SYSTÈME,
D'UN PROCÉDÉ OU D'UNE ORGANISATION

Durée : 6 heures

Calculatrice électronique de poche - y compris calculatrice programmable, alphanumérique ou à écran graphique – à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.

Si vous repérez ce qui vous semble être une erreur d'énoncé, vous devez le signaler très lisiblement sur votre copie, en proposer la correction et poursuivre l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, vous devez la (ou les) mentionner explicitement.

NB : Conformément au principe d'anonymat, votre copie ne doit comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé consiste notamment en la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de la signer ou de l'identifier.

Tournez la page S.V.P.

A

INFORMATION AUX CANDIDATS

Vous trouverez ci-après les codes nécessaires vous permettant de compléter les rubriques figurant en en-tête de votre copie

Ces codes doivent être reportés sur chacune des copies que vous remettrez.

Concours	Section/option	Epreuve	Matière
EAE	1414A	103	1268

ANALYSE DES CHOIX DE CONCEPTION ET D'IMPLANTATION D'UN ROBOT

Présentation du système

Le support d'étude est un système d'automatisation permettant de réduire considérablement la pénibilité du travail relatif au conditionnement de produits dans un environnement difficile pour l'être humain. L'étude porte sur l'implantation d'un robot de manutention qui évolue à forte cadence dans une enceinte à basse température.

Le client souhaite automatiser une chaîne d'emballage de produits alimentaires surgelés. Le cahier des charges indique les exigences suivantes :

- une température d'ambiance comprise entre 1°C et 12°C ;
- un milieu répondant aux normes d'hygiène sanitaire ;
- un produit à manipuler à -18°C ;
- une cadence de 800 produits par minute ;
- une période active hebdomadaire de 144 heures sans arrêt.

Les produits surgelés, palets cylindriques, sortent d'un tunnel de surgélation à vitesse continue et constante. Ils sont disposés en vrac sur un tapis roulant et ils sont saisis, un par un, par un robot qui les dispose dans une boîte en carton préformée. Une boîte est pleine lorsqu'elle contient 8 palets. Le robot remplit alors la suivante. Les boîtes se déplacent en ligne et en continu sur une bande transporteuse.



Figure 1a : sortie du tunnel de surgélation

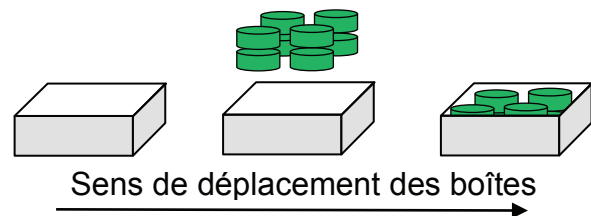


Figure 1b : emboîtage par le robot

Le client envisage l'installation de plusieurs lignes de production pour assurer la productivité attendue. Chaque ligne de production est constituée d'un tunnel de surgélation et d'une ligne d'emboîtage alimentée par un robot. La configuration tunnel-ligne d'emboîtage est prévue à axes parallèles ou perpendiculaires.

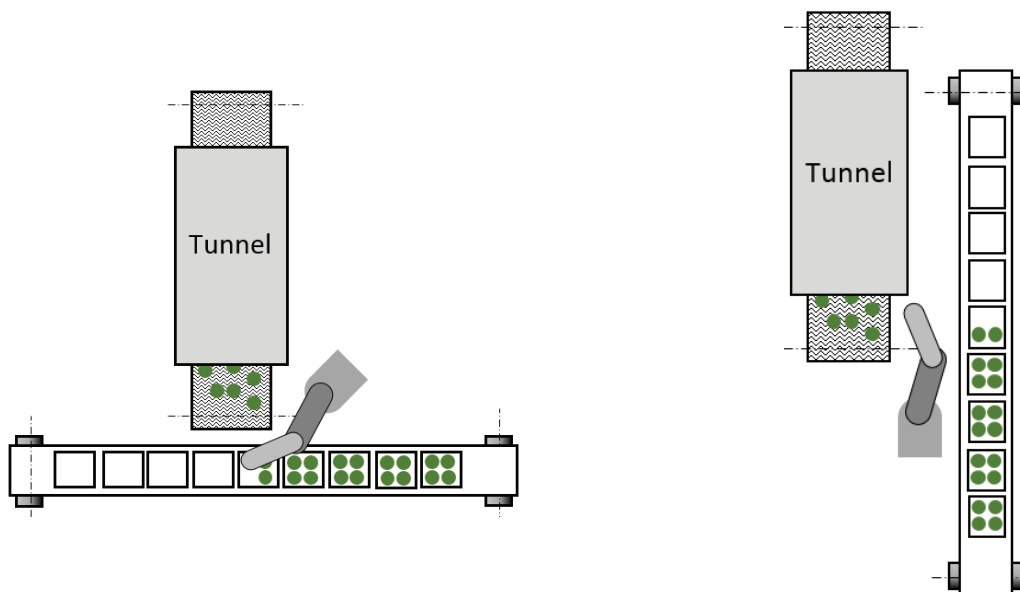


Figure 2 : deux exemples de disposition de lignes, perpendiculaires et parallèles

Le client fait appel à un professionnel qui conçoit et installe le système répondant au cahier des charges. Après une étude économique d'exploitation, le constructeur propose comme composant principal un robot 4 axes dit « à plans parallèles » aux performances élevées en termes de volume de l'enveloppe de travail, répétabilité de positionnement, de vitesse de déplacement, d'adaptation au milieu alimentaire et de sûreté de fonctionnement.



Figure 3 : robot 4 axes dit « à plans parallèles » et exemple d'implantation

L'objectif des études qui vont suivre est de justifier les différents choix réalisés par l'installateur des lignes d'emballages en vue de garantir au client les performances nécessaires pour cette application agro-industrielle.

Pour cela, le sujet propose de vérifier :

- si le choix d'architecture et de technologie des axes permet de garantir une accessibilité et une enveloppe de travail suffisante ;
- si la conception détaillée des liaisons et leur mode d'obtention permet de garantir une bonne précision et/ou répétabilité ;
- si les grandes cadences annoncées sont atteignables sans mettre en péril les performances de précision de positionnement ou la durée de vie du système ;
- et enfin, si le choix de matériau et sa mise en œuvre pour la fabrication du corps

d'avant-bras du robot sont en accord avec les études précédentes.

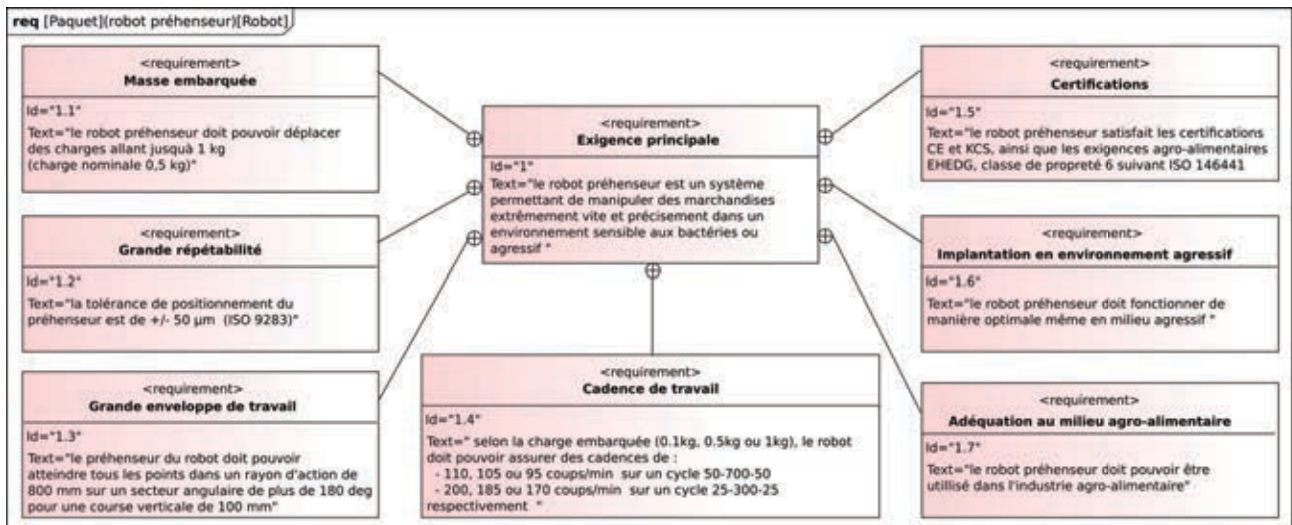


Figure 4 : extrait du diagramme partiel des exigences

1. Exigence d'enveloppe de travail : accessibilité et flexibilité

Objectif : vérifier la compatibilité de l'enveloppe de travail du robot avec les zones d'arrivée et d'emboîtement des palets surgelés et avec la cadence imposée par le client. Et justifier l'architecture globale et les solutions constructives pour un robot agile.

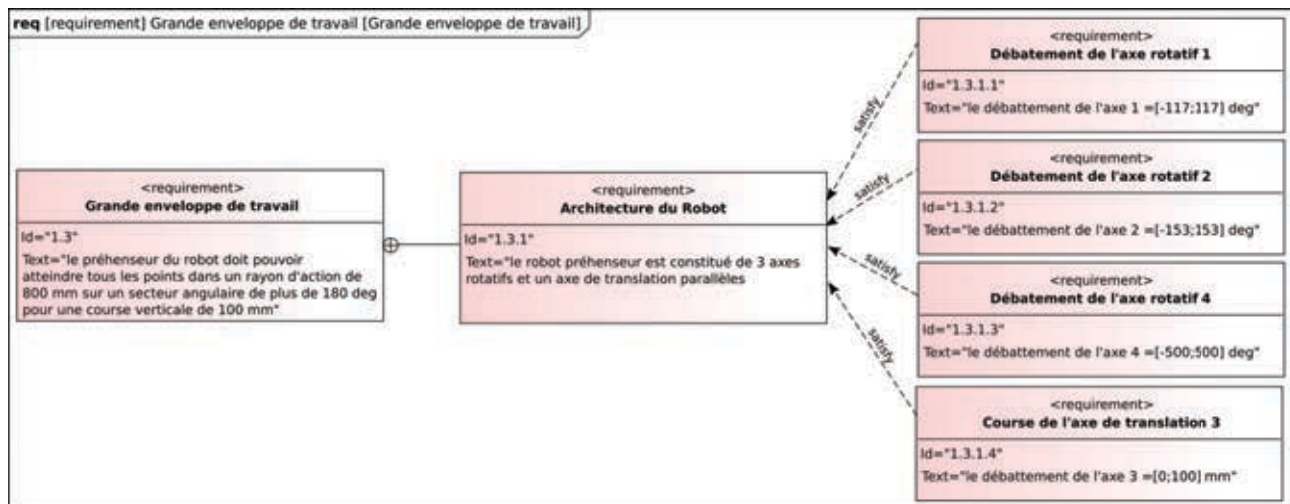


Figure 5 : extrait du diagramme partiel concernant l'exigence d'enveloppe de travail.

Compte tenu des exigences du client, la zone d'accessibilité du robot, définie comme l'ensemble des points de l'espace accessibles par le système de préhension, doit être suffisamment grande pour couvrir la zone d'amenée des produits surgelés et la zone d'emboîtement.

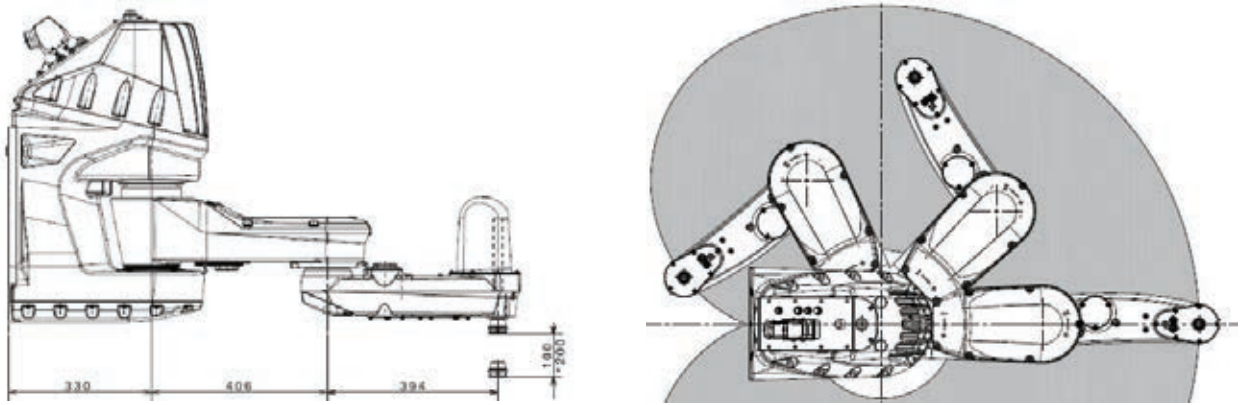
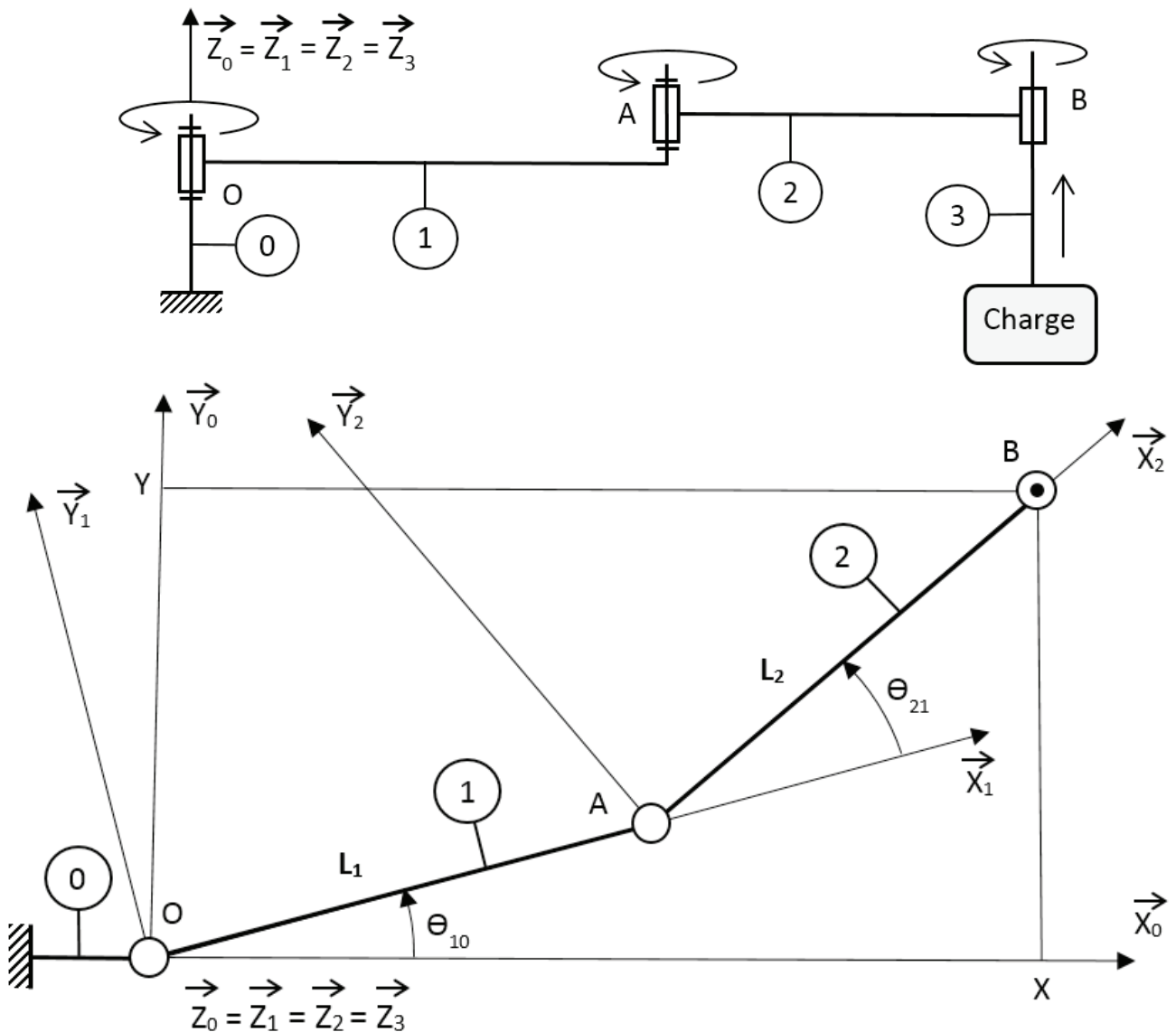


Figure 6 : zone d'accessibilité du robot conditionnée par ses dimensions

L'architecture globale du robot dit « à plans parallèles » est une chaîne en série de 4 solides : épaule (0), bras (1), avant-bras (2) et tige équipée du préhenseur (3).



