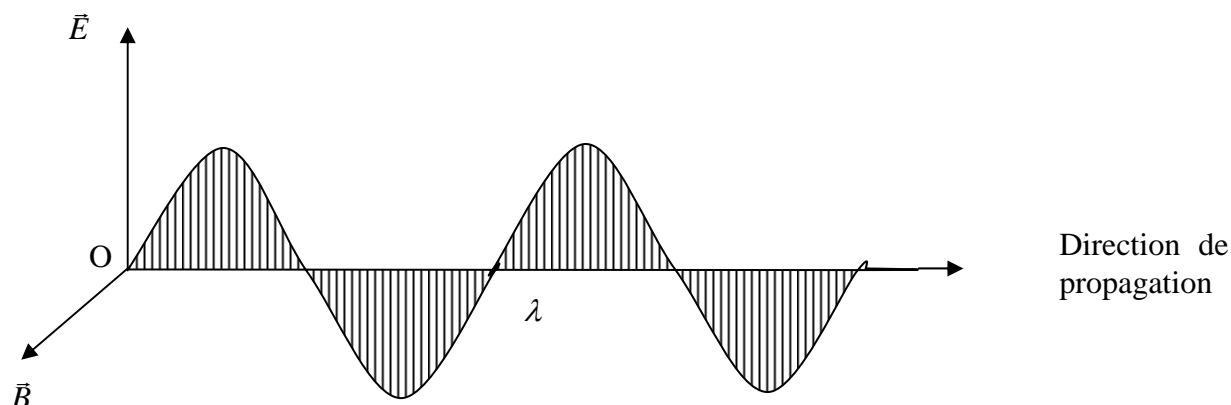


## Polarisation de la lumière

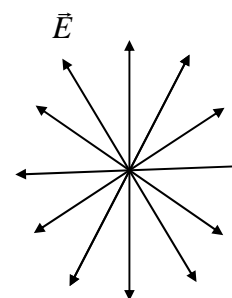
### 1) Représentation du champ électrique associé à une onde électromagnétique transversale à un instant $t$ donné



Le champ électrique  $\vec{E}$  vibre dans un plan perpendiculaire à la direction de propagation, plan appelé *plan de polarisation*.

### 2) Lumière naturelle – Lumière polarisée

Pour la lumière ordinaire, même monochromatique, les différentes ondes lumineuses ne sont pas émises en même temps. Elles oscillent de façon désordonnée, indépendamment les unes des autres. Les plans de polarisation des ondes sont distribués autour de l'axe de propagation avec une égale probabilité.



*Lumière naturelle*

Quand la lumière traverse un polariseur, le champ électrique ne peut plus vibrer que dans une direction perpendiculaire à la direction de propagation. La lumière est polarisée rectilignement.



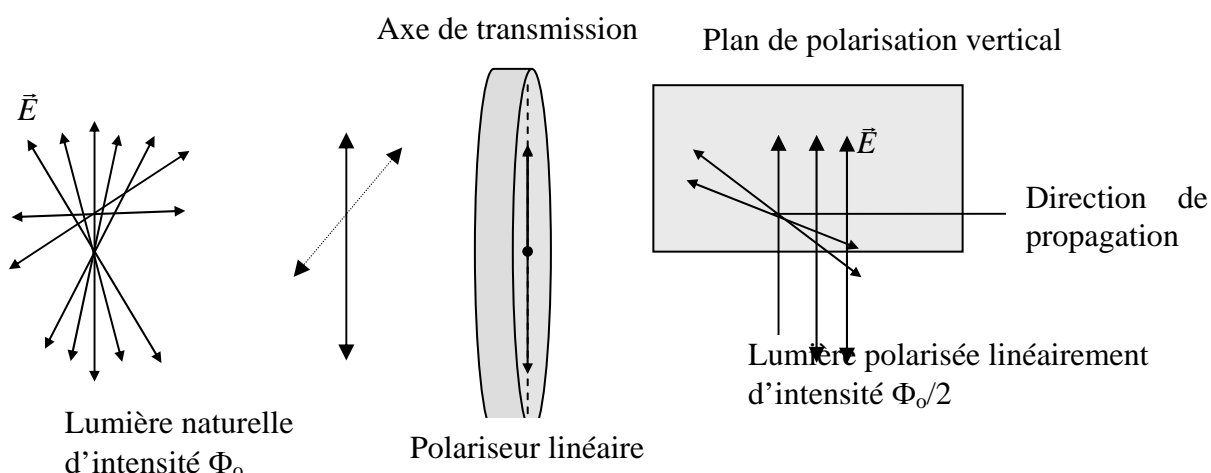
*Lumière polarisée*

#### Dans notre environnement, la lumière naturelle peut être partiellement polarisée

- lumière diffusée par l'air ou le ciel est bleu, facilement observable avec des lunettes de soleil, mais un ciel couvert n'est pas polarisé
- surfaces enneigées polarisées
- lumière réfléchie par le verre ou l'eau polarisée dans un plan perpendiculaire au plan d'incidence
- haut degré de polarisation des arcs en ciel : degré de polarisation : 81 % ; dans l'arc en ciel principal prédominent les vibrations de direction perpendiculaire au plan d'incidence.
- cristaux biréfringents (quartz)

