

Compétences mathématiques

Cycles 2 et 3

Première partie

Historique

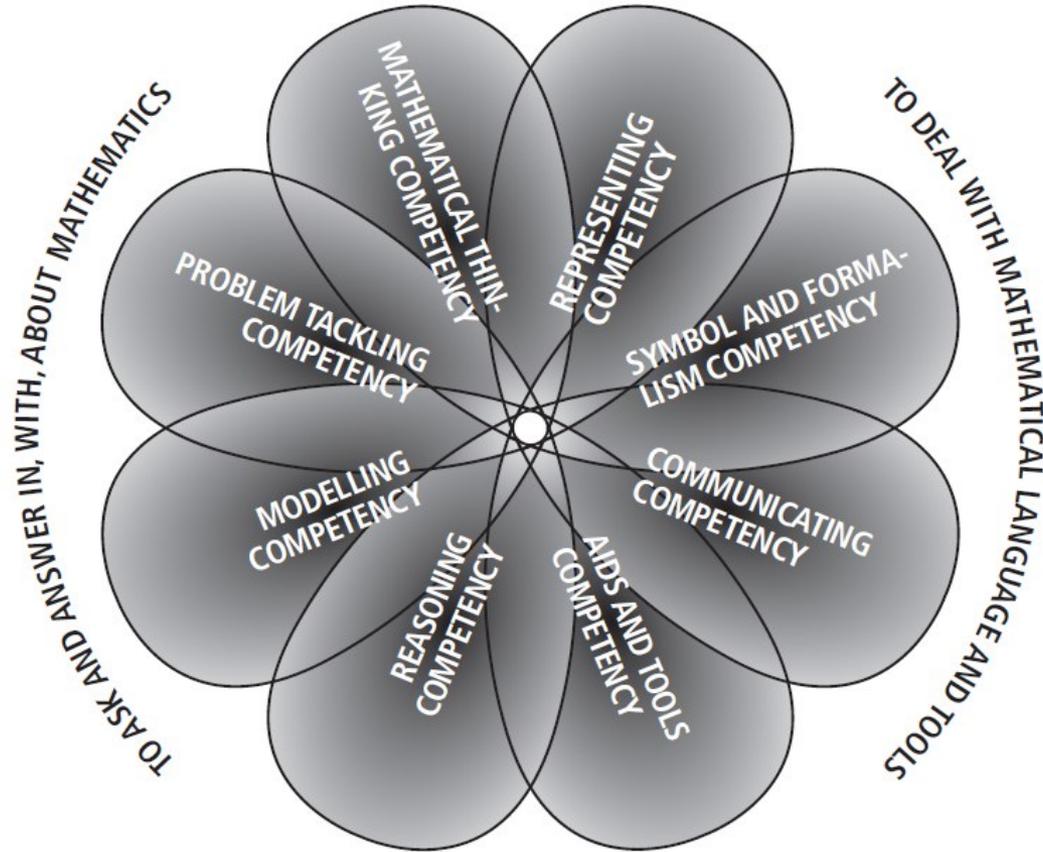
Première partie

- Historique (Niss, « fleur des compétences »)
- Pisa 2003, 2012
- Implantation en France (CPGE, BTS, Lycée)
- Programmes CSP cycles 2, 3, 4

Historique

- Vers 1999, Mogen Niss
- Application dans le projet KOM (Danemark)
- Précurseurs : Niss cite Poincaré et Hadamard sur la psychologie de l'invention en mathématiques, mais cette inspiration semble lointaine. Hans Freudenthal est une autre inspiration.

La fleur des compétences (Niss)



Cadre Pisa 2003

8 compétences

- 1. Pensée et raisonnement mathématique
- 2. Argumentation mathématique
- 3. Communication mathématique
- 4. Modélisation
- 5. Création et résolution de problèmes
- 6. Représentation
- 7. Utilisation d'un langage et d'opérations de nature symbolique, formelle et technique
- 8. Utilisation d'instruments et d'outils

Cadre Pisa 2012

7 « facultés »

- Communication
- Mathématisation
- Représentation
- Raisonnement et argumentation
- Conception de stratégies de résolution de problèmes
- Utilisation d'opérations et d'un langage symbolique, formel et technique
- Utilisation d'outils mathématiques

Communication

- La culture mathématique inclut la *communication*. Les individus perçoivent l'existence d'un défi, ce qui les stimule pour reconnaître et comprendre un problème contextualisé. Lire, décoder et interpréter des énoncés, des questions, des tâches ou des données permet aux individus de se construire un modèle mental de la situation, ce qui constitue une étape importante sur la voie de la compréhension, de la clarification et de la formulation d'un problème. Lors du processus de résolution, les individus peuvent avoir à résumer et présenter des résultats intermédiaires. Ensuite, lorsqu'ils ont trouvé une solution, ils peuvent avoir à présenter cette solution à d'autres, voire à l'expliquer ou à la justifier.

Mathématisation

- Les individus sont souvent amenés à transposer un problème défini en fonction du monde réel sous une forme strictement mathématique (en faisant appel à des processus de structuration, de conceptualisation, d'élaboration d'hypothèses et/ou de formulation de modèle), et à interpréter ou évaluer un résultat ou un modèle mathématique en fonction du problème initial. Le terme de « mathématisation » est employé pour décrire les activités fondamentales de ce type.

Représentation

- Les individus sont très souvent amenés à se *représenter* des situations ou objets mathématiques, ce qui peut consister à sélectionner, interpréter et utiliser diverses représentations pour se faire une idée du problème, à passer d'une représentation à l'autre, à entrer en interaction avec le problème ou à présenter leur travail. Par représentations, on entend des graphiques, des tableaux, des diagrammes, des images, des équations, des formules et des matériaux concrets.

Raisonnement et argumentation

- Raisonnement et argumentation : les facultés de raisonnement et d'argumentation interviennent au cours des différentes étapes et activités associées à la culture mathématique. Cette compétence implique des processus logiques approfondis et permet d'explorer et de relier des éléments du problème pour en dégager des inférences, vérifier une justification fournie ou justifier une affirmation ou une solution.

Conception de stratégies de résolution de problèmes

- Les individus sont souvent amenés à concevoir des stratégies pour résoudre des problèmes de façon mathématique. Cela passe par une série de processus de contrôles critiques, qui guident les individus pour les aider à reconnaître, formuler et résoudre des problèmes. Cette compétence permet aux individus de sélectionner ou de concevoir une approche ou une stratégie permettant d'utiliser les mathématiques pour résoudre les problèmes qui se posent dans une tâche ou dans un contexte, mais aussi de guider sa mise en œuvre.
- Cette compétence mathématique peut intervenir à n'importe quel stade du processus de résolution de problèmes.