Paramétrage : $\overline{OA} = L_1 \overline{X}_1$ ($L_1 = 406 \text{ mm}$) ; $\overline{AB} = L_2 \overline{X}_2$ ($L_2 = 394 \text{ mm}$)

Figure 7 : modélisation et paramétrage du robot préhenseur

Étude géométrique de l'implantation

Hypothèse : toutes les études géométriques de cette partie sont traitées dans le plan $(O, \bar{X}_0, \bar{Y}_0)$.

La productivité globale exigée par le client est de 800 produits surgelés déposés dans les boîtes à la minute. Actuellement, le robot le plus performant sur le marché a une cadence qui peut atteindre 200 coups (allers-retours) par minute. Ceci impose l'installation de quatre lignes d'emboîtement identiques pour soutenir la productivité demandée.

Chaque ligne possède un tunnel de surgélation dont le tapis de largeur 450 mm défile à une vitesse de $10 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$. À la sortie du tunnel, le tapis déborde de 450 mm.

Le tapis de sortie doit se situer dans la zone de travail du robot de telle sorte que celui-ci ait le temps de saisir tous les produits qui défilent. Malgré l'introduction en vrac des produits dans le tunnel, la situation la plus défavorable pour l'étude est une sortie simultanée de huit produits parfaitement alignés.

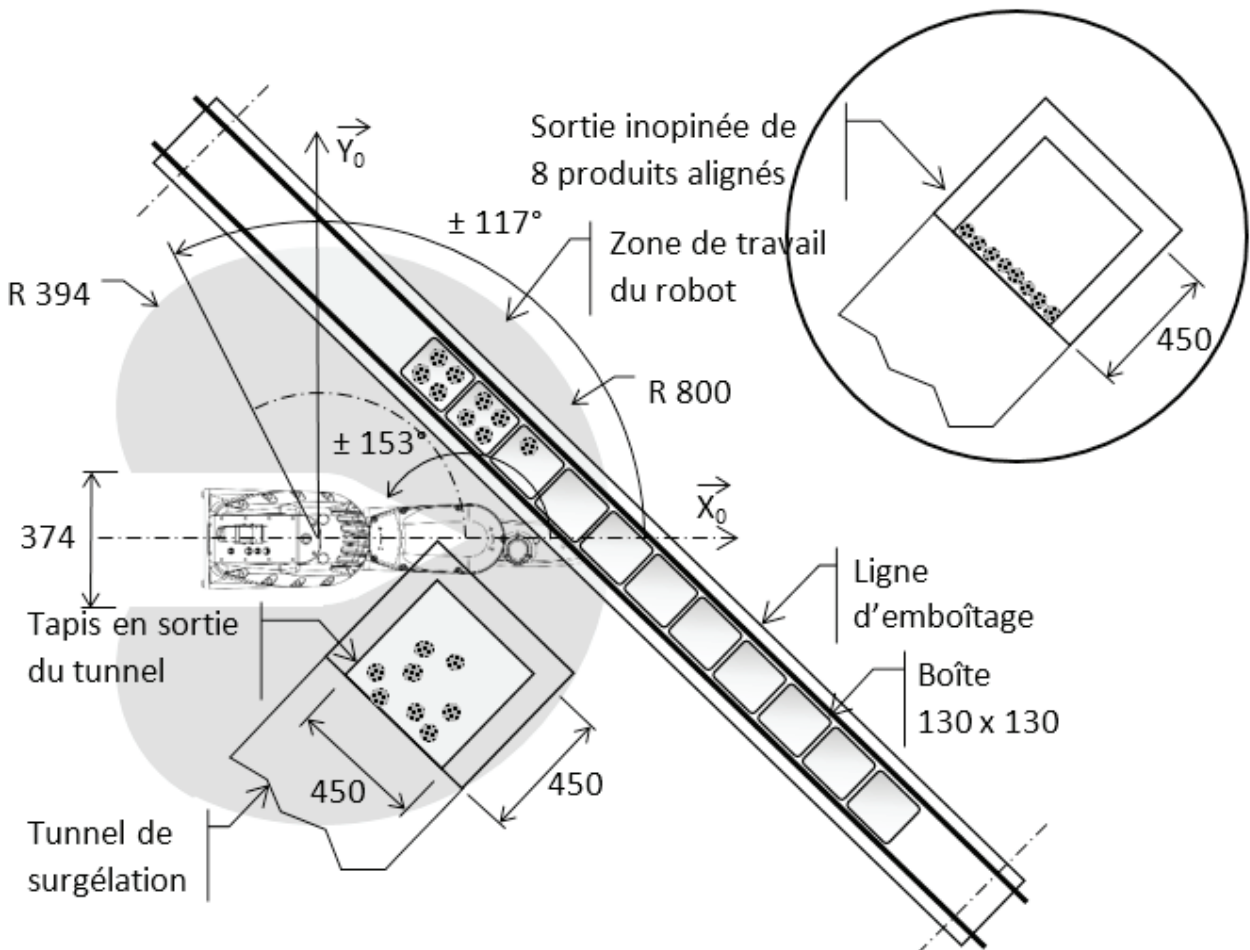


Figure 8 : zone de travail du robot et implantation des tapis d'amenée et d'évacuation

Question 1.1 Déterminer, dans la situation la plus défavorable, la distance parcourue par le tapis de surgélation pendant le temps nécessaire à mettre en boîte les 8 produits surgelés lorsqu'ils sont alignés.

Les boîtes transportées sur la bande de la ligne d'emboîtement ont une forme parallélépipédique de dimensions $130 \times 130 \times 110 \text{ mm}^3$. Le client souhaite que le fonctionnement de l'installation soit imposé par le tunnel de surgélation et soit continu en évitant toute dérive de flux dans les 3 postes : surgélation, emboîtement et évacuation. Pour assurer cette fluidité, les boîtes ne sont pas disposées de manière régulière sur le tapis et peuvent donc se toucher.

Question 1.2 Déterminer la vitesse de la bande transporteuse de la ligne d'évacuation des boîtes.

Question 1.3 Valider la configuration proposée sur la figure 8 en précisant les conditions nécessaires pour que le robot puisse saisir, déplacer et déposer selon la cadence imposée du client.

Étude de l'agilité du robot

Pour déplacer le palet surgelé saisi, les quatre axes sont mis en mouvement pour atteindre l'emplacement dans la boîte. Étant donné l'architecture du robot parallèle à axes rotatifs, deux configurations des axes 1 et 2 pour une même position de dépose sont possibles dans la plupart des cas.

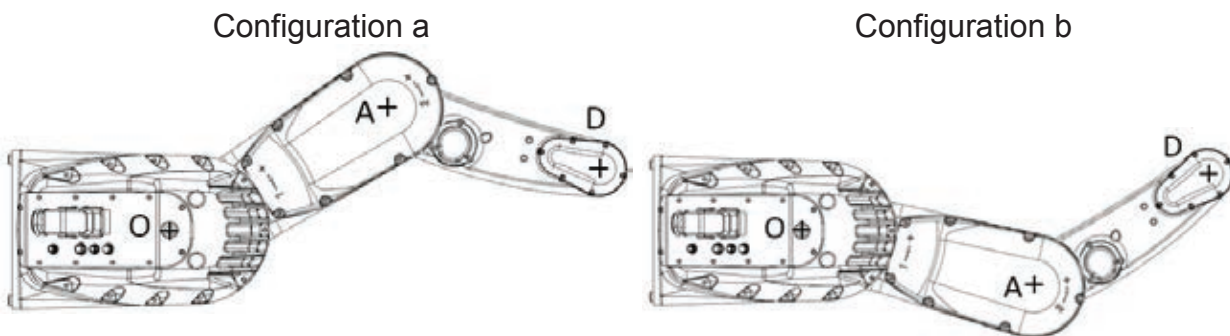


Figure 9 : deux configurations (a et b) permettant d'atteindre le même point de dépose D

Dans le plan $(O, \bar{X}_0, \bar{Y}_0)$, la position D du palet saisi par le préhenseur du robot est définie par les coordonnées (X, Y) et par les paramètres dimensionnels et angulaires définis sur la figure 7.

Question 1.4 Déterminer, dans le plan $(O, \bar{X}_0, \bar{Y}_0)$, la position du point de dépose D en fonction des paramètres de longueur L_1 et L_2 et des positions angulaires Θ_{10} et Θ_{21} .

Question 1.5 Donner, pour chaque configuration (a et b), les expressions des paramètres Θ_{10} et Θ_{21} pour la même position du point de dépose D ; c'est-à-dire $\Theta_{10}(a)$ et $\Theta_{21}(a)$ respectivement $\Theta_{10}(b)$ et $\Theta_{21}(b)$.

En supposant qu'il n'y a pas d'obstacle à contourner dans la zone de travail, la trajectoire entre le point de saisie et le point de dépose est libre. Les vitesses de rotation nominales du bras (1) par rapport à l'épaule (0) et de l'avant-bras (2) par rapport au bras (1) annoncés par le constructeur sont respectivement de $\dot{\theta}_{10} = 400^\circ \cdot s^{-1}$ et $\dot{\theta}_{21} = 1330^\circ \cdot s^{-1}$.

Configuration c « point de saisie »

Configuration d « point de dépose »

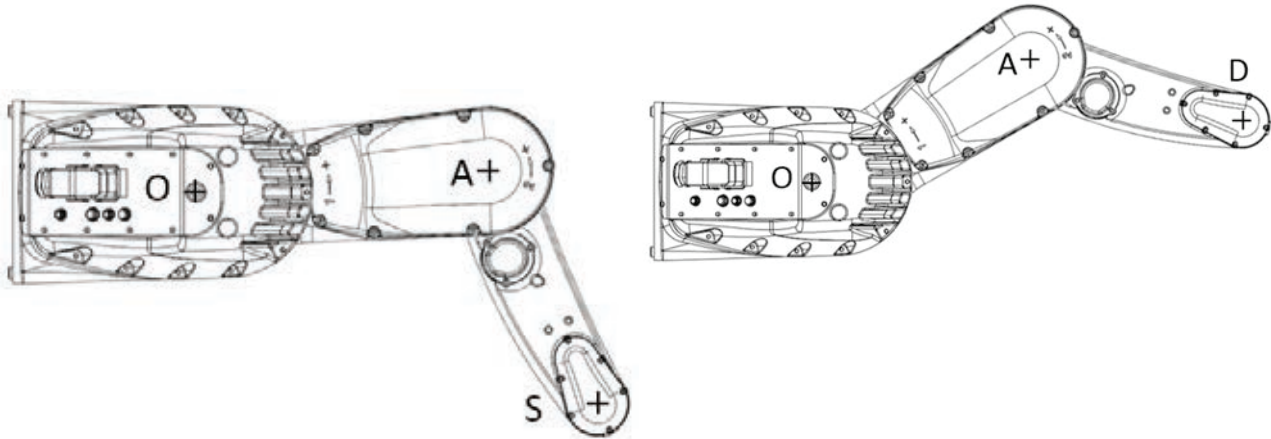


Figure 10 : transfert du point de saisie S (c) au point de dépose D (d)

Question 1.6 Élaborer l'algorithme de décision pour commander les axes 1 et 2 lors du déplacement du produit surgelé entre le point de saisie S et le point de dépose D permettant de choisir la configuration a ou b. Préciser les hypothèses nécessaires.

Pour la saisie et la dépose du palet, le préhenseur effectue une montée et une descente suivant l'axe vertical (B, \vec{Z}_3) qui doivent être rapides pour respecter la productivité attendue. Compte tenu de la gamme de produits surgelés, les boîtes peuvent atteindre une hauteur de 110 mm. La vitesse linéaire nominale du préhenseur par rapport à l'avant-bras est de $1,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et la course verticale est de 200 mm. Le préhenseur possède également un mouvement rotatif d'axe (B, \vec{Z}_3) , indépendant du mouvement de translation décrit précédemment. La vitesse de rotation nominale du préhenseur par rapport à l'avant-bras est de $2200^\circ \cdot \text{s}^{-1}$ et l'amplitude totale angulaire est de $\pm 500^\circ$ par rapport à \vec{Z}_2 .

Etude de la liaison globale et compacte L₃₂

La solution constructive de cette liaison est représentée dans le schéma suivant.

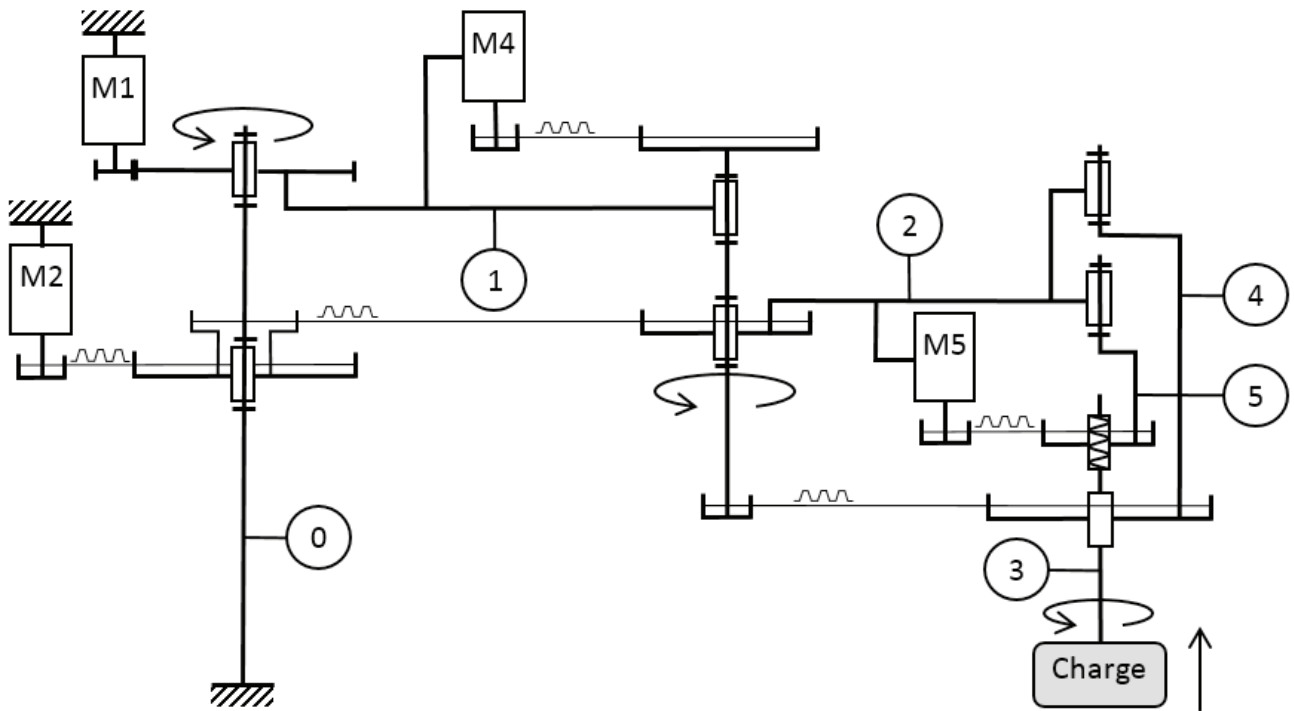


Figure 11 : schéma cinématique du robot 4 axes

La solution constructive de la liaison équivalente L_{32} est obtenue par un assemblage de composants standards décrits ci-dessous :