*L'œil humain n'est pas capable de voir si la lumière est polarisée. Seules les abeilles le peuvent.*

## 3) Principe d'un polariseur linéaire

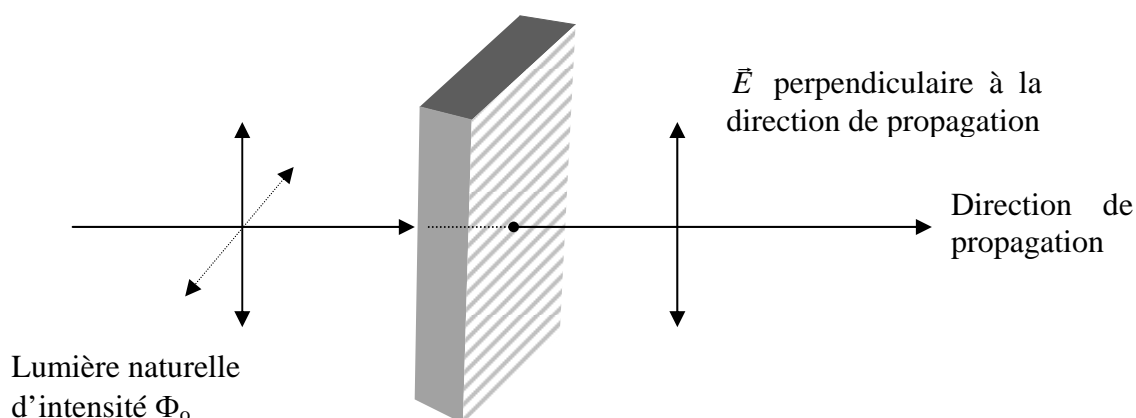


Une lumière non polarisée peut être considérée comme la superposition de 2 ondes indépendantes, de même intensité et polarisées linéairement dans 2 directions perpendiculaires. Le polariseur ne transmet que l'onde parallèle à une direction caractéristique du polariseur, appelé axe de transmission.

Si un faisceau de lumière naturelle d'intensité  $\Phi_0$  tombe sur un polariseur linéaire, un faisceau de lumière polarisée linéairement d'intensité :  $\Phi_1 = \Phi_0/2$  est transmis.

**Polaroïds** (inventés par Edwin H. Land, à l'Université de Harvard, en 1928)

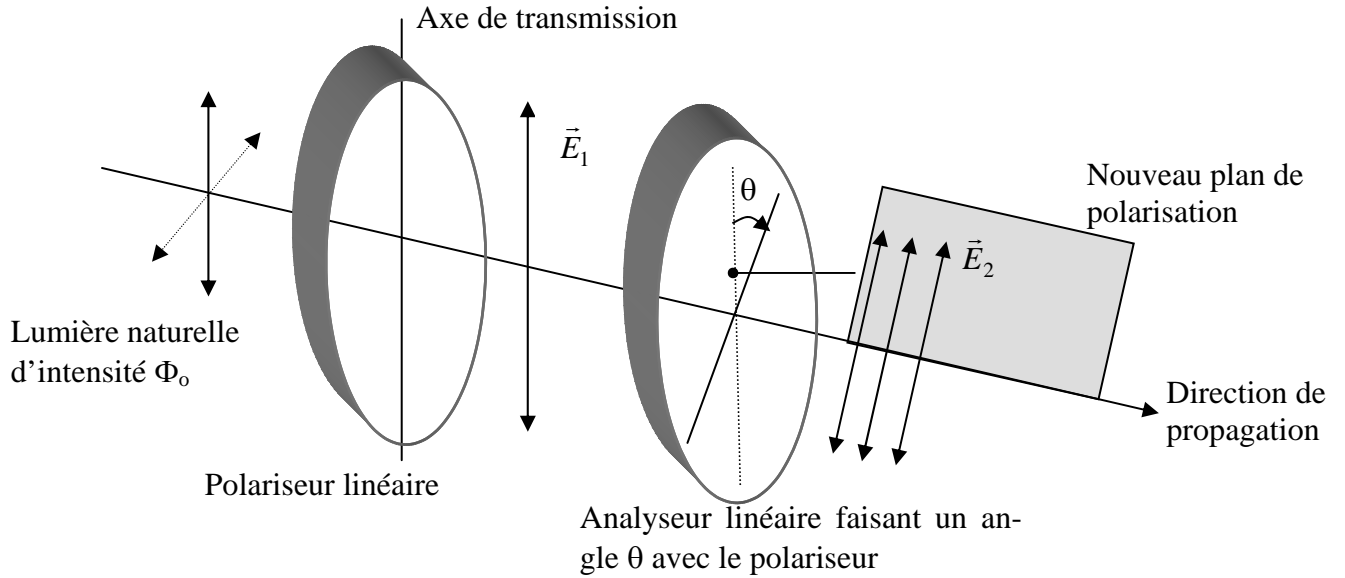
Une feuille transparente de nitrocellulose est échauffée et étirée, alignant ses molécules d'hydrocarbure en rangées presque parallèles, formant de longues chaînes. La feuille est ensuite trempée dans une solution riche en teinture d'iode. Les atomes d'iode s'attachent à chaque molécule polymère, formant ainsi une longue chaîne conductrice. Si le champ électrique est parallèle à ces chaînes, les électrons de conduction associés à l'iode peuvent alors se déplacer sur chaque chaîne, comme si la molécule était un long fil microscopique. Le résultat est une grille de fils, un polariseur de lumière, avec un axe transparent perpendiculaire aux molécules étirées. En lumière naturelle, chaque feuille paraît grise, car elle absorbe environ la moitié de la lumière.