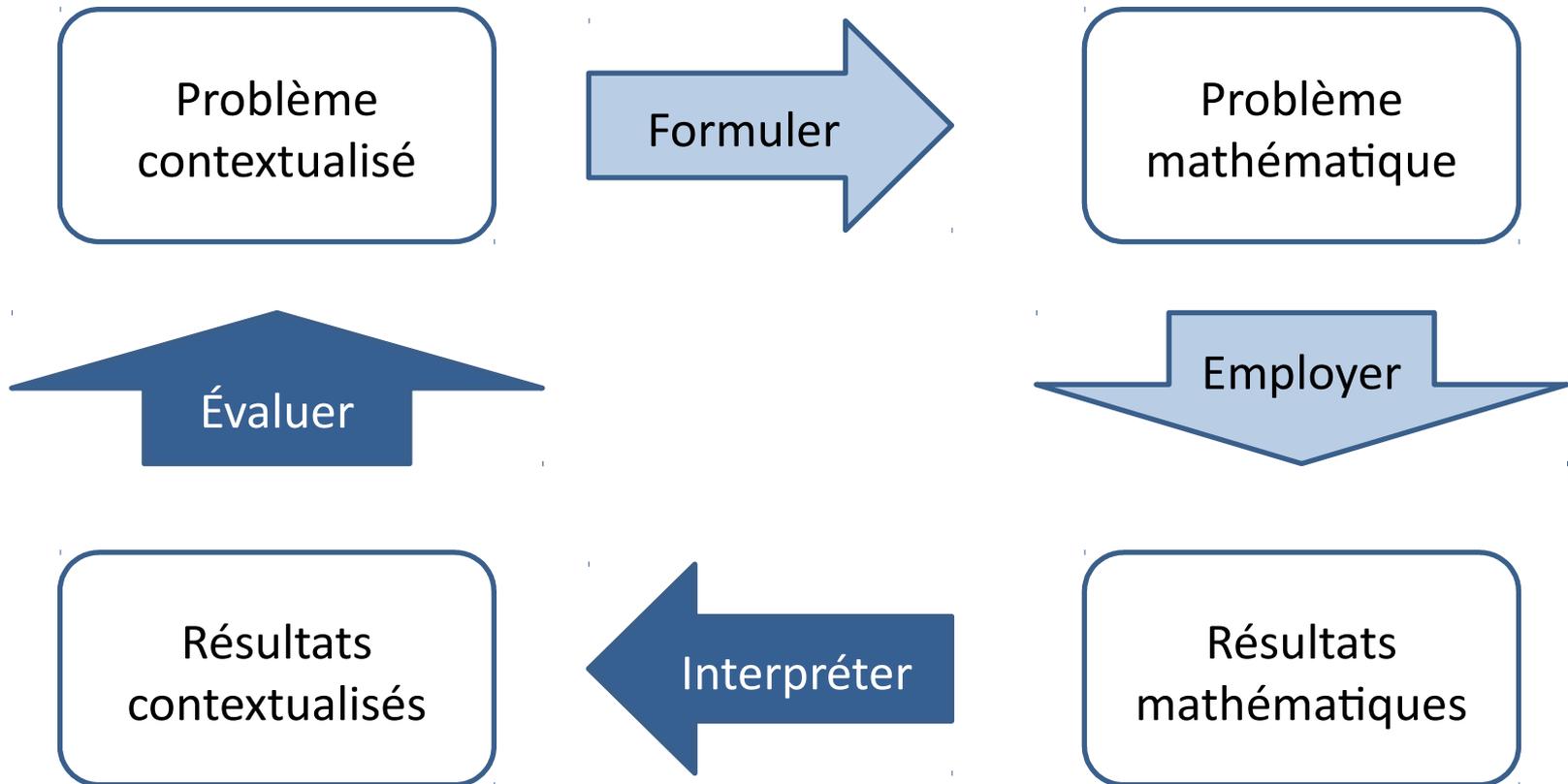
Utilisation d'opérations et d'un langage symbolique, formel et technique

- Les individus qui exploitent leur culture mathématique doivent *utiliser des opérations et un langage symbolique, formel et technique*, ce qui consiste à comprendre, interpréter, manipuler et employer des expressions symboliques (y compris des opérations et des expressions arithmétiques) dans un contexte mathématique régi par des conventions et des règles mathématiques. Cela implique aussi de comprendre et d'utiliser des *constructs* formels basés sur des définitions, des règles et des systèmes formels, et d'employer des algorithmes avec ces entités. Les symboles, les règles et les systèmes utilisés varient en fonction des contenus mathématiques spécifiques requis dans une tâche pour formuler ou résoudre le problème, ou en interpréter les aspects mathématiques.

Utilisation d'outils mathématiques

- La dernière compétence mathématique qui sous-tend concrètement la culture mathématique est la capacité d'*utiliser des outils mathématiques*. Par outils mathématiques, on entend les appareils tels que les instruments de mesure, ainsi que les calculatrices et les outils informatiques qui se généralisent. Les individus qui possèdent cette compétence connaissent divers outils susceptibles de les aider durant une activité mathématique, sont capables de les utiliser et sont conscients de leurs limites. Les outils mathématiques peuvent jouer un rôle important lors de la communication des résultats. Lors des cycles précédents, il n'a été possible de les inclure que de manière minimale, en raison de l'administration d'épreuves papier-crayon. L'épreuve informatisée de mathématiques, une composante facultative du cycle PISA 2012, offre davantage de possibilités pour faire en sorte que les élèves se servent des outils mathématiques, ce qui permettra d'observer la façon dont ils les utilisent durant l'épreuve.

Cycle de modélisation Pisa



CSP

Compétences mathématiques

Cycles 2, 3, 4

Compétences mathématiques

Cycles 2, 3, 4

Cycle 2, chercher

- **S'engager** dans une démarche de résolution de problèmes en observant, en posant des questions, en manipulant, en expérimentant, en émettant des hypothèses, si besoin avec l'**accompagnement** du professeur après un temps de recherche **autonome**.
- Tester, **essayer** plusieurs pistes proposées par soi-même, **les autres élèves** ou le professeur.
- 2, 4

Cycle 2, modéliser

- Réaliser que certains problèmes relèvent de situations additives, d'autres de situations multiplicatives, de partages ou de groupements.
- Reconnaître des formes dans des objets réels et les reproduire géométriquement.
- 1, 2, 4

Cycle 2, représenter

- Appréhender différents systèmes de représentations (dessins, schémas, arbres de calcul, etc.).
- Utiliser des nombres pour représenter des quantités ou des grandeurs.
- Utiliser diverses représentations de solides et de situations spatiales.
- 1, 5

Cycle 2, raisonner

- **Anticiper** le résultat d'une manipulation, d'un calcul, ou d'une mesure.
- Raisonner sur des figures pour les reproduire avec des instruments.
- Tenir compte d'éléments divers (**arguments d'autrui**, résultats d'une expérience, sources internes ou externes à la classe, etc.) pour modifier son jugement.
- Prendre progressivement conscience de la nécessité et de l'intérêt de **justifier** ce que l'on affirme.
- 2, 3, 4

Cycle 2, calculer

- Calculer avec des nombres entiers, mentalement ou à la main, de manière exacte ou approchée, en utilisant des stratégies adaptées aux nombres en jeu.
- Contrôler la vraisemblance de ses résultats.
- 4

Cycle 2, communiquer

- Utiliser l'oral et l'écrit, le langage naturel puis quelques représentations et quelques symboles pour expliciter des démarches, argumenter des raisonnements.
- 1, 3

Cycle 3, chercher

- Prélever et organiser les informations nécessaires à la résolution de problèmes à partir de supports variés : textes, tableaux, diagrammes, graphiques, dessins, schémas, etc.
- **S'engager** dans une démarche, observer, questionner, manipuler, expérimenter, émettre des **hypothèses**, en mobilisant des outils ou des procédures mathématiques déjà rencontrées, en élaborant un **raisonnement** adapté à une situation nouvelle.
- Tester, **essayer** plusieurs pistes de résolution.
- 2, 4

Cycle 3, modéliser

- Utiliser les mathématiques pour résoudre quelques problèmes issus de situations de la vie quotidienne.
- Reconnaître et distinguer des problèmes relevant de situations additives, multiplicatives, de proportionnalité.
- Reconnaître des situations réelles pouvant être modélisées par des relations géométriques (alignement, parallélisme, perpendicularité, symétrie).
- Utiliser des propriétés géométriques pour reconnaître des objets.