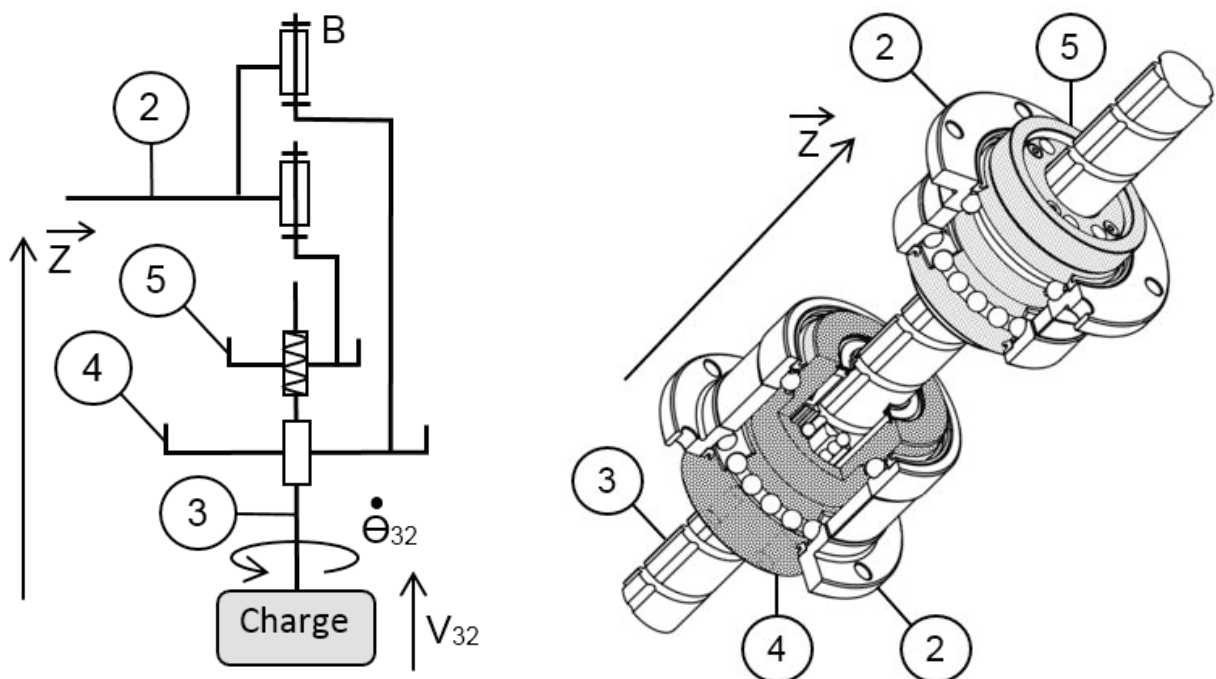


Figure 12 : détail du mécanisme de mise en mouvement du préhenseur (3) par rapport à l'avant-bras (2)

Le pignon cranté 4, animé par le moteur M_4 , a une vitesse de rotation N_4 par rapport à l'avant-bras 2. Le pignon cranté 5, animé par le moteur M_5 , a une vitesse de rotation N_5 par rapport à l'avant-bras 2. Le pas à droite p de la liaison hélicoïdale est de $20 \text{ mm} \cdot \text{tr}^{-1}$.

- Question 1.7** Rappeler l'expression du torseur caractérisant le comportement cinématique de la liaison globale L_{32} en utilisant le paramétrage de la figure 7.
- Question 1.8** Représenter le graphe des liaisons impliquant les ensembles cinématiques 2, 3, 4 et 5 en définissant toutes les liaisons. Nommer la structure du graphe et en déduire le torseur cinématique $\mathcal{V}_{3/2}$ équivalent de la liaison L_{32} .
- Question 1.9** Déterminer la relation qui lie la vitesse de rotation $\dot{\theta}_{32}$ du préhenseur 3 par rapport à l'avant-bras 2 en fonction des vitesses de rotation N_4 et N_5 , ainsi que la vitesse de translation V_{32} du préhenseur 3 par rapport à l'avant-bras 2.
- Question 1.10** Conclure sur les avantages d'une telle architecture structurale de robot pour satisfaire une productivité élevée.

2. Exigence de grande performance de positionnement

Objectif : évaluer la criticité des défauts géométriques autorisés lors de la conception détaillée et induits par le procédé d'obtention de l'avant-bras sur le bon positionnement du préhenseur pour la saisie ou la dépose du produit à déplacer.

Hypothèses : Dans cette partie, toutes les liaisons seront supposées sans jeu et les pièces indéformables.

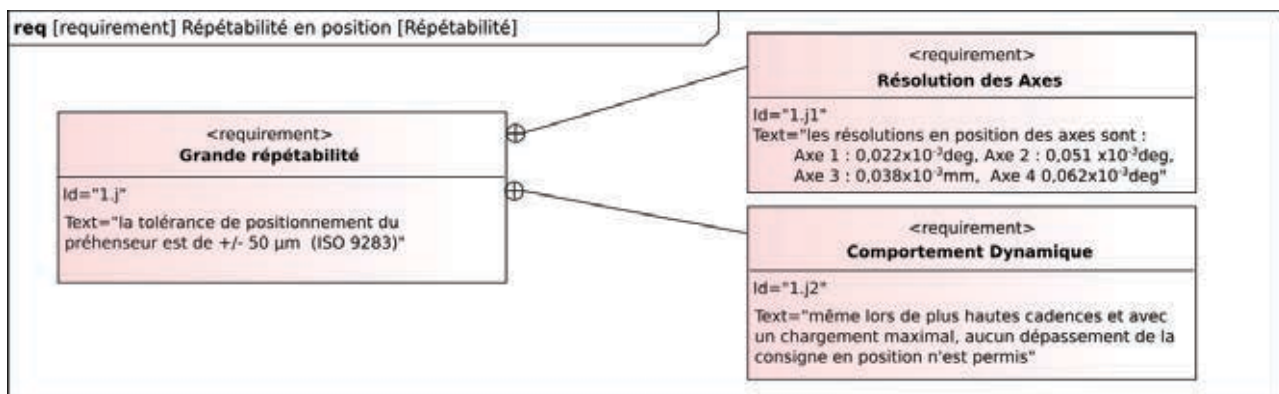


Figure 13 : extrait du diagramme partiel concernant l'exigence de répétabilité en position

Le constructeur ne donne qu'une seule information sur la précision du robot choisi. Il s'agit de la répétabilité définie selon la norme ISO 9283 qui définit les critères de performance (exactitude de position, répétabilité de pose) et les méthodes d'essai correspondantes. La valeur de la répétabilité est déterminée statistiquement par le rayon de la sphère dans laquelle se trouvent les 30 points de mesure. Cette donnée est essentielle dans le cas d'un fonctionnement du robot qui transfère un produit entre 2 points fixes (pick and place). Or un autre critère important est l'exactitude de position qui est utile dans le cas d'un fonctionnement du robot saisissant des produits en mouvement (tracking). C'est le cas du poste d'emboîtement de palets surgelés chez le client.

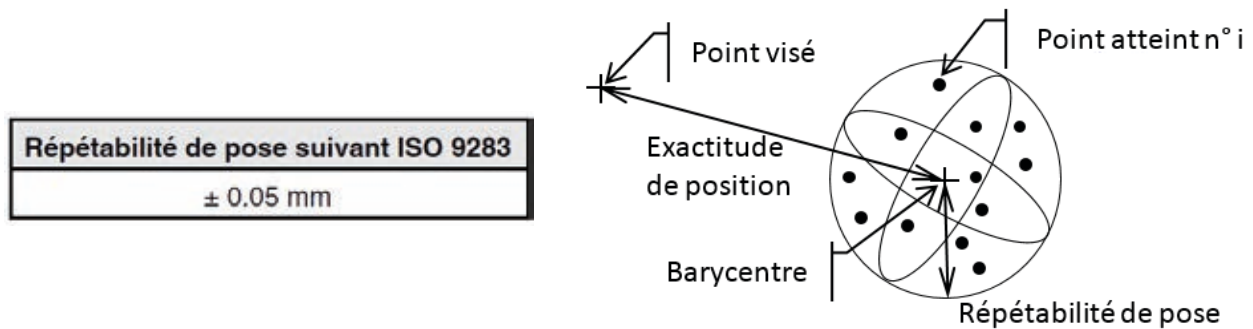


Figure 14 : défauts de positionnement du robot par rapport au point visé

L'étude suivante est centrée sur l'exactitude de position du préhenseur et sur les éléments géométriques du robot qui influent sur cette caractéristique afin d'assurer une saisie et une dépose précises du palet surgelé à la volée.

Les deux erreurs ΔL_1 et ΔL_2 sur les distances respectives L_1 et L_2 (voir figure 7) sont déterminées à partir d'un étalonnage lors de l'installation du robot. Elles sont ensuite utilisées comme données paramétrées du directeur de commande du robot. Les déplacements du préhenseur sont alors calculés avec les valeurs réelles de L_1 et L_2 . Si la structure du robot ne se déforme pas, le positionnement est alors précis.

Une attention particulière est portée sur la définition géométrique de l'avant-bras 2, particulièrement sur la qualité géométrique (position, orientation, forme) des surfaces fonctionnelles participant aux liaisons L_{21} et L_{32} .

Effectivement le bon positionnement du préhenseur dépend de la précision des déplacements angulaires Θ_{10} , Θ_{21} et de la translation de la tige de l'axe 3, mais également de la qualité de l'orientation des différentes liaisons.

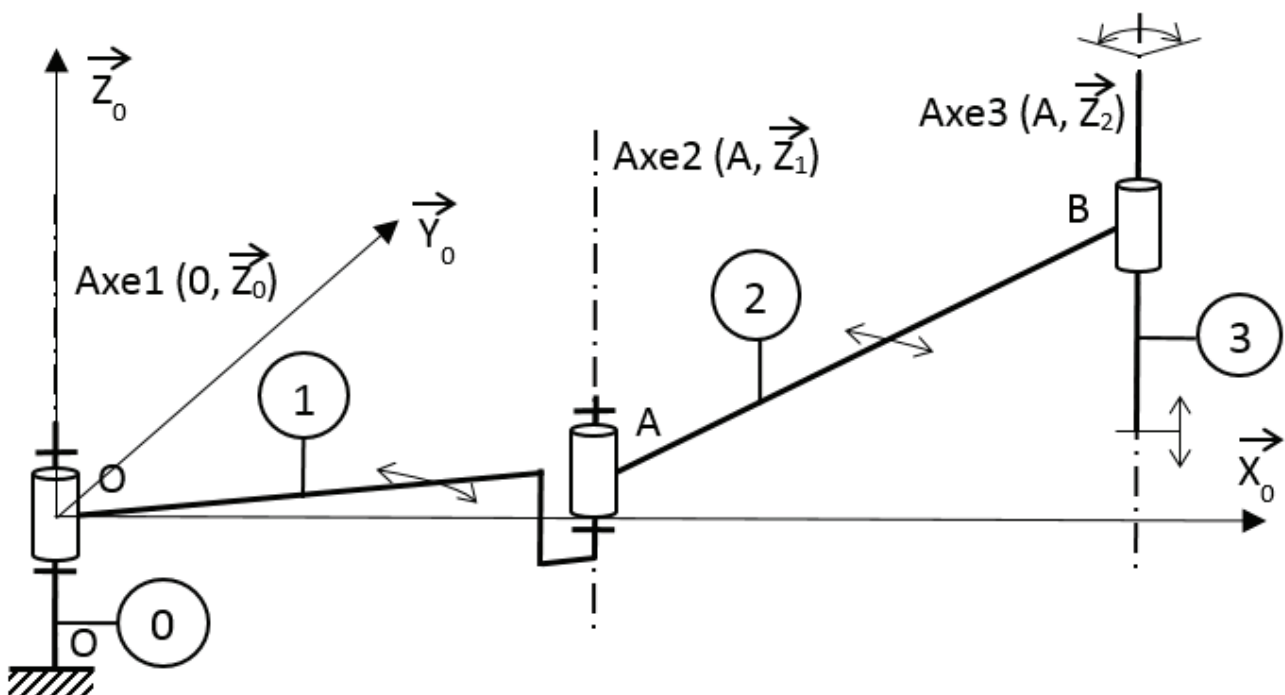


Figure 15 : schéma cinématique minimal du robot préhenseur.

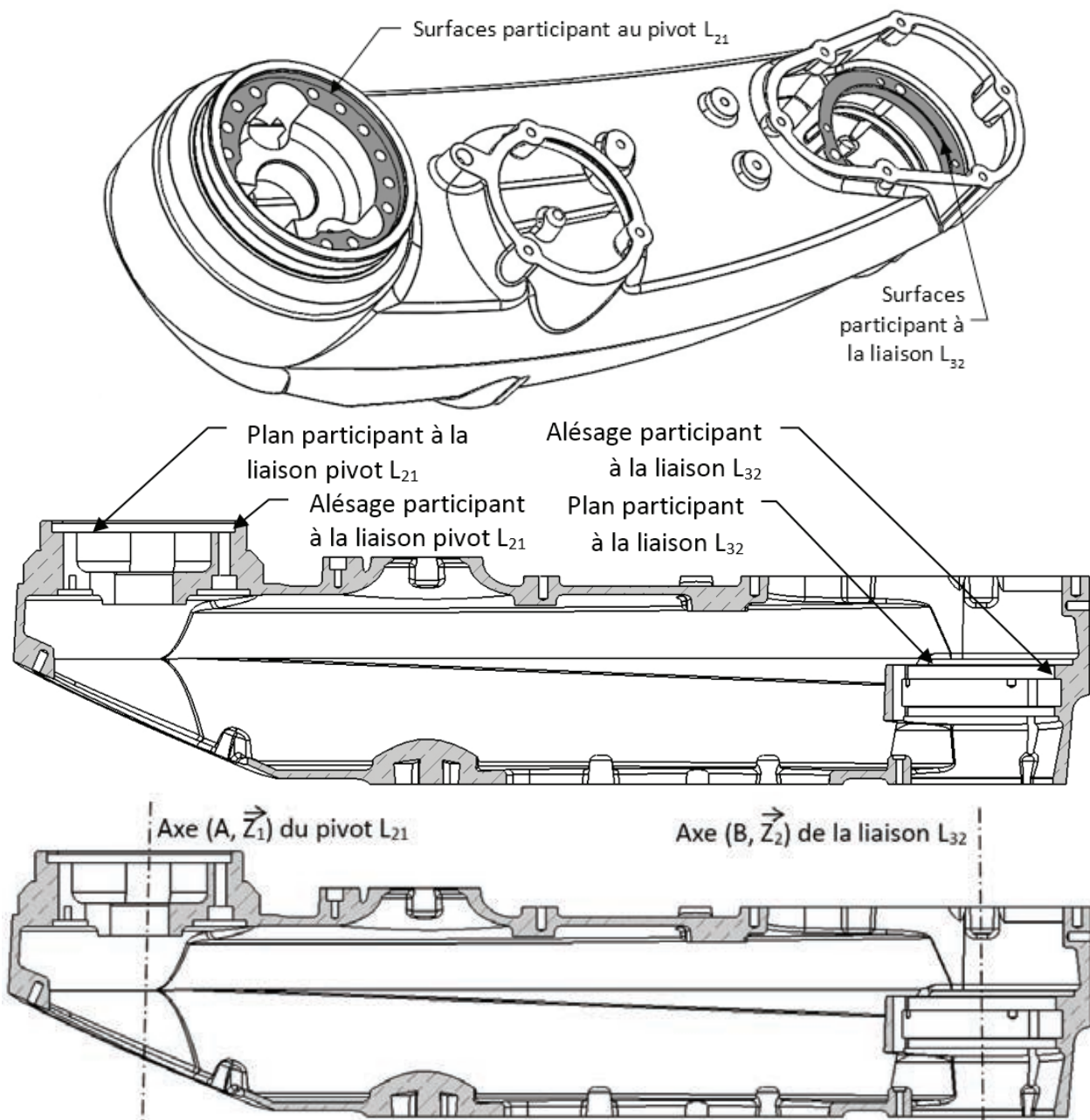


Figure 16 : Groupes fonctionnels des liaisons L_{21} et L_{32} de l'avant-bras

- Question 2.1** Montrer par un schéma dans le plan $(A, \bar{X}_2, \bar{Z}_2)$ qu'un défaut d'orientation de l'axe de la liaison L_{32} par rapport à l'axe de la liaison L_{21} influe sur le positionnement du préhenseur. Estimer l'écart de positionnement en prenant des valeurs réalistes de défaut d'orientation et une course de la tige de l'axe 3 de 200 mm. Comparer cette estimation avec la valeur de répétabilité exigée de $\pm 0,05$ mm.
- Question 2.2** Donner, en le justifiant, la surface fonctionnelle, alésage ou plan, qui est prépondérante dans la caractérisation de la liaison pivot L_{21} et de la liaison L_{32} .

