

BTS CHIMIE 1992

EXERCICE 1

On réalise une réaction chimique autocatalytique superposée à une réaction non autocatalytique $A \longrightarrow B$.

À un certain moment de la réaction pris comme instant initial ($t = 0$), on a $[A] = a - x_0$ et $[B] = x_0$.

À l'instant t ($t > 0$), $[A] = a - x$, $[B] = x$.

I. On admet que la vitesse de réaction est donnée par la relation :

$$(\mathcal{R}) \quad v = \frac{dx}{dt} = k[A][B]$$

k est une constante liée à la réaction.

1. Établir l'équation différentielle liant $\frac{dx}{dt}$, x , a et k .

2. Déterminer en fonction de a et k les coefficients α et β vérifiant

$$\frac{1}{kx(a-x)} = \frac{\alpha}{a-x} + \frac{\beta}{x}$$

3. Résoudre alors, pour x dans l'intervalle $]0, a[$, l'équation différentielle établie au 1).

II. On réalise une expérience de ce type à 20°C , on obtient les résultats suivants, t en *minutes* et $[A]$ en mol.l^{-1} :

t	100	270	480	600	705	800
$[A]$	0,370	0,357	0,313	0,261	0,209	0,136

1. On donne $a = 0,377$. En déduire les valeurs de x .

On prend $y = \ln\left(\frac{x}{a-x}\right)$ comme variable intermédiaire.

2. Représenter dans un repère orthogonal les points de coordonnées (t_i, y_i) .

3. Établir l'équation de la droite des moindres carrés $y = f(t)$ pour les valeurs de t comprises entre 100 et 800.

4. Calculer le coefficient de corrélation. L'ajustement linéaire est-il légitime?

5. En déduire une valeur approchée de k , et une expression approchée de $x(t)$.

EXERCICE 2

On ajoute du SO_2 dans un vin pour le protéger d'une part des attaques des levures et des bactéries, d'autre part de l'oxydation.

Après embouteillage, on prélève des échantillons de 50 bouteilles sur la chaîne d'embouteillage et on dose dans chaque bouteille la concentration en SO_2 libre qui sera exprimée en $mg.l^{-1}$.

Voici les résultats du dosage du SO_2 libre dans l'échantillon $n^o 1$.

Concentration en SO_2 libre	Nombre de bouteilles
$[20; 20,2[$	3
$[20,2; 20,4[$	9
$[20,4; 20,6[$	20
$[20,6; 20,8[$	13
$[20,8; 21[$	5

1. Donner la moyenne m_1 et l'écart-type σ_1 de cet échantillon.
2. En calculant l'écart-type estimé de la population totale, en déduire une estimation de la concentration moyenne M en SO_2 libre dans la production par un intervalle de confiance au seuil de risque de 5 %.
3. On considère un deuxième échantillon de même taille,
 - de moyenne $m_2 = 20,476 mg.l^{-1}$
 - d'écart-type $\sigma_2 = 0,206 mg.l^{-1}$.

Au seuil de risque de 5 %, la différence observée est-elle significative?

4. On admet que dans la production, la concentration C en SO_2 libre suit une loi de Gauss de moyenne : $20,5 mg.l^{-1}$ et d'écart-type : $0,2 mg.l^{-1}$.

On estime que le vin est impropre à la consommation si la concentration en SO_2 libre est supérieure à $20,9 mg.l^{-1}$.

Quel sera, sous ces hypothèses, le pourcentage de bouteilles impropres à la consommation ?