- 1, 2, 4

Cycle 3, représenter

- Utiliser des outils pour représenter un problème : dessins, schémas, diagrammes, graphiques, écritures avec parenthésages, ...
- Produire et utiliser diverses représentations des fractions simples et des nombres décimaux.
- Analyser une figure plane sous différents aspects (surface, contour de celle-ci, lignes et points).
- Reconnaître et utiliser des premiers éléments de codages d'une figure plane ou d'un solide.
- Utiliser et produire des représentations de solides et de situations spatiales.
- Résoudre des problèmes nécessitant l'organisation de données multiples ou la construction d'une démarche qui combine des étapes de raisonnement.
- 1, 5

Cycle 3, raisonner

- Résoudre des problèmes nécessitant l'**organisation** de données multiples ou la construction d'une démarche qui combine des **étapes** de raisonnement.
- En géométrie, passer progressivement de la perception au contrôle par les instruments pour amorcer des raisonnements s'appuyant uniquement sur des propriétés des figures et sur des relations entre objets.
- Progresser collectivement dans une investigation en sachant prendre en compte le **point de vue d'autrui**.
- **Justifier** ses affirmations et rechercher la validité des **informations dont on dispose**.
- 2, 3, 4

Cycle 3, calculer

- Calculer avec des nombres décimaux, de manière exacte ou approchée, en utilisant des stratégies ou des techniques appropriées (mentalement, en ligne, ou en posant les opérations).
- Contrôler la vraisemblance de ses résultats.
- Utiliser une calculatrice pour trouver ou vérifier un résultat.
- 4

Cycle 3, communiquer

- Utiliser progressivement un vocabulaire adéquat et/ou des notations adaptées pour décrire une situation, exposer une argumentation.
- Expliquer sa démarche ou son raisonnement, **comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange.**
- 1, 3

Chercher

Cycle 2	Cycle 3
<p>S'engager dans une démarche de résolution de problèmes en observant, en posant des questions, en manipulant, en expérimentant, en émettant des hypothèses, si besoin avec l'accompagnement du professeur après un temps de recherche autonome.</p> <p>Tester, essayer plusieurs pistes proposées par soi-même, les autres élèves ou le professeur.</p>	<p>Prélever et organiser les informations nécessaires à la résolution de problèmes à partir de supports variés : textes, tableaux, diagrammes, graphiques, dessins, schémas, etc.</p> <p>S'engager dans une démarche, observer, questionner, manipuler, expérimenter, émettre des hypothèses, en mobilisant des outils ou des procédures mathématiques déjà rencontrés, en élaborant un raisonnement adapté à une situation nouvelle.</p> <p>Tester, essayer plusieurs pistes de résolution.</p> <p>Utiliser les mathématiques pour résoudre quelques problèmes issus de situations de la vie quotidienne.</p>

Modéliser

Cycle 2

Utiliser des outils mathématiques pour résoudre des problèmes concrets, notamment des problèmes portant sur des grandeurs et leurs mesures.
Réaliser que certains problèmes relèvent de situations additives, d'autres de situations multiplicatives, de partages ou de groupements.
Reconnaitre des formes dans des objets réels et les reproduire géométriquement.

Cycle 3

Utiliser les mathématiques pour résoudre quelques problèmes issus de situations de la vie quotidienne.
Reconnaitre et distinguer des problèmes relevant de situations additives, multiplicatives, de proportionnalité.
Reconnaitre des situations réelles pouvant être modélisées par des relations géométriques (alignement, parallélisme, perpendicularité, symétrie).
Utiliser des propriétés géométriques pour reconnaitre des objets.

Représenter

Cycle 2	Cycle 3
<p>Appréhender différents systèmes de représentations (dessins, schémas, arbres de calcul, etc.).</p> <p>Utiliser des nombres pour représenter des quantités ou des grandeurs.</p> <p>Utiliser diverses représentations de solides et de situations spatiales.</p>	<p>Utiliser des outils pour représenter un problème : dessins, schémas, diagrammes, graphiques, écritures avec parenthésages, ...</p> <p>Produire et utiliser diverses représentations des fractions simples et des nombres décimaux.</p> <p>Analyser une figure plane sous différents aspects (surface, contour de celle-ci, lignes et points).</p> <p>Reconnaitre et utiliser des premiers éléments de codages d'une figure plane ou d'un solide.</p> <p>Utiliser et produire des représentations de solides et de situations spatiales.</p>

Raisonner

Cycle 2

Anticiper le résultat d'une manipulation, d'un calcul, ou d'une mesure.

Raisonner sur des figures pour les reproduire avec des instruments.

Tenir compte d'éléments divers (arguments d'autrui, résultats d'une expérience, sources internes ou externes à la classe, etc.) pour modifier son jugement.

Prendre progressivement conscience de la nécessité et de l'intérêt de justifier ce que l'on affirme.

Cycle 3

Résoudre des problèmes nécessitant l'organisation de données multiples ou la construction d'une démarche qui combine des étapes de raisonnement.

En géométrie, passer progressivement de la perception au contrôle par les instruments pour amorcer des raisonnements s'appuyant uniquement sur des propriétés des figures et sur des relations entre objets.

Progresser collectivement dans une investigation en sachant prendre en compte le point de vue d'autrui.

Justifier ses affirmations et rechercher la validité des informations dont on dispose.

Calculer

Cycle 2

Calculer avec des nombres entiers, mentalement ou à la main, de manière exacte ou approchée, en utilisant des stratégies adaptées aux nombres en jeu. Contrôler la vraisemblance de ses résultats.

Cycle 3

Calculer avec des nombres décimaux, de manière exacte ou approchée, en utilisant des stratégies ou des techniques appropriées (mentalement, en ligne, ou en posant les opérations). Contrôler la vraisemblance de ses résultats. Utiliser une calculatrice pour trouver ou vérifier un résultat.

Communiquer

Cycle 2	Cycle 3
<p>Utiliser l'oral et l'écrit, le langage naturel puis quelques représentations et quelques symboles pour expliciter des démarches, argumenter des raisonnements.</p>	<p>Utiliser progressivement un vocabulaire adéquat et/ou des notations adaptées pour décrire une situation, exposer une argumentation. Expliquer sa démarche ou son raisonnement, comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange.</p>

Deuxième partie

Identifier les compétences
mathématiques

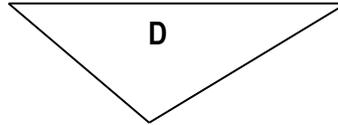
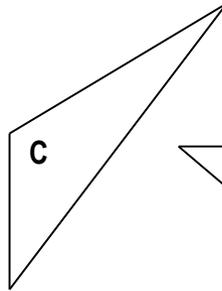
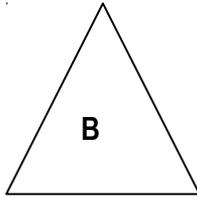
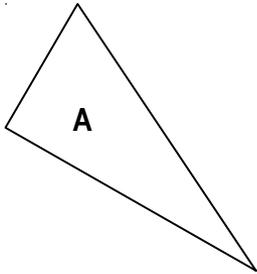
Identifier

- Identifier les compétences dans les sujets
- Description détaillée
- Leur degré d'activité
- Exemples d'items Cèdre

Exemple d'items - Géométrie

Identifier

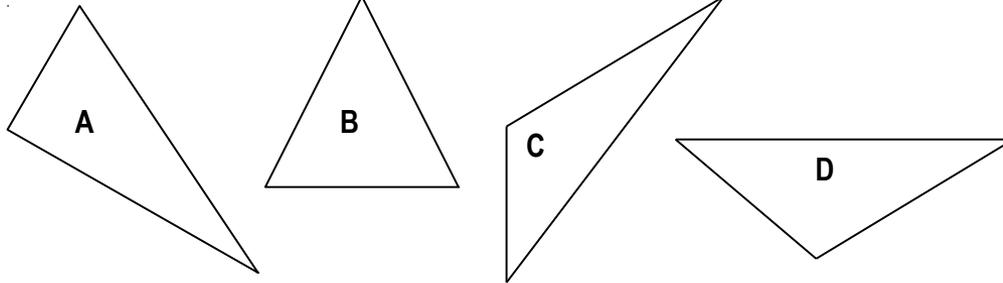
Lequel de ces quatre triangles est un triangle rectangle ?