- Question 2.3** Désigner la spécification géométrique qu'il convient d'écrire pour imposer une bonne orientation de l'axe de la liaison L_{32} par rapport à l'axe de la liaison L_{21} . Écrire le torseur de petits déplacements caractérisant ce défaut d'orientation.
- Question 2.4** En déduire l'expression globale du défaut d'orientation que peut avoir l'ensemble cinématique (3) par rapport à l'épaule (0).
- Question 2.5** À partir des surfaces fonctionnelles participant à la liaison pivot L_{21} , définir la référence spécifiée et la zone de tolérance (forme, taille, situation) de l'élément tolérancé appartenant à la liaison L_{23} .
- Question 2.6** Sur le document réponse DR1, compléter le tolérancement géométrique partiel des deux groupes fonctionnels participant aux liaisons L_{12} et L_{23} en ajoutant des spécifications supplémentaires pour tenir compte de la distance entre les deux axes (A, \vec{Z}_1) et (B, \vec{Z}_2) .

Les spécifications géométriques devront être respectées lors de la fabrication de l'avant-bras. Ce dernier est usiné à partir d'un brut moulé en alliage d'aluminium. Compte tenu de la qualité géométrique demandée, un soin particulier doit être accordé au choix du processus de fabrication.

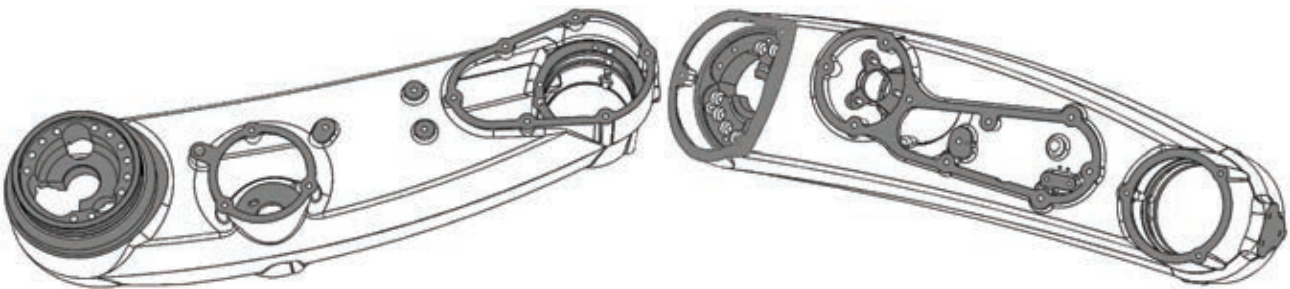


Figure 17 : surfaces usinées du corps d'avant-bras (2)

- Question 2.7** Lister les avantages d'une gamme ne nécessitant pas de démonter la pièce au cours de l'usinage des surfaces fonctionnelles.
- Question 2.8** Définir un type et une architecture de centre d'usinage capable de réaliser l'usinage de toutes les surfaces fonctionnelles en une seule phase et placer sur le document DR2 les axes du centre d'usinage par rapport à la pièce à usiner.
- Question 2.9** Proposer sur le document DR2, conformément à la première partie de la norme NF E 04-013, un posage du brut moulé de l'avant-bras permettant de réaliser l'usinage de toutes les surfaces fonctionnelles en une seule phase (sans démontage).

Après l'usinage, un contrôle géométrique de la pièce est effectué avec une machine à mesurer tridimensionnelle de type portique équipée d'un logiciel de traitement des points palpés. Une des spécifications géométriques à contrôler est le parallélisme entre les deux plans circulaires qui orientent les axes d'articulation des liaisons L_{21} et L_{23} .

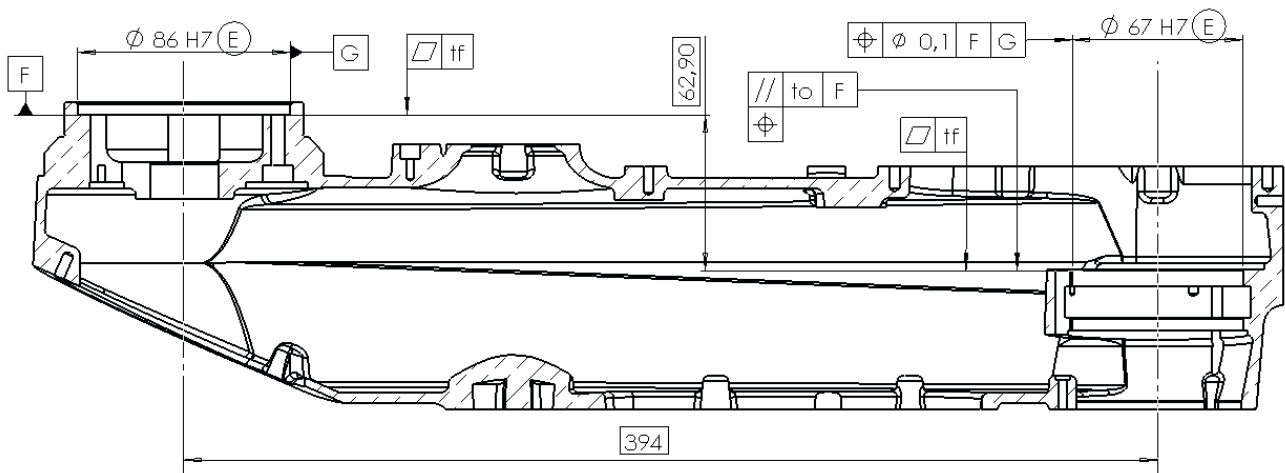


Figure 18 : proposition de cotation partielle de l'avant-bras (2)

Le palpé des deux plans s'effectue avec un capteur de type « cinématique » équipé d'un stylet avec une bille de diamètre 2 mm. Les coordonnées des points palpés sur les plans réels sont acquises automatiquement par un ordinateur dédié dans lequel est implanté un logiciel de traitement. Les données sont caractérisées par les coordonnées dans un repère de mesure $R_m (O_m; \vec{X}_m, \vec{Y}_m, \vec{Z}_m)$ des points palpés :

- plan de référence $F = \{M_i (x_{mi}, y_{mi}, z_{mi}) ; 0 \leq i \leq 12\}$;
- plan tolérancé $\{P_i (x_{pi}, y_{pi}, z_{pi}) ; 0 \leq i \leq 12\}$.

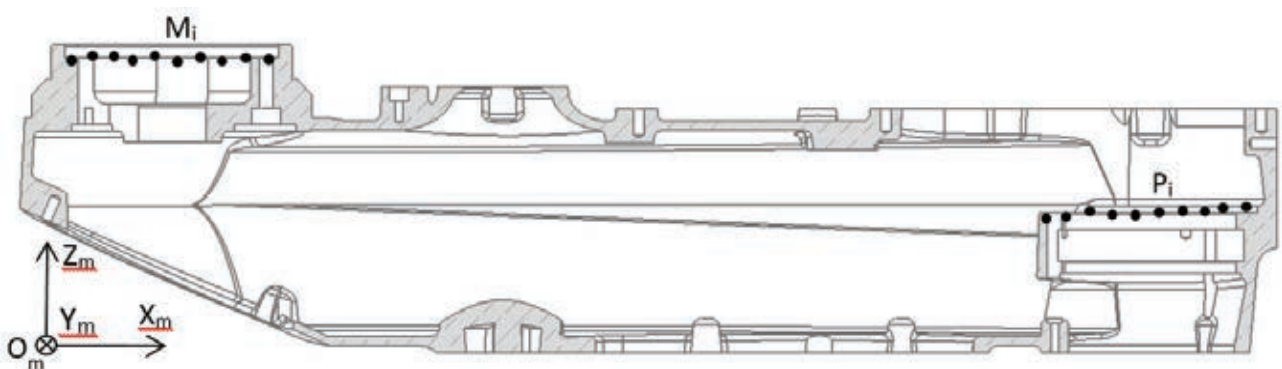


Figure 19 : situation des points palpés pour le contrôle de conformité

Pour faire un contrôle final de conformité du produit il est nécessaire de préparer une gamme des opérations de mesure, de constructions géométriques et de tests de validité.

Question 2.10 Compléter le document réponse DR2 pour exprimer la signification de la spécification de parallélisme suivant la norme GPS.

Question 2.11 La même surface fonctionnelle est l'objet d'une spécification de forme. Justifier la pertinence de l'écriture simultanée de ces deux spécifications. On pourra comparer les valeurs de T_o et T_f .

Question 2.12 Choisir une méthode de mesure (construction à partir d'éléments géométriques théoriques ou méthode ensembliste) de la spécification de parallélisme et proposer la gamme de mesure tridimensionnelle correspondante en décrivant le mode opératoire à partir de la saisie des

points palpés M_i et P_i dans le cas d'un contrôle de conformité. Justifier notamment :

- le nombre de points palpés par éléments ;
- leurs positions ;
- la construction ou non d'éléments géométriques parfaits ;
- les critères d'association aux nuages de points le cas échéant ;
- les valeurs critiques qui doivent être contrôlées.

Question 2.13 En conclusion de cette étude, proposer des solutions qui permettent de réduire ou de s'affranchir des défauts géométriques des liaisons en série L_{10} , L_{21} et L_{32} dans le but d'atteindre le point visé avec la meilleure précision possible.

3. Performance dynamique et exigence de cadence

Objectif : vérifier que le fonctionnement à haute cadence est possible sans détériorer les performances de positionnement du préhenseur ou la durée de vie du robot.

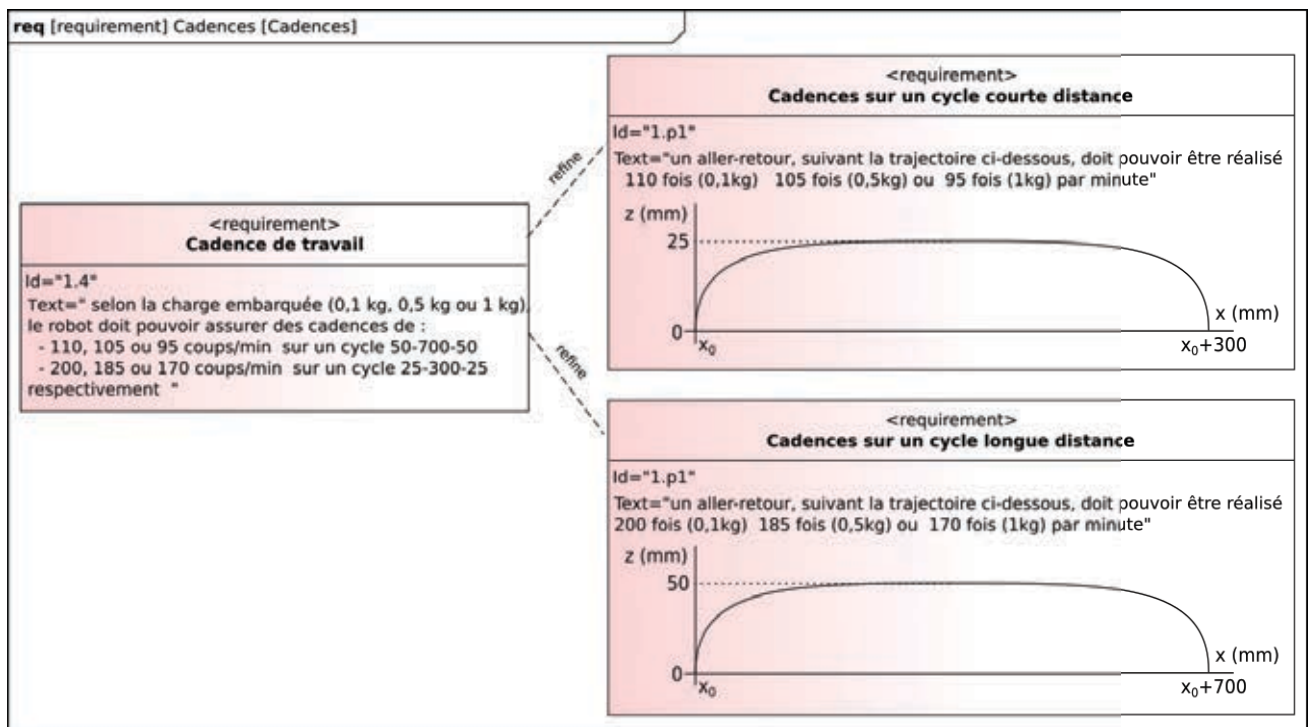


Figure 20 : extrait du diagramme partiel concernant l'exigence de cadence de travail. Sur les graphes, les axes z et x désignent respectivement des déplacements linéaires vertical (axe 4) et horizontal (combinaison des axes 1 et 2).

Hypothèses : dans toute cette partie, les solides sont indéformables et les liaisons parfaites. On s'appuiera sur la modélisation et le paramétrage de la figure 7.

	Vitesse maximale		Accélération maximale	
Axe 1	$\dot{\theta}_{10}$ (deg.s ⁻¹)	600	$\ddot{\theta}_{10}$ (deg.s ⁻²)	7000
Axe 2	$\dot{\theta}_{21}$ (deg.s ⁻¹)	1600	$\ddot{\theta}_{21}$ (deg.s ⁻²)	16000
Axe 3	V_{32} (mm.s ⁻¹)	1790	\dot{V}_{32} (mm.s ⁻²)	NC
Axe 4	$\dot{\theta}_{32}$ (deg.s ⁻¹)	2850	$\ddot{\theta}_{32}$ (deg.s ⁻²)	44000

Tableau 1 : vitesses et accélérations maximales de chacun des axes

Validation de la vitesse et de l'accélération maximales nécessaires au fonctionnement à haute cadence sur l'axe Z.

Les cadences atteignables par le robot sont évaluées sur des cycles types, désignés 25-300-25 ou 50-700-50 et définis sur l'extrait du diagramme des exigences de la figure 20.

Question 3.1 En vous appuyant sur le tableau 1 et en supposant que les accélérations et décélérations sont constantes, compléter les chronogrammes d'un cycle sur le document réponse DR4.

Question 3.2 A l'aide du chronogramme, exprimer la vitesse verticale maximale \dot{z}_{Max} et l'accélération \ddot{z}_{Max} qui permettent de satisfaire les cadences exigées en fonction du temps de cycle t_{cycle} et de la course Z_{Max} .