Une paire de lunettes de soleil polarisantes est réalisée à l'aide de ces films polaroïds : elle protège contre l'éblouissement du ciel et de la lumière réfléchiée par les grandes surfaces horizontales.

4) Intensité du faisceau lumineux après l'analyseur : loi de Malus

Malus (1809 - officier et ingénieur militaire dans l'armée de Napoléon)



Lumière naturelle :  $\Phi_0$

Lumière polarisée :  $\Phi_1 = \Phi_0 / 2$

Après l'analyseur :  $\Phi_2 = \Phi_1 \cos^2 \theta$

Le flux lumineux (ou intensité lumineuse) transmis est proportionnel au carré de l'intensité du champ électrique :

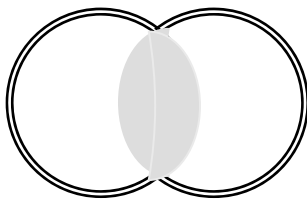
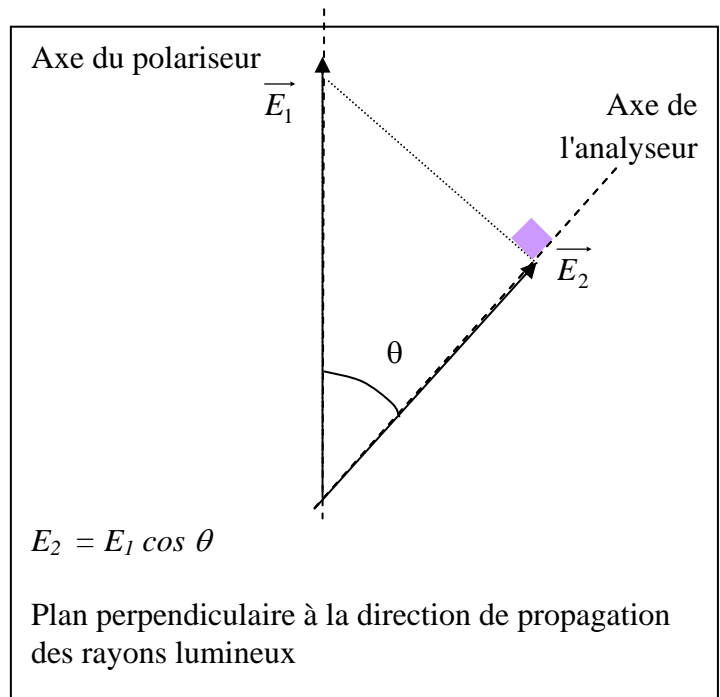
$$\Phi = k E^2$$

$$\Phi_1 = k E_1^2$$

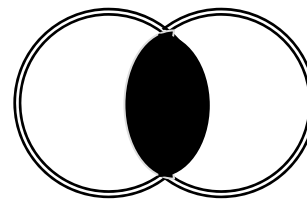
$$\Phi_2 = k E_2^2$$

Si  $E_2 = E_1 \cos \theta$  après traversée de l'analyseur, le flux transmis est :

$$\Phi_2 = \Phi_1 \cos^2 \theta$$



Si l'analyseur et le polariseur sont parallèles :  $\theta = 0^\circ$ , l'analyseur transmet pratiquement toute la lumière.



Si analyseur et polariseur sont croisés :  $\theta = 90^\circ$ , le flux transmis est nul. Il y a extinction totale.

## Polarimétrie - Loi de Biot (Paris : 1774 - 1862)

### 1) Substance active

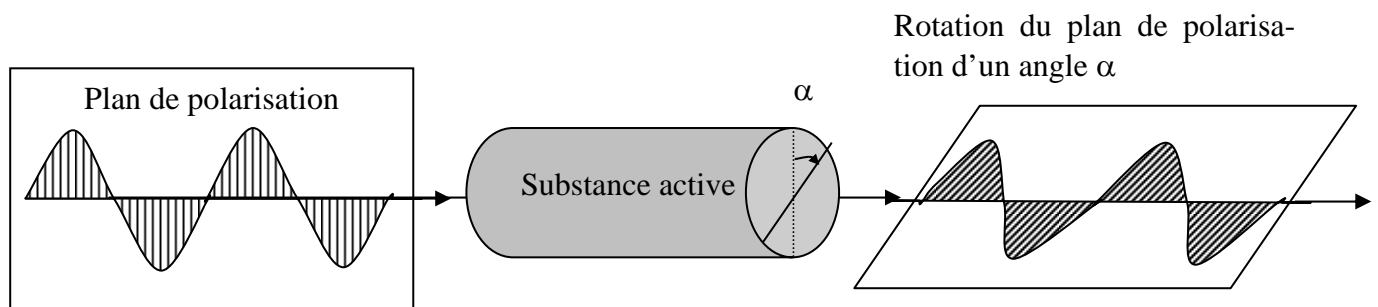
La chiralité fut mise en évidence par les travaux de Pasteur (1847) sur l'acide tartrique et les cristaux de tartrates pour sa thèse de Doctorat en Physique et Chimie.