Exemple d'items - Géométrie

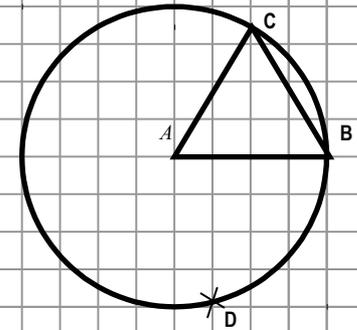
Identifier

Lequel de ces quatre triangles est un triangle rectangle ?



Traiter

ABC est un triangle équilatéral

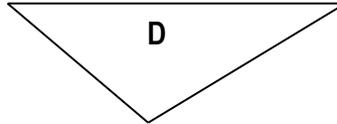
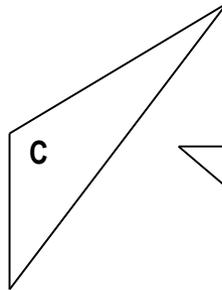
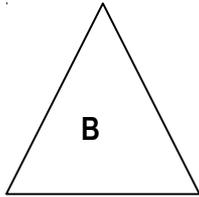
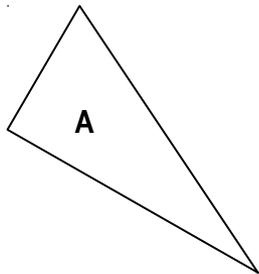


	Vrai	Faux
AC=BC		
AB=AD		
AD=CB		
AC=DB		

Exemple d'items - Géométrie

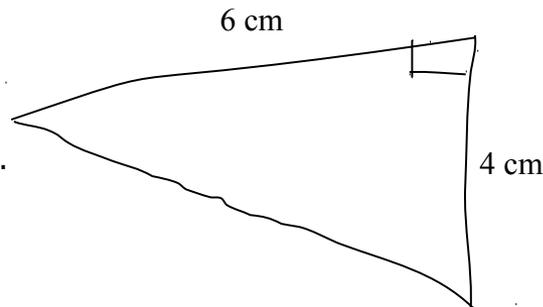
Identifier

Lequel de ces quatre triangles est un triangle rectangle ?



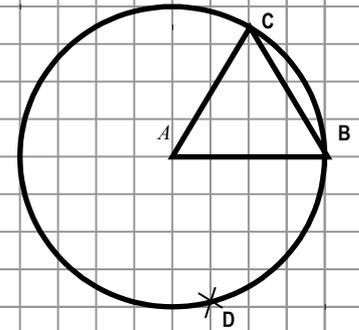
Produire

Voici un dessin tracé à main levée.
A l'aide de tes instruments de géométrie,
trace la figure correspondante en respectant les indications.



Traiter

ABC est un triangle équilatéral

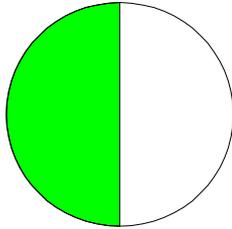


	Vrai	Faux
AC=BC		
AB=AD		
AD=CB		
AC=DB		

Exemple d'items – Fractions et nombres décimaux

Identifier

La partie grisée représente :

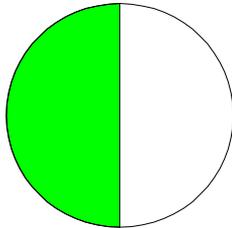


$\frac{1}{2}$ du disque	
$\frac{1}{4}$ du disque	
$\frac{4}{2}$ du disque	
$\frac{2}{2}$ du disque	

Exemple d'items – Fractions et nombres décimaux

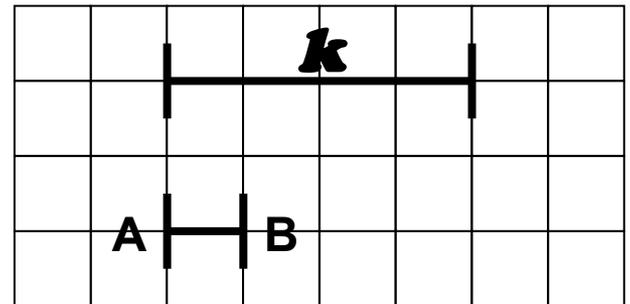
Identifier

La partie grisée représente :



$\frac{1}{2}$ du disque	
$\frac{1}{4}$ du disque	
$\frac{4}{2}$ du disque	
$\frac{2}{2}$ du disque	

Traiter



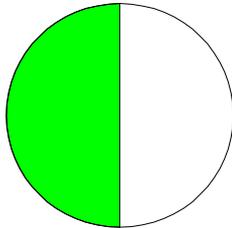
La longueur du segment [AB] est :

$\frac{1}{2}$ de K	
$\frac{4}{1}$ de K	
$\frac{1}{8}$ de K	
$\frac{1}{4}$ de K	

Exemple d'items – Fractions et nombres décimaux

Identifier

La partie grisée représente :



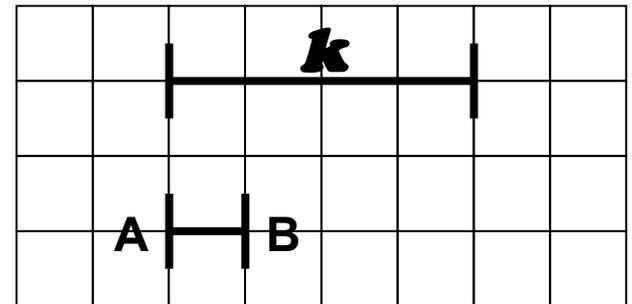
$\frac{1}{2}$ du disque	
$\frac{1}{4}$ du disque	
$\frac{4}{2}$ du disque	
$\frac{2}{2}$ du disque	

Produire

Colorie ou hachure $\frac{1}{2}$ de la bande



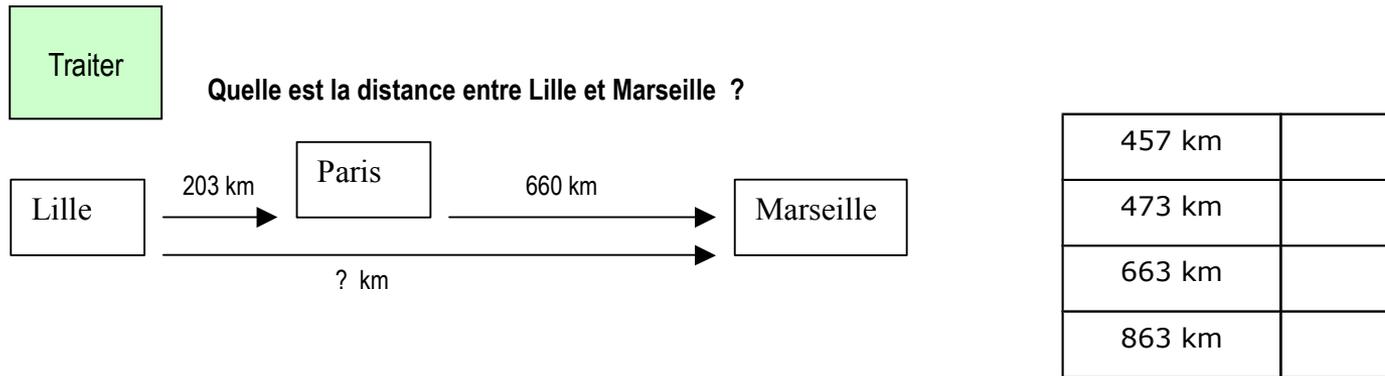
Traiter



La longueur du segment [AB] est :

$\frac{1}{2}$ de K	
$\frac{4}{1}$ de K	
$\frac{1}{8}$ de K	
$\frac{1}{4}$ de K	

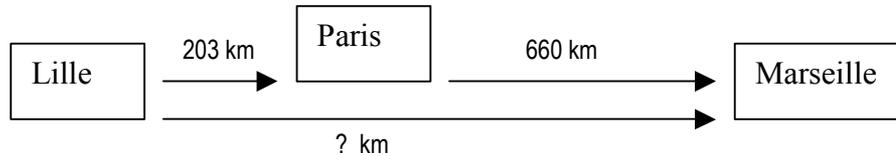
Exemple d'items – Exploitation de données numériques



Exemple d'items – Exploitation de données numériques

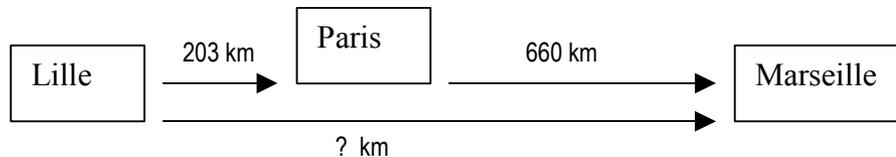
Traiter

Quelle est la distance entre Lille et Marseille ?