Question 3.3 Dans le cas d'un chargement maximal, vérifier que la vitesse maximale de l'axe 3 V_{32} annoncée par le constructeur permet de satisfaire les cadences et calculer la valeur de l'accélération \dot{V}_{32} maximale nécessaire.

Détermination des efforts dynamiques subis par l'avant-bras en phase d'accélération ou de décélération.

Dans cette partie, on supposera que :

- le préhenseur déplace un produit dont la masse M est de 1 kg et le centre d'inertie G_M se situe sur l'axe (B, \vec{Z}_3) et à une distance h de 300 mm du plan $(O, \vec{X}_2, \vec{Y}_2)$;
- les solides liés à l'axe 3 et la charge transportée sont considérés comme des masses ponctuelles ;
- les masses des solides 1 et 2 sont définies respectivement par m_1 et m_2 et sont centrées sur G_1 et G_2 ;
- l'ensemble des solides liés à l'axe 3 a une masse $m_3 = 3,95$ kg centrée en G_3 ;
- les distances entre axes sont rappelées $L_1 = 406$ mm et $L_2 = 394$ mm ;
- les composants des axes 3 et 4 sont immobilisés par rapport à l'avant-bras 2 ;
- le repère $(O, \vec{X}_0, \vec{Y}_0, \vec{Z}_0)$ est un référentiel galiléen ;
- θ_{10} désigne la rotation du solide 1 par rapport au bâti fixe 0, θ_{21} la rotation de l'avant-bras 2 par rapport au solide 1, et θ_{20} la rotation de l'avant-bras 2 par rapport au bâti fixe 0.

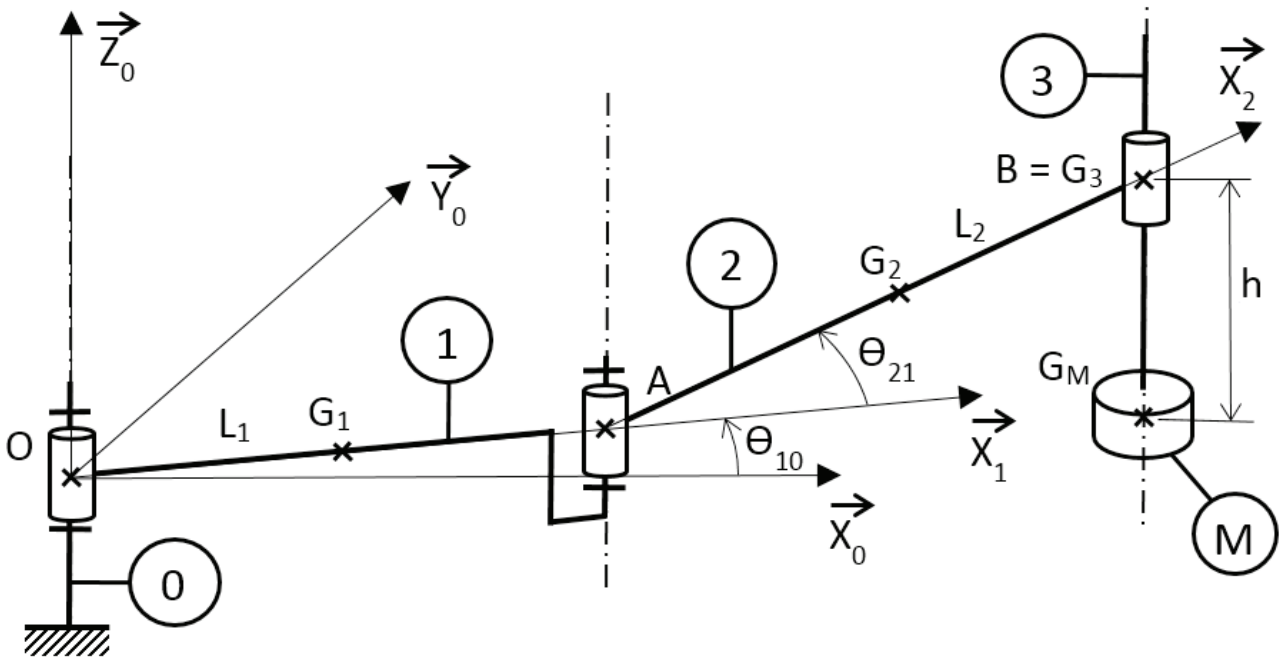


Figure 21 : caractéristiques d'inertie des éléments du robot

Question 3.4 Donner, sans faire l'intégralité des calculs, la démarche qui permet de calculer l'effort dynamique sur l'avant-bras pendant la phase d'accélération du produit à déplacer (seuls les axes 1 et 2 sont animés d'un mouvement de rotation).

Une étude dynamique donne les résultats suivants sur les composantes des efforts dans la liaison L_{23} en projection dans la base du repère $(A, \bar{X}_2, \bar{Y}_2, \bar{Z}_2)$:

$$\begin{aligned}
 X_{2 \rightarrow 3} &= (M + m_3) \cdot (-L_2 \ddot{\theta}_{20} - L_1 \dot{\theta}_{10}^2 \cos \theta_{21} + L_1 \ddot{\theta}_{10} \sin \theta_{21}) \\
 Y_{2 \rightarrow 3} &= (M + m_3) \cdot (L_2 \ddot{\theta}_{20} + L_1 \ddot{\theta}_{10} \cos \theta_{21} + L_1 \dot{\theta}_{10}^2 \sin \theta_{21}) \\
 Z_{2 \rightarrow 3} &= (M + m_3) g \\
 L_{2 \rightarrow 3} &= Mh \cdot (L_2 \ddot{\theta}_{20} + L_1 \ddot{\theta}_{10} \cos \theta_{21} + L_1 \dot{\theta}_{10}^2 \sin \theta_{21}) \\
 M_{2 \rightarrow 3} &= Mh \cdot (L_2 \ddot{\theta}_{20} - L_1 \ddot{\theta}_{10} \sin \theta_{21} + L_1 \dot{\theta}_{10}^2 \cos \theta_{21}) \\
 N_{2 \rightarrow 3} &= 0
 \end{aligned}$$

Question 3.5 Indiquer, parmi les composantes de l'effort exercé à l'extrémité B de l'avant-bras (2), celles qui ont un effet important sur la déformée de l'avant-bras et justifier la réponse.

Question 3.6 Pour évaluer l'effort maximal qui est exercé à l'extrémité B de l'avant-bras (2), choisir l'angle θ_{21} qui maximise la valeur des composantes les plus influentes sur la déformée et calculer numériquement la valeur des composantes de l'effort exercé à l'extrémité de l'avant-bras (2).

Déformée et contraintes induites par les effets dynamiques

Les analyses qui suivent visent à vérifier, à l'aide de simulations numériques, que les choix de conception ne mettent pas en péril les exigences de précision de positionnement ou de durée de vie du robot.

L'étude porte plus particulièrement sur les effets induits sur le corps de l'avant-bras pendant la phase de décélération à l'approche du point visé, lors d'un cycle typique de notre application d'emboîtement de palets surgelés.

Les résultats suivants sont issus d'une simulation par éléments finis sur le corps de l'avant-bras. La pièce en alliage d'aluminium au silicium a été maillée avec des tétraèdres interpolant les arêtes de manière parabolique. Le matériau est supposé homogène, élastique-plastique et isotrope.

Masse volumique	Module de Young	Module de Poisson	Limite élastique	Résistance à la traction	Limite de fatigue	Allongement à la rupture
$2,65 \times 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$	76 Gpa	0,33	220 Mpa	260 Mpa	93 Mpa	2,5%

Tableau 2 : caractéristiques de l'aluminium AlSi10Mg – série 43100 – trempé revenu

Les déplacements sur les surfaces fonctionnelles de la liaison L_{12} sont bloqués. Deux cas de chargement sont considérés de manière indépendante :

Chargement 1 :

- Efforts dans la liaison L_{23} dus à l'accélération de l'ensemble cinématique $E = \{\text{axe 3} + \text{préhenseur} + \text{charge}\}$ et à l'action de pesanteur due à la masse de l'ensemble E . On supposera que la masse de l'ensemble E engendre une action de 50 N selon (B, \vec{Z}_2) et que l'effort dynamique dû à l'accélération est de 100 N selon (B, \vec{Y}_2) ;

Chargement 2 :

- Efforts dynamiques dus à la répartition de la masse dans la pièce lors de la décélération de l'avant-bras. La pièce est en rotation autour de (A, \vec{Z}_2) à une vitesse nominale de $\dot{\theta}_{21} = 22 \text{ deg}\cdot\text{s}^{-1}$, l'accélération angulaire est de $\ddot{\theta}_{21} = -4414 \text{ deg}\cdot\text{s}^{-2}$.

L'annexe 2 donne pour chaque cas de chargement les résultats de la déformée et de l'état de contrainte. La déformée est représentée par une échelle de couleurs correspondant aux normes des déplacements des nœuds du maillage. Il en est de même pour les contraintes qui sont calculées selon le critère de Von Mises.

Question 3.7 En comparant les déplacements et les contraintes induits par chacun des deux chargements (figure 1 de l'annexe 2), identifier le chargement le plus critique.

Question 3.8 On souhaite désormais considérer la combinaison des deux chargements. Dire si l'on peut superposer les résultats obtenus et donc raisonner sur la somme des quantités d'intérêts.

Question 3.9 Situer, à l'aide de figure 2 de l'annexe 2, les parties de la pièce subissant les plus fortes contraintes selon la simulation du comportement sous chargement cumulé (1+2). Dire si ce résultat pouvait être anticipé.

- Question 3.10** Justifier la géométrie actuelle de l'avant-bras et proposer, si nécessaire, des modifications adéquates de la forme.
- Question 3.11** Calculer le rapport entre les contraintes maximales et les caractéristiques mécaniques garantissant l'intégrité de la pièce (voir tableau 2). Conclure quant au lien entre les contraintes mises en jeu par le cumul des deux chargements et la satisfaction de l'exigence de durée de vie du robot.
- Question 3.12** Commenter la carte des déplacements des nœuds du maillage (figure 2 de l'annexe 2). Dire si ces déplacements, induits lors de la décélération, mettent en péril la satisfaction de l'exigence d'exactitude de positionnement du robot.
- Question 3.13** Proposez des applications pour lesquelles de telles déformations pourraient être particulièrement pénalisantes.

Le bureau d'étude, dans une démarche plus globale, conclut sur la nécessité de concevoir un corps d'avant-bras suffisamment rigide, mais surtout dont la masse soit minimale. Le choix du matériau est donc essentiel.

4. Minimisation des effets dynamiques : optimisation du couple matériau–procédé du corps de l'avant-bras

Objectif : proposer un couple matériau-procédé pour l'avant-bras minimisant sa masse tout en garantissant les exigences principales.

Lors d'une utilisation à haute cadence, le robot subit des effets dynamiques, sources de déformations et de contraintes répétées qui nuisent à la précision de positionnement ainsi qu'à la durée de vie des composants. Afin de minimiser ces effets, il est proposé de travailler à l'optimisation simultanée du choix de matériau et des procédés d'obtention du corps de l'avant-bras.

- Question 4.1** Justifier la focalisation sur cette pièce et non sur l'ensemble des composants de l'avant-bras ou même du robot préhenseur.
- Question 4.2** À l'aide du diagramme d'Ashby du document réponse DR5, donner quatre matériaux qui satisfont cette optimisation de manière quasi équivalente à l'alliage d'aluminium au silicium. Justifier ce choix par en faisant apparaître les constructions sur le diagramme.

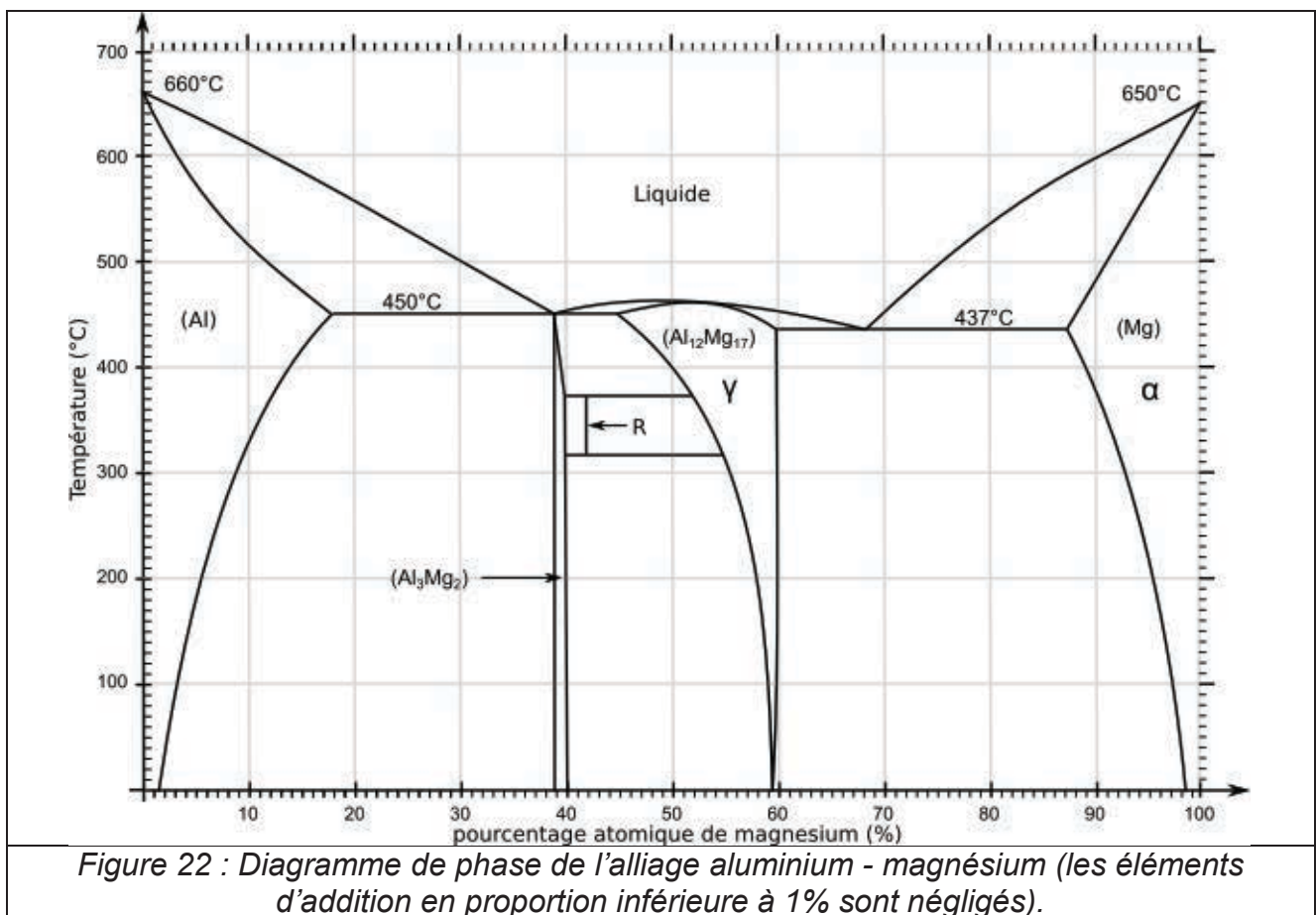
Afin notamment de minimiser l'encombrement, les corps des bras et avant-bras sont conçus pour envelopper au plus près les composants de chaque ensemble, les isoler de l'environnement agressif, et satisfaire le compromis rigidité/légèreté. On choisit donc de les réaliser par un procédé de fonderie ou injection.

- Question 4.3** Justifier, en utilisant le deuxième diagramme d'Ashby du document réponse DR6, le fait que le constructeur propose deux variantes de robots, l'un avec un corps d'avant-bras en alliage d'aluminium, l'autre en alliage de magnésium.