L'activité optique d'une substance est la manifestation à l'échelle macroscopique de la **chiralité** (c'est à dire de la dissymétrie) des molécules : la molécule n'est pas superposable à son image dans un miroir (comme 2 mains : l'image d'une main droite par un miroir est une main gauche). *Chiros* signifie **main** en grec.

**Une molécule est active si elle ne possède ni plan, ni centre de symétrie** : il existe dans la molécule un carbone asymétrique dont les 4 substituants sont différents. Il peut alors exister 2 formes géométriquement distinctes, symétriques l'une de l'autre par rapport à un plan, qui sont 2 **énantiomères**.

Les énantiomères sont des propriétés physiques identiques, à l'exception d'une seule : ils exercent une action sur la lumière polarisée plane, dont ils font tourner le plan de polarisation dans des sens opposés : ils sont **optiquement actifs**.

**Une substance active fait tourner le plan de polarisation d'un faisceau de lumière polarisée rectilignement.**



### 2) Loi de Biot (1812)

**Pour une substance optiquement active en solution liquide dans un solvant inactif** (c'est à dire qu'il n'y a pas d'associations moléculaires), le pouvoir rotatoire produit par une longueur  $l$  de solution pour une radiation donnée est proportionnel à la **concentration massique  $\rho$**  de la solution (masse de substance active par unité de volume), proportionnelle à la longueur  $l$  traversée et proportionnelle au **pouvoir rotatoire spécifique  $[\alpha]_s$**  de la substance active dissoute.

$$\text{Pouvoir rotatoire : } \alpha = [\alpha]_s \rho l$$

$[\alpha]_s$  dépend peu de la température (5/10 000 de sa valeur par °C) mais est fonction de la longueur d'onde de la lumière utilisée. La rotation croit du rouge au violet : c'est le phénomène de **dispersion rotatoire** :  $[\alpha]_s = A/\lambda^2$ .

Pour cette raison, le pouvoir rotatoire spécifique est donné dans les tables pour la raie D émise par une lampe à vapeur de sodium ( $\lambda = 589,3 \text{ nm}$ ).

Dans le système international,  $[\alpha]_s$  est exprimé en  $\text{rad.kg}^{-1}.\text{m}^2$

Si  $\rho$  est exprimé en  $\text{g.cm}^{-3}$  et  $\alpha$  en degrés,  $[\alpha]_s$  est donné en  $^\circ.\text{dm}^{-1}.\text{g}^{-1}.\text{cm}^3$

**Pouvoir rotatoire spécifique de quelques sucres (saccharum en latin) en solution**

Substance active	$[\alpha]_s$ ( $^{\circ} \cdot \text{dm}^{-1} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{cm}^3$ ) à $\lambda = 589,3 \text{ nm}$
Saccharose	+ 66,45
Fructose (ou lévulose)	- 92,2
$\alpha$ -D Glucose	+ 112
$\beta$ -D Glucose	+ 18,7
D Glucose (ou dextrose)	+ 52,7
Maltose	138,5

Le D glucose est composé de 2 formes isomères  $\alpha$  et  $\beta$  (35% de  $\alpha$  et 65%  $\beta$ ).

Dans les unités internationales,  $[\alpha]_s$  saccharose =  $1,16 \cdot 10^{-2} \text{ rad} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-1}$  si  $\lambda = 589,3 \text{ nm}$

**Mise en évidence de la dispersion rotatoire**

$[\alpha]_s$  saccharose = + 66,45 + 0,127 d  $^{\circ} \cdot \text{dm}^{-1} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{cm}^3$  si  $\lambda = 589,3 \text{ nm}$

$[\alpha]_s$  saccharose = + 78,16  $^{\circ} \cdot \text{dm}^{-1} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{cm}^3$  si  $\lambda = 546,1 \text{ nm}$