457 km	
473 km	
663 km	
863 km	

Produire



La distance entre Lille et Paris est de 203 km, la distance entre Paris et Marseille est de 660 km. Quelle est la distance entre Lille et Marseille?

Troisième partie

Former et évaluer les élèves

Troisième partie

- Évaluer les compétences des élèves ?
- En formation/en certification
- Peut-on donner des descripteurs permettant de définir séparément une évaluation des élèves de chacune des compétences mathématiques, avec progression sur le cycle pour la formation ?

Évaluation des élèves

- Se repérer dans la construction des compétences
- Travail à partir d'exercices
- Exemples d'échelles descriptives
- Liens avec les thèmes du programme, les domaines du socle

Questions

- Peut-on s'avancer sur les modalités d'évaluation des compétences dans l'état actuel des textes ?
- Comment croiser le travail sur les items et celui sur l'évaluation des élèves ?
- Ne pas oublier la formation.

Conclusions

- Le repérage avant l'évaluation
- Guide pour équilibrer la formation
- L'idée forte de la modélisation
- Repères pour l'acquisition des compétences.
- Rester modeste ! Éviter les excès analytiques, les grilles trop fines de compétences des élèves. Penser au socle et aux thèmes.

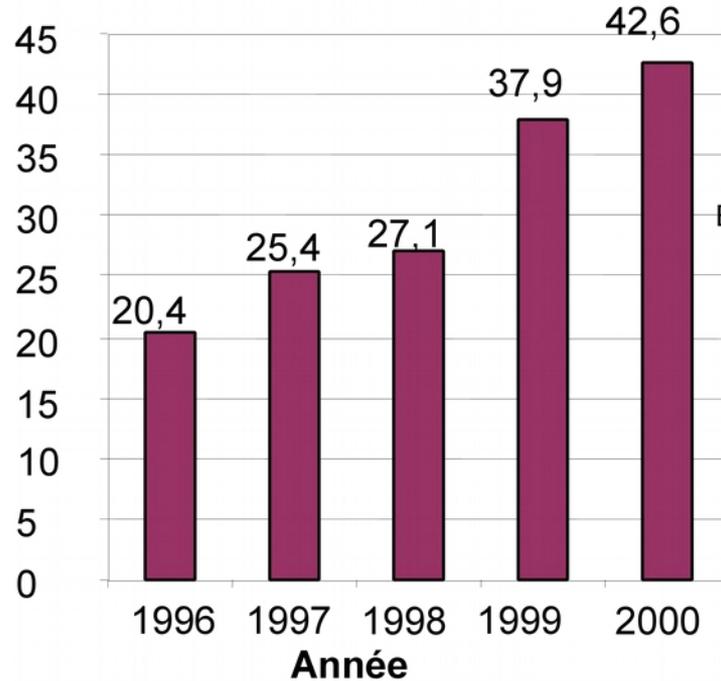
Annexe

Exemples d'items de niveau cycle 4
(PISA ou Cèdre)

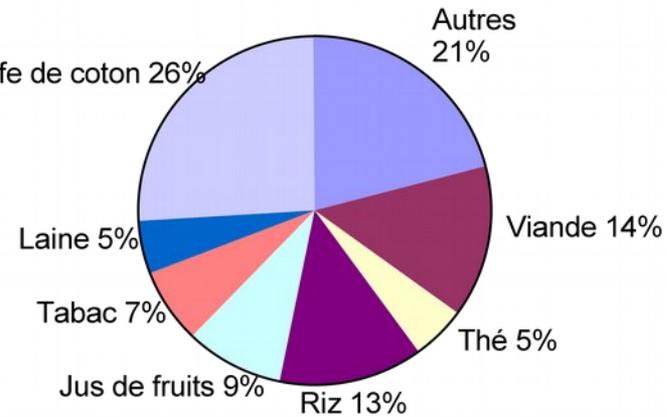
Compétences, cotations

Exportations

Total des exportations annuelles de la Zedlande en millions de zeds, de 1996 à 2000



Répartition des exportations de la Zedlande pour l'année 2000



Exportations

- **Q1**
- Quel était le montant total, en millions de zeds, des exportations de la Zedlande en 1998 ?
-
- **Q2**
- Donnez une valeur approchée du montant des exportations de jus de fruits de la Zedlande en 2000.
- 1,8 million de zeds.
- 2,3 millions de zeds.
- 2,4 millions de zeds.
- 3,4 millions de zeds.
- 3,8 millions de zeds.

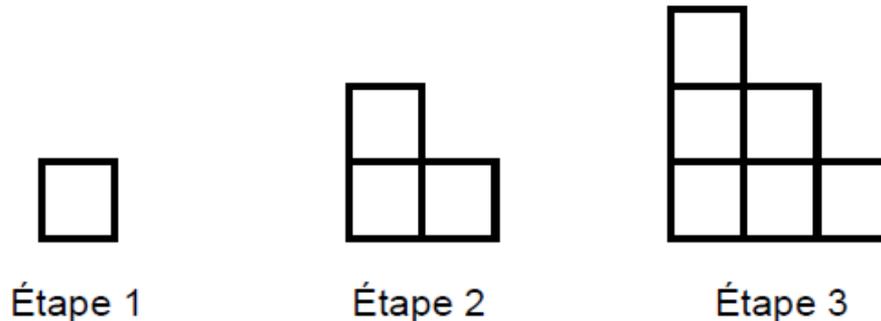
MOTIF EN ESCALIER

Question 1 : MOTIF EN ESCALIER

M806Q01

Rémy réalise un motif en escalier en utilisant des carrés. Il suit les étapes suivantes :

Comme on peut le voir, il utilise un carré à l'étape 1, trois carrés à l'étape 2 et six carrés à l'étape 3.



Combien de carrés devra-t-il utiliser à l'étape 4 ?

Réponse :carrés.

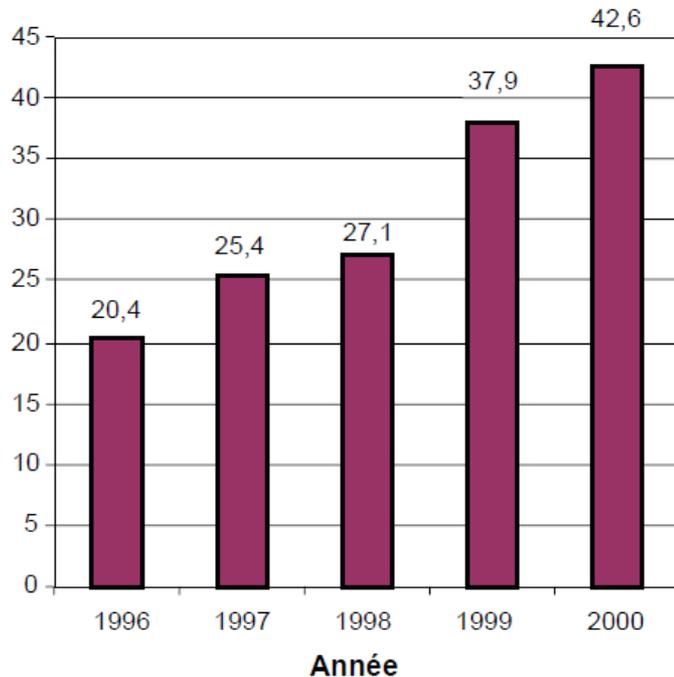
Motif en escalier

	Motif en escalier				
Experts	E1	E2	E3	E4	E5
Communication	1	1	1	0	1
Mathématisation	1	1	0	1	1
Représentation	1	0	0	1	1
Stratégie	2	2	0	1	1
Raisonnement et argumentation	1	2	1	1	1
Utilisation d'un langage et d'opérations symboliques, formelles et techniques.	0	0	0	0	0
TOTAL	6	6	2	4	5
Indicateur de complexité	4,6				

