Ensuite, ce même contexte est exploité pour mettre en évidence parmi les nombres rationnels ceux qui possèdent des représentants ayant une propriété particulière : certains de ces représentants (mais pas tous) ont un dénominateur qui est une puissance de 10. D'autres automates n'ont pas cette propriété.
Le travail donné aux élèves est celui de l'activité 4 (cf. Fiche élève N°6).
Un tableau concernant des automates X, Y, Z, T et U est à compléter au maximum, sans changer le contenu des deux premières lignes.
Pour X, on peut compléter la colonne en entier. Pour Y, on ne peut la compléter qu'à partir de la ligne 5. Pour Z et T, on peut compléter à partir de la ligne 4. Quant à U, on ne peut compléter aucune ligne.
Les écritures de ces 4 premiers nombres rationnels font apparaître des fractions dont certains dénominateurs sont une puissance de 10. En revanche, aucune écriture fractionnaire du nombre rationnel U n'a un dénominateur de cette forme. Les quatre premiers nombres rationnels (X, Y, Z et T) sont des nombres décimaux. U est un nombre rationnel qui n'est pas un nombre décimal.

On terminera en exhibant l'écriture avec virgule de X, Y, Z et T :

$$X = \frac{5}{2} = \frac{15}{6} = \frac{25}{10} = \frac{250}{100} = \frac{2500}{1000} = \frac{25\,000}{10\,000} = \frac{250\,000}{100\,000}$$
$$= 2{,}5 = 2{,}50 = 2{,}500 = 2{,}5000 = 2{,}50000$$

$$\text{Y} = \frac{7}{8} = \frac{28}{32} = \frac{7 \times 125}{8 \times 125} = \frac{875}{1000} = \frac{8750}{10000} = \frac{87500}{100000}$$
$$= 0{,}875 = 0{,}8750 = 0{,}87500$$

$$\text{Z} = \frac{3}{4} = \frac{9}{12} = \frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{75}{100} = \frac{750}{1000} = \frac{7500}{10000} = \frac{75000}{100000}$$
$$= 0{,}75 = 0{,}750 = 0{,}\ 7500 = 0{,}\ 75000$$

$$\text{T} = \frac{17}{20} = \frac{34}{40} = \frac{5 \times 17}{5 \times 20} = \frac{85}{100} = \frac{850}{1000} = \frac{8500}{10000} = \frac{85000}{100000}$$
$$= 0{,}85 = 0{,}850 = 0{,}8500 = 0{,}85000$$

Ces écritures fractionnaires d'un même nombre décimal, avec des puissances de 10 successives à partir d'un certain rang, expliquent pourquoi on peut *rajouter des zéros* à la droite de la partie décimale. Ce résultat est fondamental pour pouvoir articuler les différents $\mathbf{D}_i$.

Par ailleurs, ces différentes écritures fractionnaires d'un même nombre décimal montrent que celle qui est irréductible n'est en général pas une *fraction décimale*, c'est-à-dire une fraction ayant pour dénominateur une puissance de 10.

$$\text{U} = \frac{12}{7} = \frac{36}{21} = \frac{24}{14} = \frac{48}{28} = \frac{60}{35} = \frac{72}{42} = \frac{84}{49} = \frac{96}{56} = \frac{108}{63} = \frac{120}{70} = \frac{132}{77} = \frac{144}{84} = \frac{156}{91} = \frac{168}{98} = \frac{180}{105}$$

Les écritures fractionnaires de $\frac{12}{7}$ dont le dénominateur est inférieur à 105 montrent qu'aucune d'entre elles n'a pour dénominateur 10 ou 100 : les dénominateurs de ces fractions sont des multiples de 7 ; 10, 100 n'en sont pas, 1000 et 10000 non plus. On se contentera de ce type de preuve pour faire comprendre qu'aucune puissance de 10 n'est un multiple de 7.

Pour terminer, on pourra faire compléter le tableau suivant, de manière à déterminer tous les nombres s inférieurs ou égaux à 100 qui sont tels que $\frac{n}{s}$ soit un nombre décimal.

$\frac{n}{1}$	$\frac{n}{2}$	$\frac{n}{4}$	$\frac{n}{5}$											
n	$\frac{5\times n}{10}$	$\frac{25\times n}{100}$	$\frac{2\times n}{10}$											