Le corps de l'avant-bras est originellement fabriqué en alliage d'aluminium moulé par injection. Les surfaces fonctionnelles sont ensuite usinées. Pour la réalisation du corps d'avant-bras en alliage de magnésium, le moulage en sable a été retenu.

Question 4.4 Sur deux croquis en parallèle, schématiser le principe de ces deux techniques de fonderie et situer la silhouette de la pièce, son orientation, les systèmes d'alimentation et de remplissage, s'il y a lieu. Donner les avantages et inconvénients de ces solutions.

L'impact énergétique du moulage au sable est essentiellement lié à la mise et au maintien en fusion de l'alliage. Or, pour augmenter la fluidité de l'alliage pour le bon remplissage de l'empreinte, et donc pour réaliser des parois minces, la température de coulée est généralement plus élevée que celle de fusion (x 1,3).



Question 4.5 À l'aide du diagramme de phase aluminium - magnésium, déterminer la composition de l'alliage qui minimise l'impact énergétique et nommer cette composition.

Question 4.6 Donner le nombre et la nature des phases présentes à température ambiante pour cet alliage de magnésium et déterminer la proportion de chacune des phases en présence.

La présence de phase γ ($Mg_{17}Al_{12}$), très rigide, induit une perte de ductilité préjudiciable. Il est donc préférable de maintenir la proportion de phase γ inférieure à 20%.

Question 4.7 Proposer un alliage qui garantit moins de 20% de phase γ et qui minimise le coût énergétique de la coulée. Expliciter la démarche en recopiant à main levée la partie pertinente du diagramme d'équilibre aluminium - magnésium (Mg-Al).

La phase α (Mg) est souple, alors que la phase γ ($Mg_{17}Al_{12}$) est très rigide. À l'état brut de coulée, la microstructure en peau de pièce présente des dendrites bien définies. On obtient donc des domaines intégralement en une phase ou une autre. Cette micro-hétérogénéité provoque une perte de ductilité, et une baisse de la contrainte de seuil de plasticité.

Il serait souhaitable de générer dans la matière une organisation plus fine : une structure lamellaire $\alpha-\gamma$.

Pour cela, il faut concevoir un traitement thermique qui permette de mettre en solution solide tout ou partie de l'aluminium dans la phase α dans un premier temps puis sur un temps plus long de favoriser la mobilité des espèces.

Question 4.8 Proposer sous la forme d'un graphe temps/température, un traitement thermique qui puisse convenir pour un alliage AZ91. Préciser les températures, les taux de chauffage ou de refroidissement ($^{\circ}\text{C}/\text{min}$) et les temps de maintien.

Question 4.9 A l'aide du tableau 2 des caractéristiques mécaniques de l'aluminium AISi10Mg – série 43100 et des caractéristiques mécaniques de l'alliage de magnésium en fonction de son état métallurgique (annexe 1.6), justifier la nécessité de revenir sur le dimensionnement par simulation numérique de la pièce.

Une nouvelle simulation numérique est menée en supposant que l'avant-bras est constitué d'un alliage de magnésium homogène, isotrope et élasto-plastique. Le chargement appliqué est identique au précédent (cumul des chargements 1 et 2 définis page 17). Les résultats sont reproduits sur la figure 3 de l'annexe 2.

Question 4.10 Vérifier, en se référant aux résultats de simulation dans l'annexe 2 et aux caractéristiques des matériaux dans l'annexe 1, que l'intégrité de la pièce et la grande précision de positionnement ne sont pas mises en péril par le comportement du corps d'avant-bras en alliage de magnésium lors d'un fonctionnement à haute cadence.

Question 4.11 Sachant que la géométrie du brut est restée identique, calculer le pourcentage de gain en masse réalisé et justifier l'intérêt d'un tel gain.

5. Synthèse

Le sujet porte sur quatre études qui permettent de mettre en évidence les points positifs des solutions constructives mécaniques mais aussi les défauts géométriques et les résistances dues aux matériaux et interrogent le concepteur sur les solutions d'optimisation à trouver.

Question 5.1 À partir des activités réalisées, réaliser une synthèse sous la forme d'une carte mentale qui lie les éléments d'étude et leurs relations.

Nom de famille :

(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)

**Prénom(s) :****Numéro
Inscription :****Né(e) le :**

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

(Remplir cette partie à l'aide de la notice)

Concours / Examen : **Section/S spécialité/Série :****Epreuve :** **Matière :** **Session :****CONSIGNES**

- Remplir soigneusement, sur CHAQUE feuille officielle, la zone d'identification en MAJUSCULES.
- Ne pas signer la composition et ne pas y apporter de signe distinctif pouvant indiquer sa provenance.
- Numéroter chaque PAGE (cadre en bas à droite de la page) et placer les feuilles dans le bon sens et dans l'ordre.
- Rédiger avec un stylo à encre foncée (bleue ou noire) et ne pas utiliser de stylo plume à encre claire.
- N'effectuer aucun collage ou découpage de sujets ou de feuille officielle. Ne joindre aucun brouillon.

EAE SIM 3

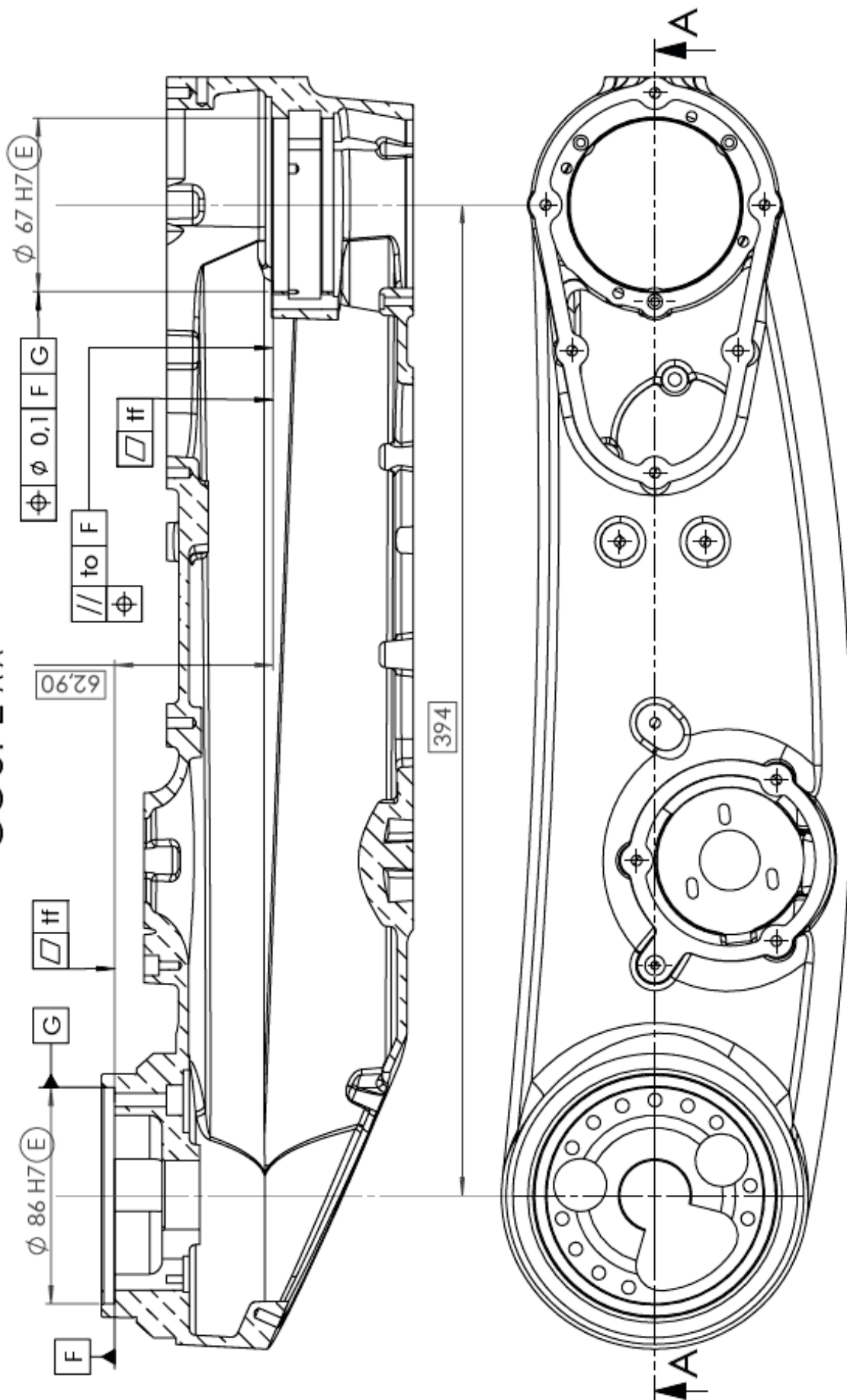
DR1 - DR2

**Tous les documents réponses sont à rendre,
même non complétés.**

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

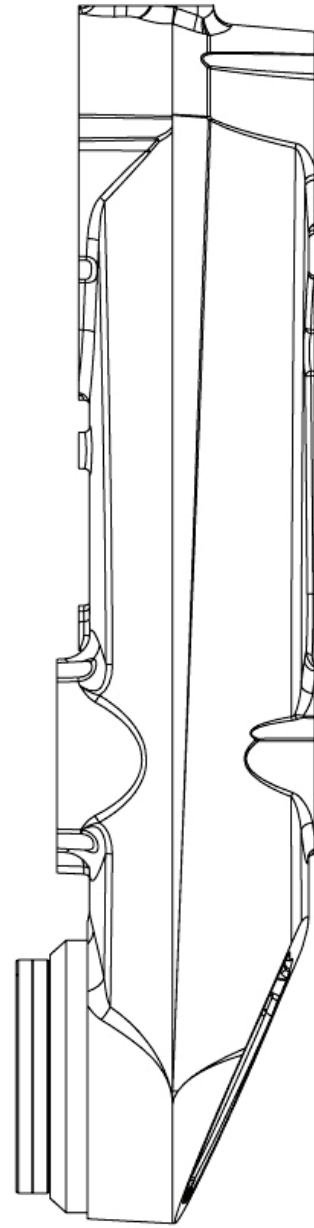
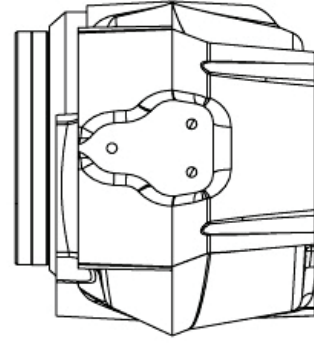
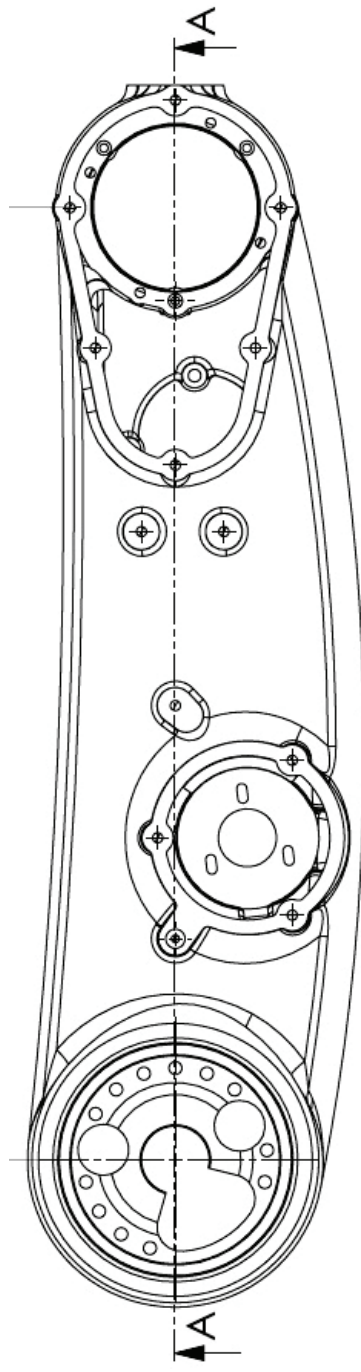
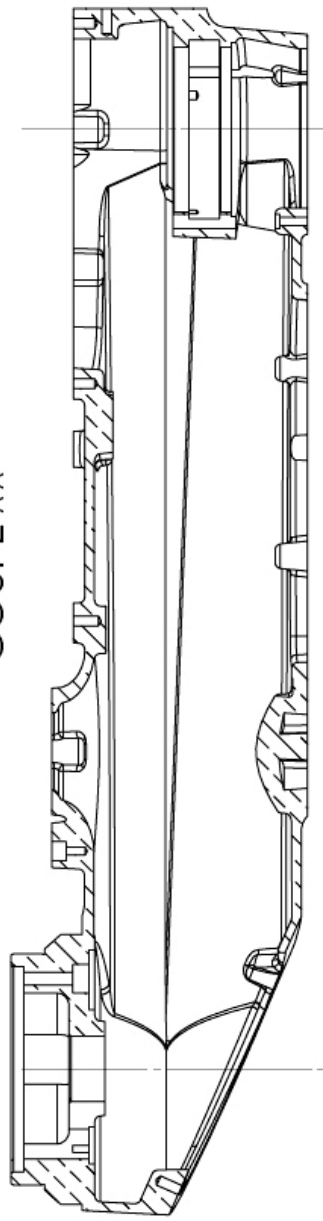
DR 1 : tolérancement géométrique partiel du corps d'avant-bras (2)

COUPE A-A



DR 2 : Mise en position de l'avant-bras (Norme NF E 04-013 : 1^{ère} partie)