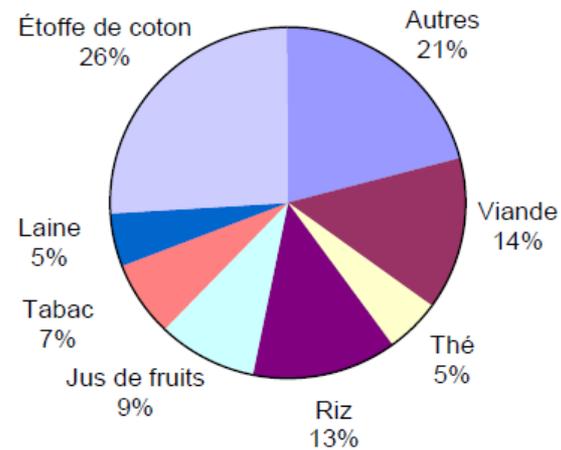
EXPORTATIONS

Les graphiques ci-dessous fournissent des informations sur les exportations de la Zedlande, un pays dont la devise est le zed.

Total des exportations annuelles de la Zedlande en millions de zeds, de 1996 à 2000



Répartition des exportations de la Zedlande pour l'année 2000



Quel était le montant total, en millions de zeds, des exportations de la Zedlande en 1998 ?

Exportations

	Exportations				
Experts	E1	E2	E3	E4	E5
Communication	2	1	2	1	1
Mathématisation	1	1	1	1	0
Représentation	1	0	1	1	1
Stratégie	1	1	0	1	0
Raisonnement et argumentation	1	1	0	0	0
Utilisation d'un langage et d'opérations symboliques, formelles et techniques.	0	0	0	0	0
TOTAL	6	4	4	4	2
Indicateur de complexité	4				

Tremblement de terre

On a diffusé un documentaire sur les tremblements de terre et la fréquence à laquelle ils se produisent. Ce reportage comprenait un débat sur la prévisibilité des tremblements de terre. Un géologue a affirmé : « Au cours des vingt prochaines années, la probabilité qu'un tremblement de terre se produise à Zedville est de deux sur trois. » Parmi les propositions suivantes, laquelle exprime le mieux *ce que veut dire ce géologue ?*

- A Puisque $2/3 \times 30 = 13,3$, il y aura donc un tremblement de terre à Zedville dans 13 à 14 ans à partir de maintenant.
- B $2/3$ est supérieur à $1/2$, on peut donc être certain qu'il y aura un tremblement de terre à Zedville au cours des 20 prochaines années.
- C La probabilité d'avoir un tremblement de terre à Zedville dans les vingt prochaines années est plus forte que la probabilité de ne pas en avoir.
- D On ne peut pas dire ce qui se passera, car personne ne peut être certain du moment où un tremblement de terre se produit.

Tremblement de terre

	Tremblement de terre				
Experts	E1	E2	E3	E4	E5
Communication	3	2	1	3	2
Mathématisation	3	2	1	3	2
Représentation	2	0	0	3	1
Stratégie	1	2	0	2	2
Raisonnement et argumentation	1	1	0	3	3
Utilisation d'un langage et d'opérations symboliques, formelles et techniques.	1	1	2	1	1
TOTAL	11	8	4	15	11
Indicateur de complexité	9,8				

Item Pisa : Marche à pied

- L'image montre les traces de pas d'un homme en train de marcher. La longueur de pas L est la distance entre l'arrière de deux traces de pas consécutives. Pour les hommes, la formule $nL = 140$ donne un rapport approximatif entre n et L où :
- n = nombre de pas par minutes
- L = longueur de pas en mètres.
- *QUESTION 1*
- Si la formule s'applique à la façon de marcher d'Henri et qu'Henri fait 70 pas par minute, quelle est la longueur de pas d'Henri ? Montrez vos calculs. [Taux de réussite international Pisa 2003 = 36%]
- *QUESTION 2*
- Bernard sait que la longueur de son pas est de 0,80 mètre. La formule s'applique à sa façon de marcher.
- Calculez la vitesse à laquelle marche Bernard en mètres par minute et en kilomètres par heure. Montrez vos calculs. [21%]

Compétences (marche à pied)

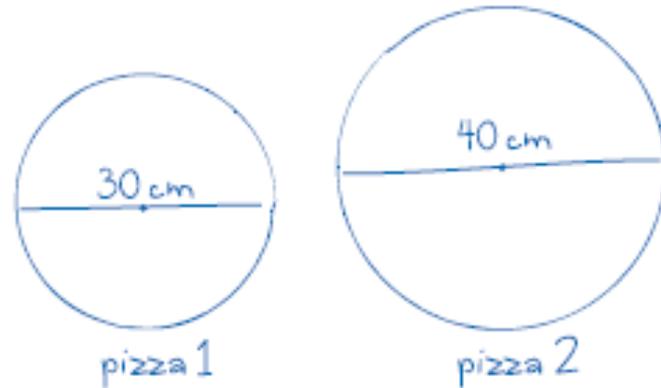
- Les facultés mathématiques fondamentales interviennent comme suit dans cet item. Les facultés de **communication** sont à exploiter pour lire et comprendre le stimulus, puis pour **articuler la solution** et **montrer le cheminement**. Cet item ne demande **pas véritablement de mathématisation**, car le modèle mathématique est fourni sous une forme familière pour de nombreux élèves âgés de 15 ans. Les facultés de **représentation** sont à exploiter dans une mesure significative, car le stimulus inclut un **élément graphique**, du **texte** et une **expression algébrique** que les élèves doivent mettre en correspondance. Les facultés de **conception de stratégies** interviennent **très peu** dans le processus de résolution, car la stratégie à adopter est formulée de manière très claire dans la question. Les facultés de **raisonnement et d'argumentation** ne jouent qu'un **rôle minime** parce qu'une nouvelle fois, cette tâche est formulée de manière claire et que tous les éléments requis sont évidents. **L'utilisation d'opérations et d'un langage symbolique, formel et technique s'impose** pour procéder à la substitution et manipuler l'expression pour faire en sorte que L devienne le sujet de l'équation.

Item Pisa : Pizzas

- Une pizzeria propose deux pizzas rondes de la même épaisseur, de tailles différentes. La plus petite a un diamètre de 30 cm et coûte 30 zeds. La plus grande a un diamètre de 40 cm et coûte 40 zeds.
- Laquelle des deux pizzas est la plus avantageuse par son prix ? Indiquez votre raisonnement.

Compétences Pizzas

La **communication** intervient relativement peu lorsqu'il s'agit de lire et d'interpréter l'énoncé qui est assez direct, mais intervient davantage lorsqu'il s'agit de présenter et d'expliquer la solution. La **mathématisation** est à la clé du problème : les élèves doivent en effet formuler un modèle pour décrire le concept « avantageuse par son prix ». Les élèves doivent créer une **représentation** des aspects pertinents du problème, notamment la représentation symbolique de la formule permettant de calculer la superficie et l'expression de taux qui représentent le concept « avantageuse par son prix », pour élaborer leur solution. Les **raisonnements** (pour décider que l'épaisseur peut être ignorée et justifier l'approche adoptée et les résultats obtenus) sont considérables et la **conception de stratégies** permettant de contrôler les calculs et les processus de modélisation est un aspect difficile dans ce problème. L'**utilisation d'opérations et d'un langage symbolique, formel et technique** s'impose, car les élèves doivent utiliser leurs connaissances en matière de concepts, de faits et de procédures pour aborder la géométrie des cercles et calculer les taux. L'**utilisation d'outils mathématiques** n'est guère difficile si les élèves savent utiliser correctement une calculatrice.