**Pouvoir rotatoire spécifique de quelques corps purs liquides ou solides à :  $\lambda = 589,3 \text{ nm}$** 

*Loi de Biot :  $\alpha = [\alpha]_s l$  pour les corps purs*

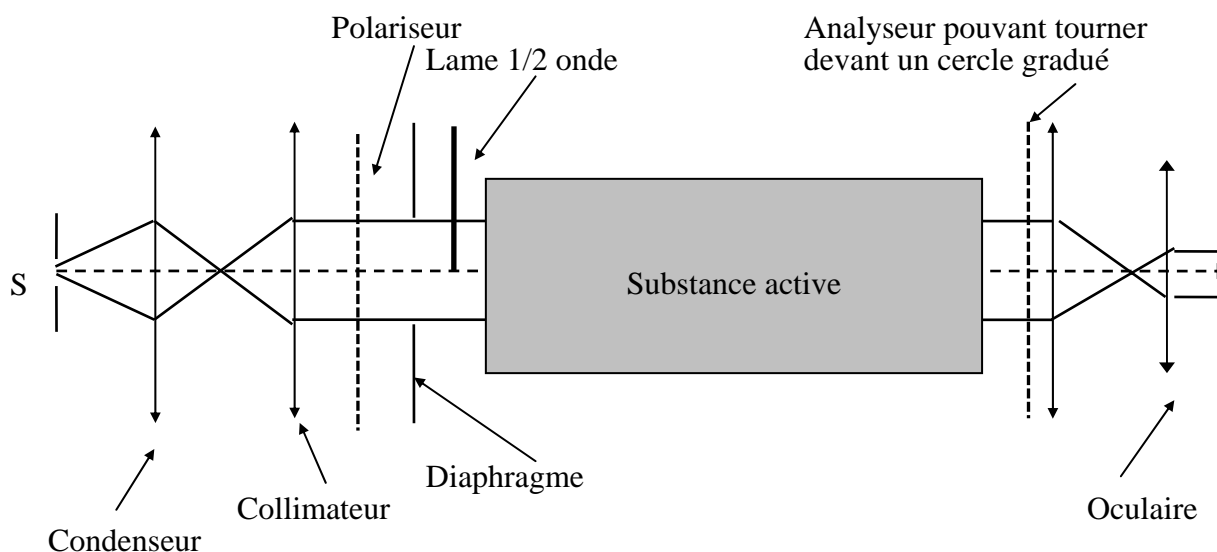
Corps	$[\alpha]_s$ ( $^{\circ} \cdot \text{mm}^{-1}$ )
Quartz	+ 21,68
Térébenthine	- 36,6
Citron	+ 60 à 64
Lavande	- 3 à -6
Nicotine	- 77
Menthol	- 49,7
Acide tartrique	+ 14,40

**3) Loi d'additivité des pouvoirs rotatoires**

Pour un **mélange** contenant plusieurs *substances actives* dans un solvant inactif, le pouvoir rotatoire  $\alpha$  produit par ce mélange est égale à la **somme algébrique** des pouvoirs rotatoires correspondant aux diverses substances actives considérées isolément.

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 + \dots$$

## Schéma de principe et réglages du polarimètre de LAURENT (1872)



## Réglages

1) Allumer la lampe à vapeur de sodium.

En regardant dans le viseur, mettre au point par tirage de l'oculaire sur la ligne de séparation des 2 plages.

Ce réglage doit être fait pour chaque opérateur en fonction de sa vue.

2) Observer les plages. Tourner doucement le bouton de commande : l'aspect des plages se modifie. Si on tourne dans un sens tel que la plage la plus sombre s'obscurcisse encore, il arrive un moment où cette plage est éteinte.

En tournant en sens inverse à partir de cette position, on arrive à éteindre l'autre plage.

La rotation correspondante ( $3^\circ$  à  $8^\circ$ ) est égale à l'angle de pénombre.

A l'intérieur de cet angle, il n'existe qu'une seule position pour laquelle les 2 plages sont à l'**équipénombre**. S'arrêter à cette position après avoir effectué autour d'elle une série d'oscillations d'amplitude de plus en plus faible afin de la déterminer avec précision.

A l'aide du levier situé au niveau du polariseur, réduire cet angle de manière à obtenir l'éclaircissement minimum compatible avec une bonne observation de l'équipénombre.

3) Allumer la petite lampe auxiliaire qui éclaire le cercle gradué.

Observer le cercle gradué : si la **coïncidence des zéros** n'est pas parfaite, agir doucement sur la vis située sous l'oculaire.

4) Pour vérifier le réglage du zéro, détruire l'équipénombre et la rétablir. Les 2 zéros doivent coïncider.

5) Remplir le tube polarimétrique avec la solution à étudier.

Essuyer soigneusement l'extérieur des lames de verre qui assurent la fermeture.

Mettre le tube en place et fermer le manchon couvre-tube qui évite la lumière parasite.

6) Refaire, si nécessaire, la mise au point sur la ligne de séparation des 2 plages par tirage de l'oculaire.

6) L'introduction de la cuve contenant le liquide actif ayant fait tourner le plan de polarisation de la lumière d'un angle  $\alpha$ , tourner l'analyseur pour rechercher à nouveau l'équipénombre.