COUPE A-A



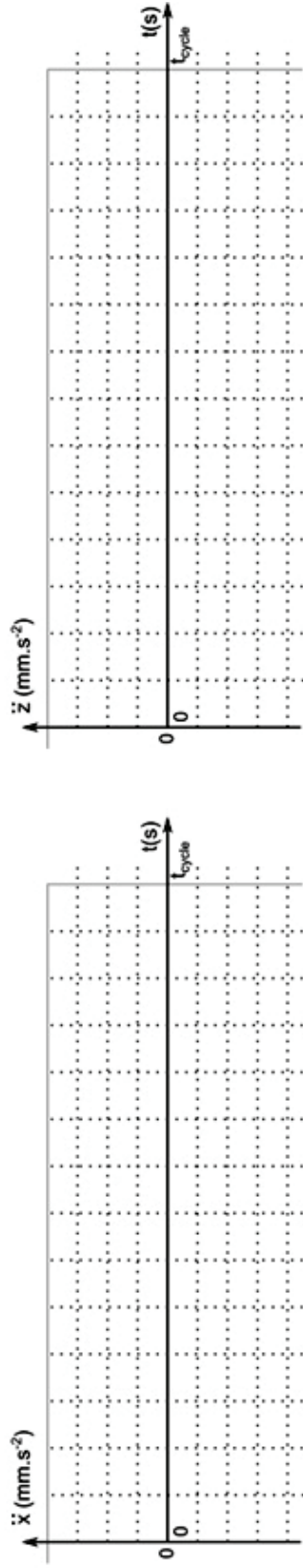
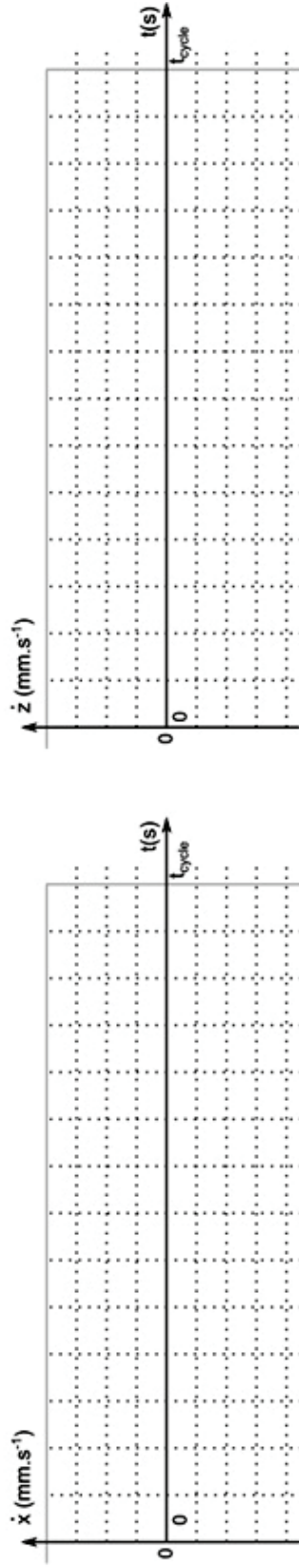
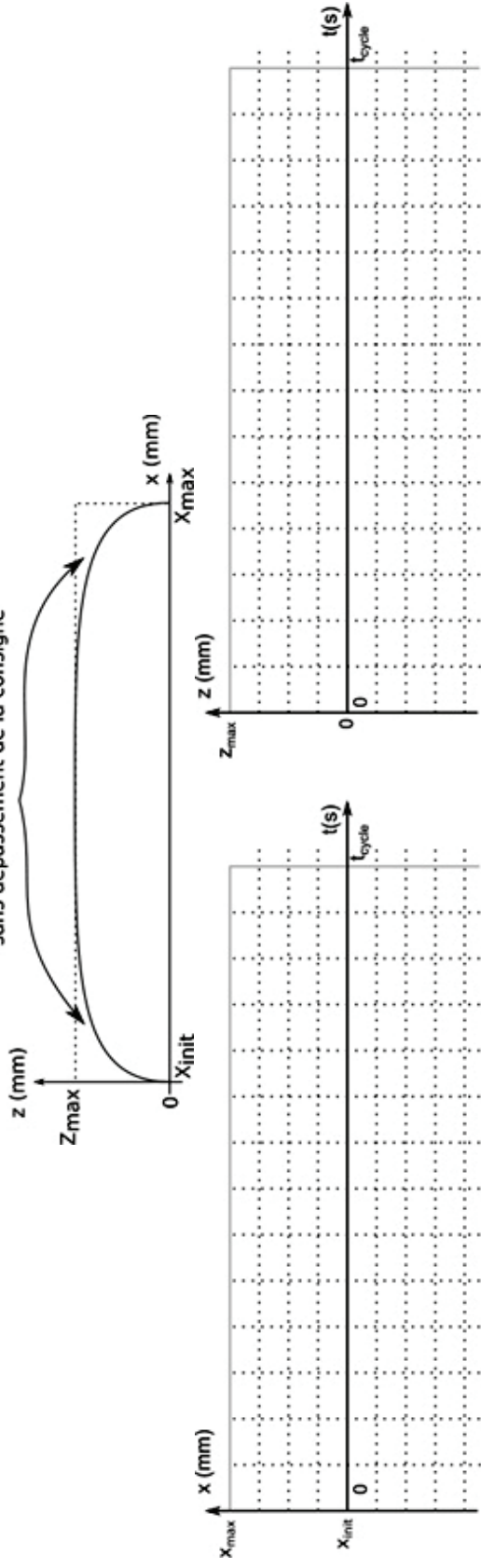
NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

DR 3 : Expression de la signification de la spécification de parallélisme

	Eléments Non-Idéaux		Eléments Idéaux	
	Élément(s) tolérancé(s)	Élément(s) de référence	Référence(s) spécifiée(s)	Zone de tolérance
Type de spécification <input type="checkbox"/> forme <input type="checkbox"/> position <input type="checkbox"/> orientation	<input type="checkbox"/> unique <input type="checkbox"/> groupe	<input type="checkbox"/> unique <input type="checkbox"/> multiples	<input type="checkbox"/> simple <input type="checkbox"/> commune <input type="checkbox"/> système	forme/taille <input type="checkbox"/> simple <input type="checkbox"/> composé
Schéma de la spécification sur le nominal	description littérale	description littérale	description littérale	description littérale
	croquis	croquis	croquis	croquis
Expression de la contrainte fonctionnelle associée à cette spécification :				

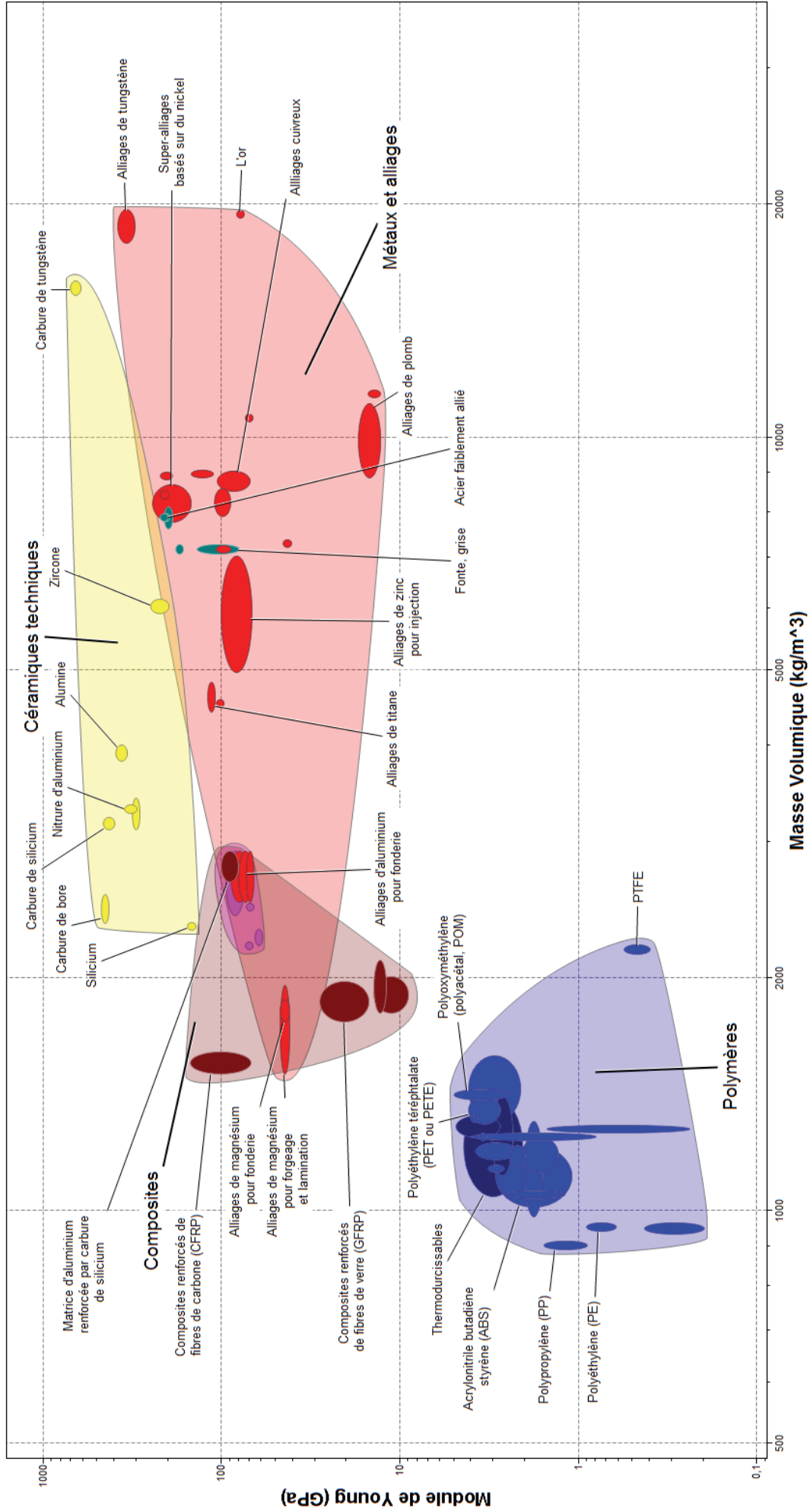
DR 4 : Chronogrammes d'un cycle (position, vitesse, accélération)

toute trajectoire autorisée,
sans dépassement de la consigne

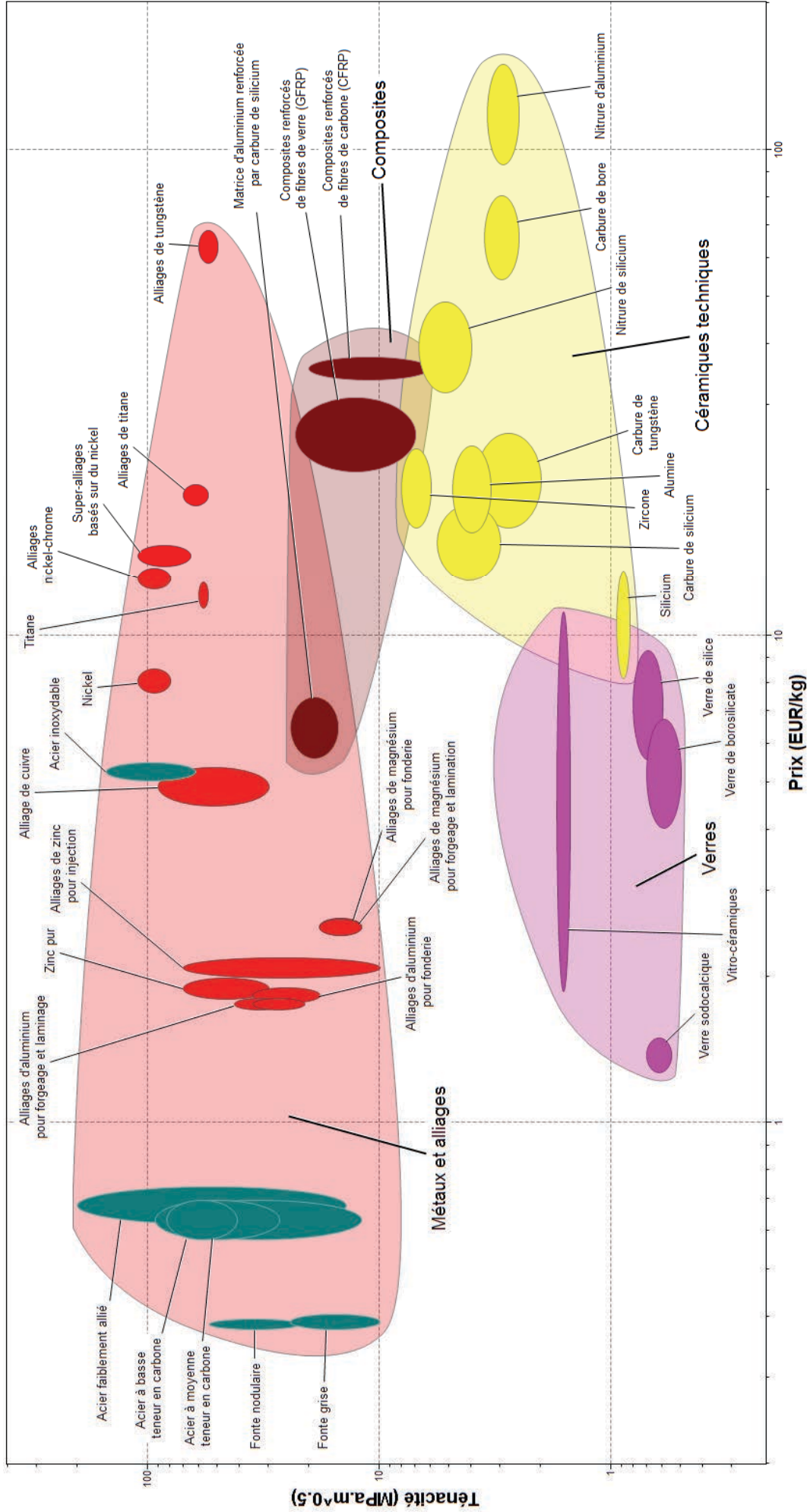


NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

DR 5 : Diagramme d'Ashby (module d'Young versus masse volumique)



DR 6 : Diagramme d'Ashby (Ténacité versus Prix au kg)



Prix (EUR/kg)

Ténacité (MPa.m^{0.5})

Annexe 1 : Données relatives aux matériaux

1.1 Caractéristiques principales de l'alliage d'aluminium AlSi10Mg 43100

Cet alliage d'aluminium est bien adapté à la fonderie grâce à son fort taux de silicium. Ses caractéristiques mécaniques sont respectables mais n'égalent pas celles des aluminiums aéronautiques (séries 7000). Sa masse volumique est de $2,65 \text{ g.cm}^{-3}$.

Composition chimique : l'aluminium représente le complément à 100%

élément	Si	Fe	Cu	Mn	Mg	Zn	Ni	Pb	Ti
matériau	Silicium	Fer	Cuivre	Manganèse	Magnésium	Zinc	Nickel	Plomb	Titane
% massique	11	0,55	0,10	0,45	0,45	0,10	0,05	0,05	0,15

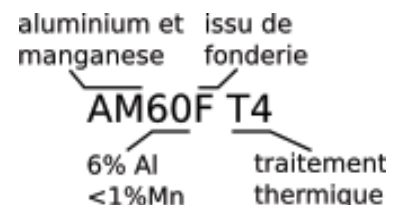
Propriétés physico-mécaniques : les propriétés ci-dessous sont données pour le matériau brut de fonderie (F) ou traité thermiquement (T6).

	F	T6
Contrainte à rupture en traction σ_m	180 MPa	260 MPa
Limite élastique $\sigma_{P0.2}$	90 MPa	220 MPa
Limite en fatigue	-	93 Mpa
Module d'élasticité E	76 GPa	
Allongement à rupture A%	2.5%	1 %
Dureté Brinell	55 HB	90 HB
Coefficient de dilatation thermique	$20,5 \mu\text{m.m}^{-1}.\text{C}^{-1}$	

1.2 Désignation normalisée des alliages de magnésium

Selon les standards ASTM et SAE, les alliages de magnésium sont désignés par une succession de lettres et de chiffres :

- les deux premières lettres désignent les deux principaux éléments d'alliage ci-dessous ;
- les deux chiffres suivant représentent le pourcentage (arrondis à l'entier le plus proche) ;
- éventuellement une troisième lettre renseigne sur le degré de pureté de l'alliage ;
- séparés par un tiré, une lettre et un chiffre figurent le traitement thermique subi par le matériau (désignation normalisée pour tous les alliages).



symbole	A	C	E	K	L	M	Q	S	Z
matériau	Aluminium	Cuivre	terre rare	Zirconium	Lithium	Manganèse	Argent	Silicium	Zinc

1.3 Caractéristiques principales de l'alliage de magnésium AM60

Il s'agit d'un alliage qui possède une très bonne ductilité et absorbe particulièrement bien les vibrations. Il est particulièrement bien adapté à la fonderie et sa densité est de $1,80 \text{ g.cm}^{-3}$.

Composition chimique :

élément	Al	Mn	Zn	Si	Cu	Fe	Ni	Mg
matériau	Aluminium	Manganèse	Zinc	Silicium	Cuivre	Fer	Nickel	Magnésium
%	5,5 à 6,5	0,25 à 0,6	0,22	0,1	0,01	0,005	0,002	complément

Propriétés physico-mécaniques (matériau brut de fonderie)

Contrainte à rupture en traction σ_m	225 à 240 MPa
Limite élastique σ_y	130 MPa
Module d'élasticité E	45 GPa
Allongement à rupture A%	8 à 13 %
Dureté Brinell	65 HB
Coefficient de dilatation thermique	$26 \mu\text{m.m}^{-1}.\text{C}^{-1}$

1.4 Caractéristiques principales de l'alliage de magnésium AZ80

Cet alliage est généralement mis en forme par moulage ou par extrusion. Il est réputé facilement usinable, ce qui rend son utilisation répandue dans l'automobile et l'aéronautique. Sa densité est de $1,80 \text{ g.cm}^{-3}$.