Partie importante
de formulation
Emploi de
connaissances : Espace et formes
et Quantité

Formulation du
modèle mathématique
du concept « avantageuse par
son prix »
Interpréter
des résultats
mathématiques

L'épaisseur est identique, je peux donc comparer les aires.

$$\begin{aligned}\text{Aire de la pizza 1} &= \pi r^2 \\ &= \pi \times 15 \times 15 \text{ cm}^2 \\ &= 706,5 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Aire de la pizza 2} &= \pi r^2 \\ &= \pi \times 20 \times 20 \text{ cm}^2 \\ &= 1256 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Coût par cm}^2 \text{ de la pizza 1} &= 30 \text{ zeds} / 706,5 \text{ cm}^2 \\ &= 0,04 \text{ zeds/cm}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Coût par cm}^2 \text{ de la pizza 2} &= 40 \text{ zeds} / 1256 \text{ cm}^2 \\ &= 0,03 \text{ zeds/cm}^2\end{aligned}$$

La pizza 2 coûte moins cher par cm^2 ;
elle présente donc un meilleur rapport quantité/prix.

Item Pisa : Déchets

Pour un devoir portant sur l'environnement, des élèves ont recueilli des informations sur le temps de décomposition des différents types de déchets que les gens jettent :

Un élève envisage de présenter ces résultats sous forme d'un diagramme en bâtons. Donnez une raison pour laquelle le diagramme en bâtons ne conviendra pas pour présenter ces données

Types de déchets	Temps de décomposition
Peau de banane	1-3 ans
Pelure d'orange	1-3 ans
Boîtes en carton	0,5 année
Chewing gum	20-25 ans
Journaux	Quelques jours
Gobelets en polystyrène	Plus de 100 ans

Déchets : compétences

- La **communication** intervient à cause de la nécessité de lire le texte et d'interpréter le tableau et, dans une plus grande mesure, de la nécessité de rédiger un **raisonnement** succinct. La **mathématisation** de la situation n'est guère difficile, dans la mesure où les élèves doivent identifier et extraire des caractéristiques mathématiques clés d'un diagramme en bâtons dans chaque catégorie de déchets. Les élèves doivent interpréter des données présentées sous forme de tableau, puis imaginer une représentation graphique, avant d'établir **un lien entre les deux représentations**, ce qui est tout l'enjeu de l'item. Le **raisonnement** requis est relativement facile, tout comme la **conception de stratégies**. L'utilisation d'opérations et d'un **langage symbolique, formel et technique** intervient, car les élèves doivent connaître des faits et des procédures pour imaginer ou dessiner un diagramme en bâtons et, surtout, comprendre l'échelle à employer pour imaginer l'ordonnée. L'utilisation d'outils mathématiques est selon toute vraisemblance inutile.

Concert de Rock

- Un terrain rectangulaire mesurant 100 m sur 50 m a été réservé pour le public d'un concert de rock.
- Toutes les places ont été vendues et le terrain est plein de fans, tous debout.
- Lequel des nombres ci-dessous est probablement la meilleure estimation du nombre total de personnes assistant au concert ?
- A. 2 000
- B. 5 000
- C. 20 000
- D. 50 000
- E. 100 000

Concert Rock

- Les facultés en **communication** sont relativement peu mises à contribution, car il suffit aux élèves de lire et de comprendre le texte. L'importance mathématique de termes tels que « mesurant » et « rectangulaire », la phrase « le terrain est plein » et le substantif « estimation » employé dans la consigne doivent être compris, puis interprétés. Des connaissances du monde réel peuvent être utiles pour ce faire. Cet item passe par un processus assez complexe de **mathématisation**, car il demande aux élèves de formuler des hypothèses sur l'espace qu'une personne occupe debout et de créer un modèle de base du type : « nombre de fans » x « espace moyen d'un fan » = « superficie du terrain ». Les élèves doivent se **représenter** la situation mentalement ou la dessiner pour concevoir le modèle qui établit un lien entre l'espace occupé par un fan et la superficie du terrain. La conception de **stratégies** intervient à plusieurs stades du processus de résolution, notamment lorsque les élèves décident de la façon dont ils vont aborder le problème, imaginent le modèle qui pourrait se révéler utile pour estimer l'espace occupé par un fan lors d'un concert et comprennent qu'ils vont devoir en passer par quelques étapes de vérification et de validation.

Concert Rock

Les élèves peuvent choisir, à titre de **stratégie de résolution**, de postuler l'espace par personne, de le multiplier par le nombre de personnes fourni dans chaque option de réponse, puis de comparer le résultat aux conditions indiquées dans la question. Ils peuvent aussi faire l'inverse, en l'occurrence partir de la superficie fournie et calculer l'espace par personne qu'implique chaque option de réponse, puis identifier la réponse qui satisfait le mieux aux critères indiqués dans la question. **L'utilisation d'opérations et d'un langage symbolique, formel et technique** intervient une fois que les élèves appliquent la stratégie qu'ils ont adoptée, quelle qu'elle soit, pour interpréter et utiliser les dimensions fournies, et faire les calculs requis pour mettre en correspondance la superficie du terrain et l'espace occupé par un individu. Les facultés de **raisonnement et d'argumentation** interviennent, car les élèves doivent bien réfléchir à la relation entre le modèle qu'ils ont conçu, la solution qu'ils ont obtenue et le contexte réel, pour valider leur modèle et vérifier qu'ils ont choisi la réponse correcte.

Concert Rock

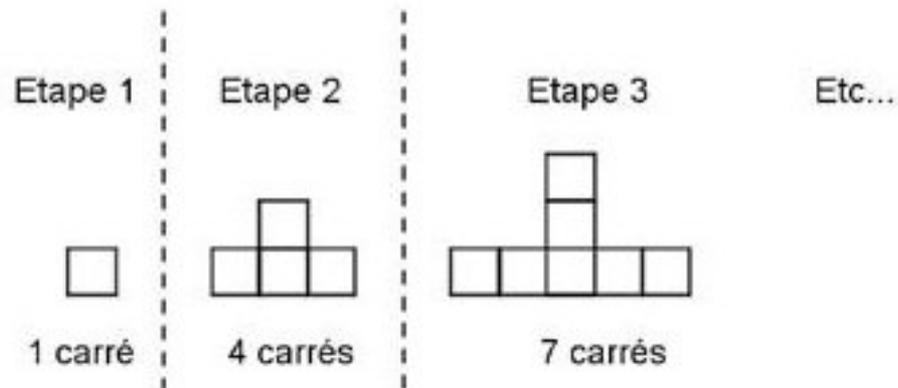
- Réussite : 28%
- Processus : formuler
- Contenu : Quantité

Item 1 Cèdre

- Un élève va être choisi au hasard dans la liste suivante : Clara, Paula, Mohamed, Pablo, Pierre, Ilhan, Céline, Aminata, Bertrand, Lily.
- Quelle est la probabilité que le prénom de l'élève commence par la lettre P ? Cocher la bonne réponse.
- $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{3}{7}$ $\frac{3}{10}$
- [Réussite = 86%, réussi dès le niveau 1 Cèdre avec probabilité 0,58]

Item 2 Cèdre (1)

Observer les différentes étapes de construction.