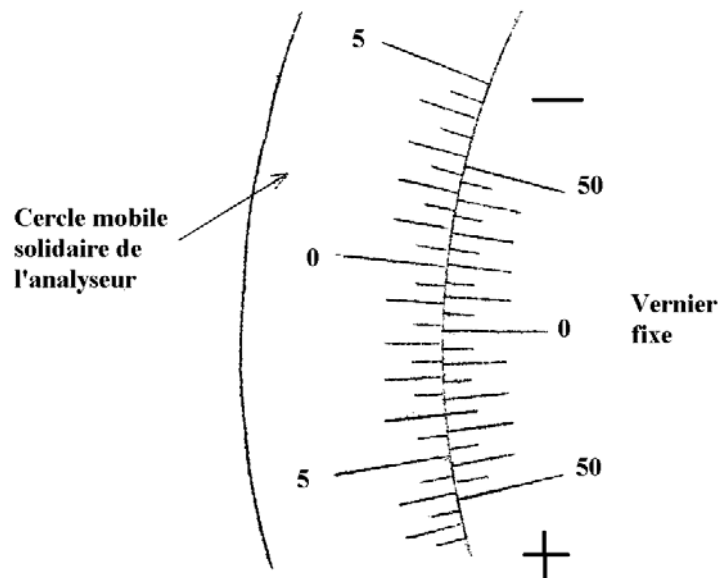
7) Lire l'angle  $\alpha$ . Le sens de rotation de l'analyseur indique la nature de la solution active. L'indication (0 - 50) du vernier donne directement le nombre de centièmes de degré à ajouter à la lecture faite sur le cercle.

**En résumé : on part de l'égalité des plages ; on interpose la substance active ; on rétablit l'égalité des plages (équipénombre) en tournant l'analyseur.**

Si la rotation de l'analyseur a lieu dans le sens des aiguilles d'une montre, la substance étudiée est **dextrogyre**.

Si la rotation de l'analyseur a lieu dans le sens inverse des aiguilles d'une montre, la substance étudiée est **lévogyre**.

**Remarque :** on peut trouver l'équipénombre non seulement pour une rotation  $\alpha$ , mais aussi pour son supplément :  $(180^\circ - \alpha)$ , en sens contraire.



**Il faut toujours lire dans le sens positif.**

La division 0 du vernier fixe se trouve entre les graduations 1,5 et 2 du cercle mobile.  $\alpha$  est donc compris entre  $1,5^\circ$  et  $2^\circ$ .

On lit sur le vernier au  $1/20^\circ$  près.

La division 5 du vernier est en face d'un trait du cercle. Il faut ajouter à  $1,5^\circ$  (entre les zéros)  $5/20$  de degré, soit  $0,25^\circ$  ;  $\alpha = + 1,75^\circ$

**La lecture du vernier donne directement le nombre de centièmes de degré à ajouter à la lecture faite sur le cercle de gauche.**

## Vérification de la loi de Biot : $\alpha = [\alpha]_s \rho l$

### 1) Etude préliminaire

Après avoir effectué les réglages du polarimètre de Laurent, remplir un tube de 20 cm de longueur et un tube de 10 cm de longueur, en évitant les bulles, avec une solution de saccharose de concentration massique  $\rho$ .

Noter les 2 valeurs de  $\alpha$  :  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  pour lesquelles il y a *équipénombre* (et non *équillumino-sité*).

Détruire l'équipénombre et refaire la même mesure.

Solution	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$ \alpha_1  +  \alpha_2 $
tube de 2 dm $\rho = 0,200 \text{ g.cm}^{-3}$			
tube de 2 dm $\rho = 0,100 \text{ g.cm}^{-3}$			
tube de 1 dm $\rho = 0,200 \text{ g.cm}^{-3}$			

Pourquoi obtient-on 2 valeurs  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  pour chaque mesure ? *Faire un schéma explicatif.*

- La quantité  $|\alpha_1| + |\alpha_2|$  est très proche de  $180^\circ$ . Pourquoi ?
- Quelles sont les valeurs de  $\alpha$  à retenir si la *loi de Biot* :  $\alpha = [\alpha]_s \rho l$  est vérifiée, en supposant que vous ne connaissiez pas  $[\alpha]_s$  ?
- Avec quelle précision est mesuré  $\alpha$  :  $\Delta\alpha$  ?  
*Ne pas confondre précision de la mesure et précision de la lecture :  $\Delta\alpha_o = 0,05^\circ$   
 Pour la suite, prendre :  $\Delta\alpha = 0,2^\circ$*

### 2) Etalonnage d'une solution de saccharose : détermination du pouvoir rotatoire spécifique $[\alpha]_s$ et détermination de la concentration d'une solution inconnue X

a) Pour chacune de ces solutions, déterminer  $\alpha$  en remplissant des tubes de 20 cm.

$c \text{ g.cm}^{-3}$	0	0,040	0,080	0,120	0,160	0,200	X
$\alpha (^\circ)$							

b) Tracer la courbe d'étalonnage :  $\alpha = f(c)$ , en commençant à (0, 0) et en notant les barres d'incertitude.

- Puis tracer les 2 droites de pente extrême passant par toutes les barres d'incertitude.
- Donner l'équation de la droite :  $\alpha = a \cdot c$  ainsi que le coefficient de corrélation.
- Donner l'équation des 2 droites de pente extrême.
- **En déduire :**
  - le pouvoir rotatoire spécifique du saccharose  $[\alpha]_s$ , (qui est égal, à un facteur 2 près, à la pente de la droite tracée). Préciser les *unités* choisies.
  - La valeur trouvée coïncide-t-elle avec la valeur donnée dans les tables ?
  - l'incertitude commise sur  $[\alpha]_s$ .
  - la concentration de la solution inconnue X. Quelle est la précision relative :  $\Delta X/X$  (en %) de la mesure ?