Composition chimique :

élément	Al	Mn	Zn	Si	Cu	Fe	Ni	Mg
matériau	Aluminium	Manganèse	Zinc	Silicium	Cuivre	Fer	Nickel	Magnésium
%	7,8 à 9,2	0,12	0,2 à 0,8	0,1	0,05	0,005	0,005	complément

Propriétés physico-mécaniques : (matériau brut de fonderie)

Contrainte à rupture en traction σ_m	380 MPa
Limite élastique $\sigma_{p0,2}$	275 MPa
Module d'élasticité E	44,8 GPa
Allongement à rupture A%	7 %
Dureté Brinell	82 HB
Coefficient de dilatation thermique	$26 \mu\text{m.m}^{-1}.\text{C}^{-1}$

1.5 Caractéristiques principales de l'alliage de magnésium AZ91

Il s'agit de l'alliage de magnésium de fonderie le plus largement utilisé car il combine à la fois de bonnes propriétés mécaniques et une très bonne résistance à la corrosion. Facilement moulable en sable, en moule permanent ou sous pression, il est également facilement usinable, à condition de prendre les précautions relatives aux feu de métal (auto-inflammation des copeaux). Sa densité est de $1,81 \text{ g.cm}^{-3}$.

Composition chimique :

élément	Al	Mn	Zn	Si	Cu	Fe	Ni	Mg
matériau	Aluminium	Manganèse	Zinc	Silicium	Cuivre	Fer	Nickel	Magnésium
%	8,3 à 9,7	0,13	0,35 à 1	0,1	0,03	0,005	0,002	complément

Propriétés physico-mécaniques : les propriétés ci-dessous sont données pour le matériau brut de fonderie (moule permanent). Ces propriétés sont particulièrement sensibles au vieillissement ; des applications à hautes températures sont donc déconseillées.

Contrainte à rupture en traction σ_m	230 MPa
Limite élastique σ_y	150 MPa
Module d'élasticité E	45 GPa
Allongement à rupture A%	3 %
Dureté Brinell	63 HB
Coefficient de dilatation thermique	$26 \mu\text{m.m}^{-1}.\text{C}^{-1}$

1.6 Influence du traitement thermique sur le comportement de l'alliage

Le tableau suivant présente l'évolution des caractéristiques mécaniques d'un même alliage à température ambiante selon le procédé de mise en forme ou le traitement thermique subi.

	Moulage coquille	Moulage sable		
	brut de fonderie (F)	brut de fonderie (F)	mise en solution et maturation (T4)	mise en solution et revenu (T6)
contrainte à rupture en traction σ_m	230 MPa	165 MPa	275 MPa	275 MPa
limite élastique σ_y	150 MPa	97 MPa	90 MPa	145 MPa
allongement à rupture A%	3 %	2,5 %	15 %	7 %
dureté Rockwell E*	75 HRE	66HRE	62HRE	77HRE
module d'élasticité en traction	45 GPa			
module d'élasticité en cisaillement	17 GPa			
coefficient de dilatation thermique	26 $\mu\text{m.m}^{-1}.\text{C}^{-1}$			

*échelle de dureté Rockwell E : échelle adaptée aux alliages légers, bille d'acier de $\varnothing 1/8$ pouce, F= 981 N

Annexe 2 : Résultats des simulations par éléments finis

Les résultats suivants sont issus de simulations par éléments finis sur le corps de l'avant-bras. La pièce a été maillée avec des tétraèdres interpolant les arêtes de manière parabolique. Le matériau est supposé homogène, élastique-plastique et isotrope. Les déplacements sur les surfaces fonctionnelles de la liaison L₁₂ sont bloqués.

2.1. Comportement de l'avant-bras (2) en aluminium AISi10Mg.

Les chargements sont définis page 17. Les deux cas de chargement sont dans un premier temps, considérés de manière indépendante :

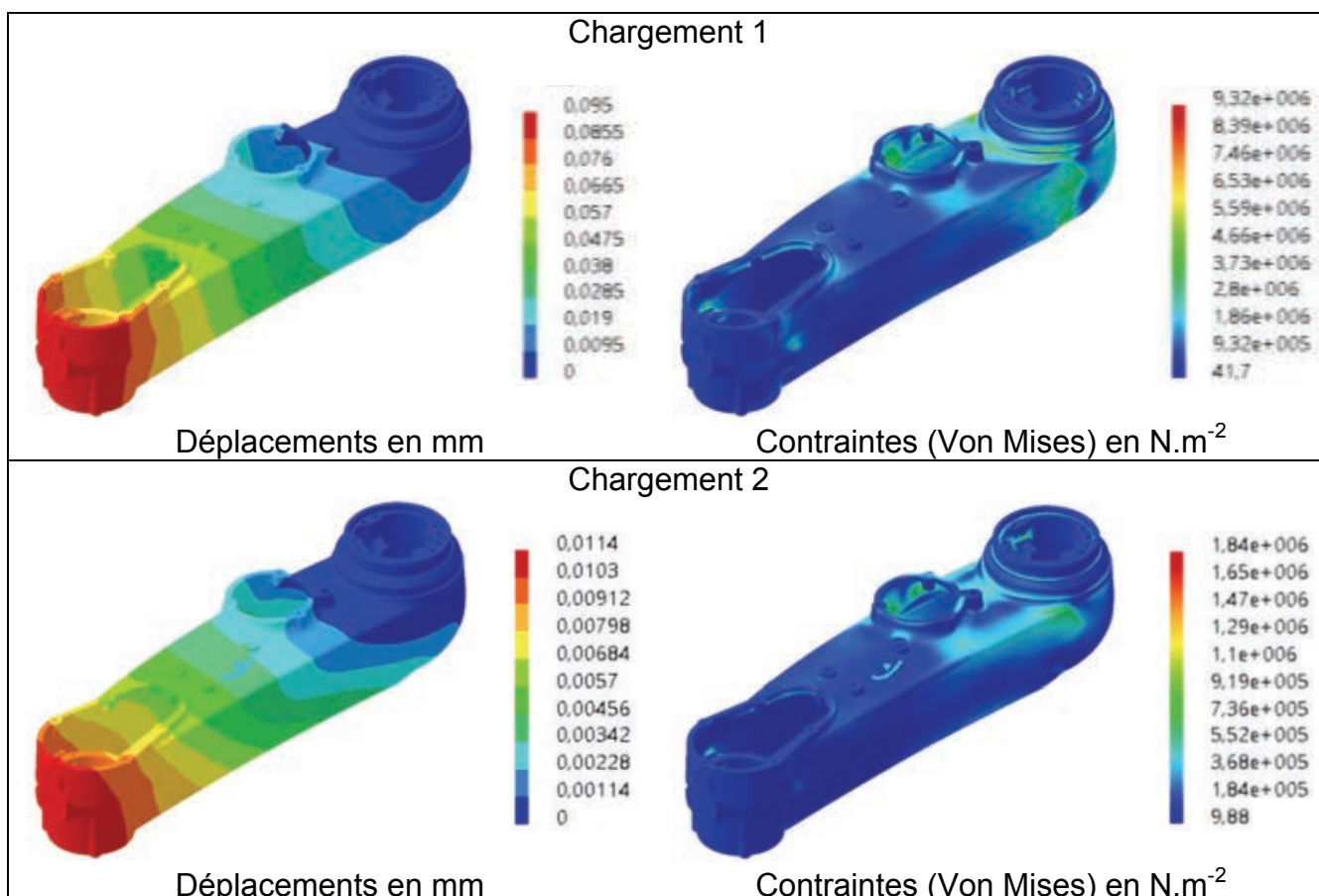
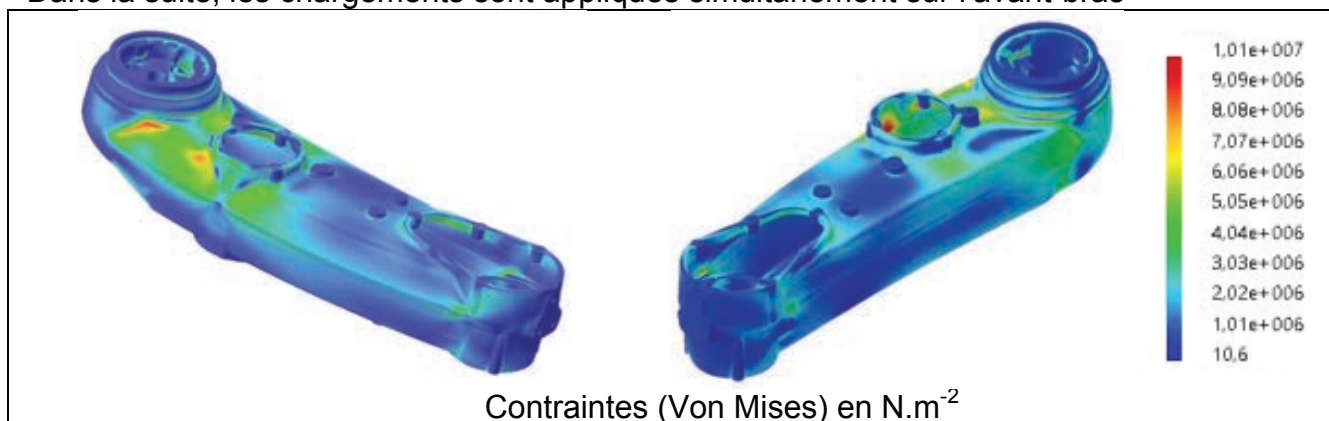


Figure 1 : simulation numérique des sollicitations du corps d'avant-bras

Dans la suite, les chargements sont appliqués simultanément sur l'avant-bras



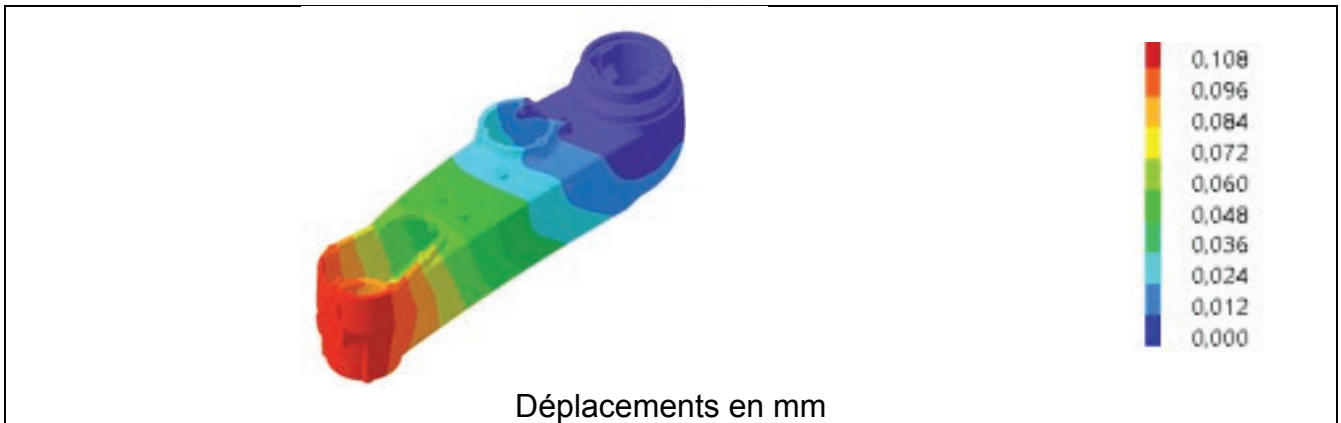


Figure 2 : simulation du comportement de l'avant-bras sous chargement cumulé

2.2. Chargements cumulés sur l'avant-bras (2) en alliage de magnésium

Les mêmes chargements 1 et 2 sont appliqués simultanément sur l'avant-bras. On attribue cette fois à la pièce les caractéristiques mécaniques d'un alliage de magnésium. Le matériau est supposé homogène et élasto-plastique.

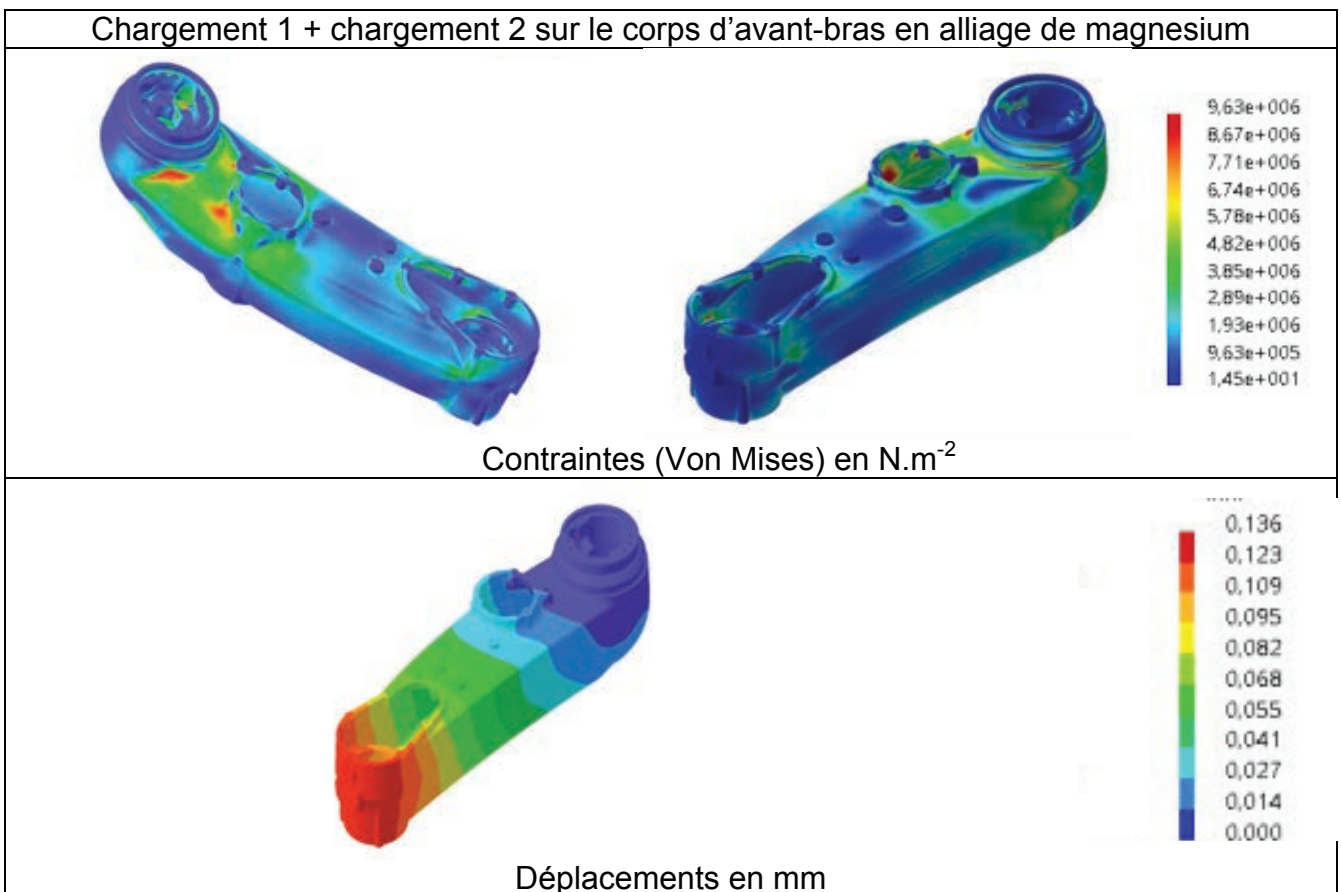


Figure 3 : simulation du comportement de l'avant-bras en alliage de magnésium