On continue de la même façon

Item 2 Cèdre (2)

- Q1 : Combien de carrés à l'étape 5 ?
- Q2 : A quelle étape comptera-t-on 25 carrés ?
(QCM avec choix entre 5, 6, 8, 9)
- Q3 : n représente un nombre entier naturel non nul. Combien de carrés compte-t-on à l'étape n ?
QCM avec choix entre
 n , $3+n$, $1+3xn$, $1+ 3x(n-1)$

Item 2 Cèdre (3)

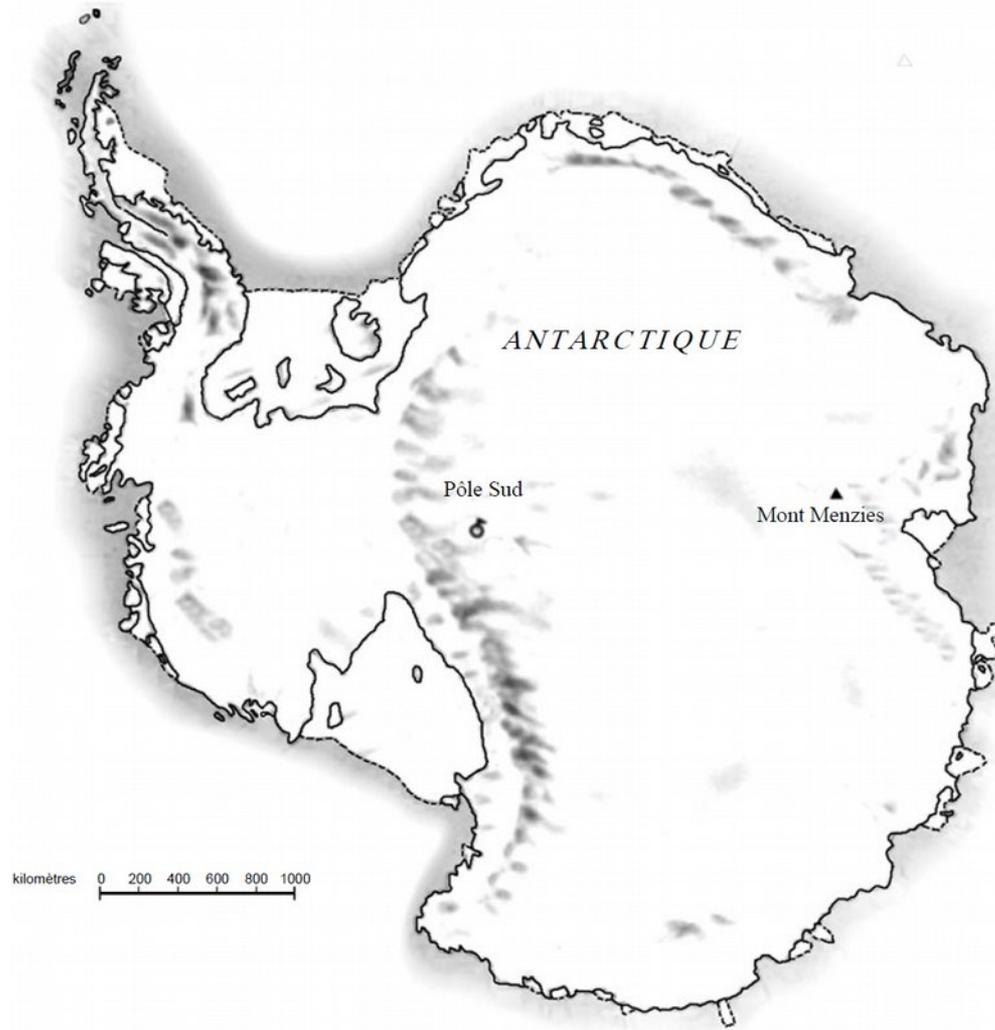
- Q1 : 82%
- Q2 : 77%
- Q3 : 14% (item hors échelle)

Item 3 Cèdre

- Brigitte va dans une librairie. Elle y achète autant de livres que de magazines. Les magazines coûtent 2 € chacun et les livres coûtent 6 € chacun. Elle dépense en tout 40 €.
- Combien de livres a-t-elle achetés ?
- [Réussite 59%, item réussi dès le groupe 3]

CONTINENT

Vous voyez ci-dessous une carte de l'Antarctique.



Continent

- **Question 2**
- Estimez l'aire de l'Antarctique en utilisant l'échelle de cette carte.
- Montrez votre travail et expliquez comment vous avez fait votre estimation. (Vous pouvez dessiner sur la carte si cela vous aide pour votre estimation.)

Continent

	Continent				
Experts	E1	E2	E3	E4	E5
Communication	1	2	2	2	2
Mathématisation	3	2	1	2	1
Représentation	3	1	1	1	1
Stratégie	3	3	1	2	2
Raisonnement et argumentation	2	2	0	1	1
Utilisation d'un langage et d'opérations symboliques, formelles et techniques.	1	0	2	1	1
TOTAL	13	10	7	9	8
Indicateur de complexité	9,4				

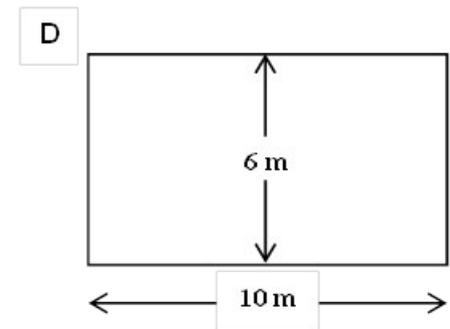
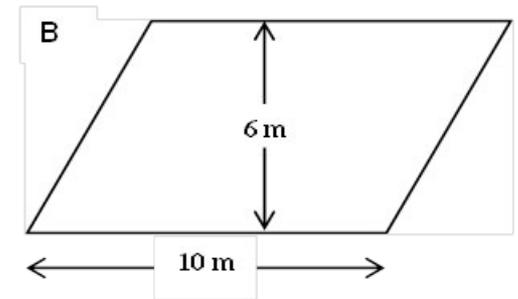
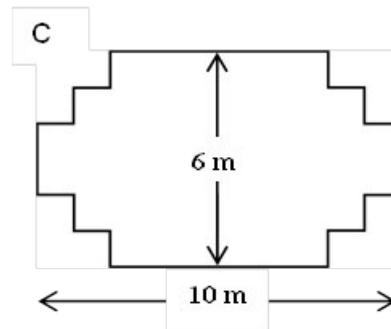
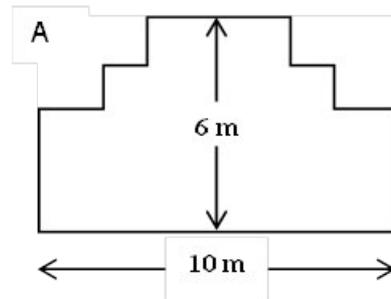
Performances

	Indicateur de complexité A PRIORI	Pourcentage de réussite A POSTERIORI	
		France	OCDE
Continent	9,4	19%	20%
Exportations	4	92%	79%
Motif en escalier	4,6	61%	67%
Tremblement de terre	9,8	51%	47%

Menuisier

Un menuisier dispose de 32 mètres de planches et souhaite s'en servir pour faire la bordure d'une plate-bande dans un jardin. Il envisage d'utiliser un des tracés suivants pour cette bordure.

Indiquez, pour chacun des tracés, s'il peut être réalisé avec les 32 mètres de planches.



Achat d'appartement

Voici le plan de l'appartement que les parents de Nicolas veulent acheter auprès d'une agence immobilière.

Pour estimer la superficie totale de l'appartement (terrasse et murs compris), on peut mesurer la taille de chaque pièce, calculer leur superficie, puis additionner toutes ces superficies.

Une méthode plus efficace permet toutefois d'estimer la superficie totale en mesurant seulement quatre longueurs. Indiquez sur le plan ci-dessus les **quatre** longueurs nécessaires pour estimer la superficie totale de l'appartement.