# Inversion du saccharose en présence d'un excès d'ions $\text{H}_3\text{O}^+$

## 1) Principe

En présence d'eau, le saccharose s'hydrolyse en se transformant en glucose et en fructose. Cette réaction est catalysée par la présence d'acide minéral.

Au cours de cette hydrolyse, il y a inversion du sens du plan de polarisation de la lumière polarisée car le fructose est lévogyre.



Saccharose	Glucose	Fructose
$M_S = 342 \text{ g}$	$M_G = 180 \text{ g}$	$M_F = 180 \text{ g}$
Dextrogyre	Dextrogyre	Lévogyre
$[\alpha]_s = 66,5 \text{ }^\circ \cdot \text{dm}^{-1} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{cm}^3$	$[\alpha]_s = 52,7 \text{ }^\circ \cdot \text{dm}^{-1} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{cm}^3$	$[\alpha]_s = -92,2 \text{ }^\circ \cdot \text{dm}^{-1} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{cm}^3$
Pouvoir sucrant = 1	0,69	1,14

$\text{H}_3\text{O}^+$  peut être remplacé par un chauffage du saccharose : en cuisine, le caramel se forme par liaison du fructose et du glucose pour former des dianhydrides. La caramélisation est également favorisée par un jus de citron ou une goutte de vinaigre.

Dans 100 g de jus d'orange pressée, on trouve 2,1 g de glucose, 2,5 g de fructose et 5,1 g de saccharose. Le saccharose s'hydrolyse dans le fruit qui est acide ( $\text{pH} = 2,6$  à  $4,4$ ). L'acidité diminue et le rapport sucre/acide s'élève au cours du stockage.

### a) Vitesse de réaction

$$v = -d(\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11})/dt = K(\text{H}_2\text{O})^m (\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11})^n = k (\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11})^n$$

Lorsqu'on utilise un grand excès d'eau, la concentration en eau reste constante et la vitesse de réaction ne dépend plus que de la concentration en saccharose.

$$k = k_0 + k_+(\text{H}^+)^p$$

$k_0$  = constante de vitesse de la réaction non catalysée ( $k_0 \sim 0$ )

$k_+$  = constante de vitesse catalysée par ( $\text{H}^+$ )

	Saccharose	Glucose	Fructose	Pouvoir rotatoire $\alpha$
$t = 0$	a	0	0	$\alpha_0 = [\alpha]_s \rho_s l = [\alpha]_s M_S a l$
t	a - x	x	x	$\alpha = [\alpha]_s M_S (a - x) l + [\alpha]_G M_G x l + [\alpha]_F M_F x l$
$t \rightarrow \infty$	0	a	a	$\alpha_\infty = [\alpha]_G M_G a l + [\alpha]_F M_F a l$

a : concentration molaire initiale de saccharose après mélange avec la solution acide

x : concentration molaire de glucose ou de fructose en  $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$

b) Si la cinétique est du premier ordre par rapport au saccharose:  $n = 1$

$$v = -d(C_{12}H_{22}O_{11})/dt = k (C_{12}H_{22}O_{11})$$

$$v = -d(a - x)/dt = k (a - x) \quad k : \text{constante de vitesse}$$

$$\text{En intégrant : } \ln(a - x) = -kt + \ln a \quad \ln[(a - x)/a] = -kt$$

D'après la loi de Biot, le pouvoir rotatoire est proportionnel à la concentration massique.

$$(\alpha - \alpha_{\infty}) = ([\alpha]_S M_S - [\alpha]_F M_F - [\alpha]_G M_G) (a - x) l \quad (1)$$

$$(\alpha_0 - \alpha_{\infty}) = ([\alpha]_S M_S - [\alpha]_F M_F - [\alpha]_G M_G) a l \quad (2)$$

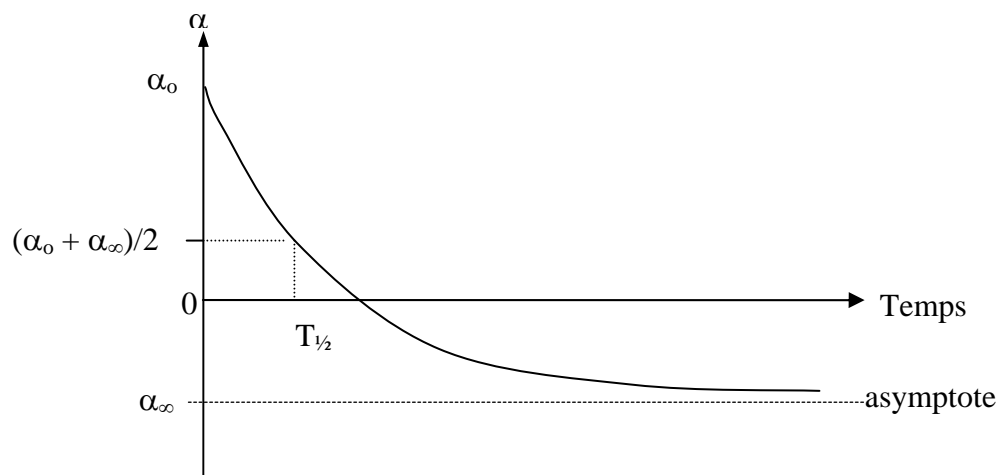
En faisant le rapport (1)/(2), on obtient :

$$(\alpha - \alpha_{\infty})/(\alpha_0 - \alpha_{\infty}) = (a - x)/a$$

La loi de vitesse s'écrit donc :  $\ln(\alpha - \alpha_{\infty})/(\alpha_0 - \alpha_{\infty}) = -kt$

$$\text{Soit : } \alpha = \alpha_{\infty} + (\alpha_0 - \alpha_{\infty}) e^{-kt}$$

Le **temps de demi réaction T**, temps au bout duquel la moitié du saccharose a disparu, est égal à :  $T = \ln 2 / k$  et est indépendant de la concentration en saccharose.



## 2) Manipulation

### a) Mesures

**Préparer** : - 25 cm<sup>3</sup> de saccharose à 0,200 g.cm<sup>-3</sup> dans un bêcher  
 - 25 cm<sup>3</sup> d'acide chlorhydrique 6 N dans un autre bêcher.

Verser rapidement l'acide dans la solution de saccharose, et non l'inverse, pour éviter d'éventuelles projections.

Mettre la solution dans un tube bien propre que l'on introduit dans le polarimètre de Laurent.

**Déclencher le chronomètre au moment du mélange et non au moment où la cuve est introduite dans le polarimètre, de manière à bien connaître le temps :  $t = 0$**

Faire une mesure toutes les 2 minutes pendant 20 minutes environ.

### b) Détermination de $\alpha_0$ et de $\alpha_\infty$

Pour déterminer  $\alpha_0$ , mélanger 25 cm<sup>3</sup> de saccharose à 0,200 g.cm<sup>-3</sup> et 25 cm<sup>3</sup> d'eau ou utiliser une des mesures effectuées précédemment.

- *Bien réfléchir à la valeur qu'il faut choisir.*

Pour déterminer  $\alpha_\infty$ , on peut chauffer le mélange initial : l'augmentation de température accélère la réaction.

$\alpha_\infty$  peut également être calculé, connaissant le pouvoir rotatoire spécifique des différentes substances en présence.

Si la solution de saccharose a pour concentration massique 0,200 g.cm<sup>-3</sup>,  $a = 100/342 \text{ mol.L}^{-1}$   
 $\alpha_\infty = [\alpha]_G M_G a l + [\alpha]_F M_F a l \sim -4,15^\circ$

### c) Exploitation des données

$\alpha$ ) Tracer la courbe :  $\alpha = f(t)$

- *Faire un zoom pour bien noter  $\alpha_0$  et  $\alpha_\infty$  et  $T_{1/2}$ ; tracer l'asymptote  $\alpha_\infty$*
- Proposer un modèle de la forme :  $\alpha = \alpha_\infty + (\alpha_0 - \alpha_\infty) \exp(-k \cdot t)$
- Pour déterminer k, évaluer le temps de demi-réaction T et calculer :  $k = \ln(2)/T$

$\beta$ ) Quel est le **temps exact de demi-réaction** :  $T = \ln(2)/k$  ?

- Reporter la valeur trouvée sur la courbe :  $\alpha = f(t)$ .
- Vérifier que pour T,  $\alpha = (\alpha_\infty + \alpha_0)/2$  à quelques secondes près.

### d) Confirmation de l'ordre de la réaction

*Pour confirmer l'ordre de la réaction, refaire la même manipulation avec une solution de saccharose à 0,100 g.cm<sup>-3</sup>.*

$\alpha$ ) Tracer la courbe :  $\alpha = f(t)$

- Quelle est la valeur de  $\alpha_0$  ?
- $\alpha_\infty \sim -2,05^\circ$  si la concentration de la solution de saccharose est 0,100 g.cm<sup>-3</sup>
- Proposer un modèle de la forme :  $\alpha = \alpha_\infty + (\alpha_0 - \alpha_\infty) \exp(-k' \cdot t)$

$\beta$ ) Quel est le **temps de demi-réaction** :  $T' = \ln(2)/k'$  ?

$\gamma$ ) k et T restent quasiment identiques pour les 2 réactions étudiées.

- *Pourquoi ?*

**e) Détermination de l'ordre p de la réaction par rapport à (H<sup>+</sup>)**

Refaire la même manipulation avec une solution de saccharose à 0,200 g.cm<sup>-3</sup>, mais avec une solution d'acide chlorhydrique 3N.

α) Tracer la courbe :  $\alpha = f(t)$

- $\alpha_\infty$  et  $\alpha_0$  restent-ils identiques à la première manipulation?
- Proposer un modèle de la forme :  $\alpha = \alpha_\infty + (\alpha_0 - \alpha_\infty) \exp(-k''*t)$
- k et T restent-ils identiques à la première manipulation?

β) En supposant que  $k \sim k_+(H^+)^p$ , en déduire **l'ordre p de la réaction par rapport à (H<sup>+</sup>)**

$$p = \frac{\ln\left(\frac{k}{k''}\right)}{\ln(2)}$$

**f) Tableau récapitulatif de résultats**

Solution	$\alpha_0$	$\alpha_\infty$	k	T
1				
2				
3				

**Conclure.**