



Cycle(s)	1	2	3	4
	PS MS GS CP CE1 CE2	CM1 CM2 6 <sup>e</sup> 5 <sup>e</sup> 4 <sup>e</sup> 3 <sup>e</sup>		
Évaluations nationales de CM1 Mathématiques - Fiche d'intervention				

## « Placer un nombre sur une ligne graduée » (Séquences 2 et 4, exercices 3 et 15)

### Cette fiche a pour objectifs :

- dans un 1er temps de cibler les types de difficultés rencontrées au regard des attendus de CE2;
- dans un 2d temps de mettre en œuvre une action pédagogique adaptée et efficace dans la perspective des attendus de CM1.

### Les attendus de fin de CE2 évalués dans la séquence d'évaluation

- Il compare, encadre, intercale des nombres entiers en utilisant les symboles (=, <, >).
- Il place des nombres sur un axe ou nomme le nombre identifié sur un axe.
- Il connaît la valeur des chiffres en fonction de leur position (unités, dizaines, centaines, milliers).
- Il calcule mentalement des sommes, des différences et des produits.
- Il estime un ordre de grandeur pour vérifier la vraisemblance d'un résultat

## Description des exercices 3 et 15

**Objectif : identifier les élèves ayant encore à construire leur compréhension du sens de la grandeur des nombres entiers inférieurs à 10000**

La réussite à ces exercices suppose de pouvoir combiner les concepts de nombre cardinal et ordinal ainsi que celui de la linéarité de l'espace des nombres pour comprendre que chaque nombre correspond à la fois à une position précise sur la droite graduée mais aussi à une longueur : 18 c'est le 19<sup>e</sup> point sur la droite mais aussi une longueur de 18 unités couvrant la distance de 0 à 1 sur la droite graduée. En travaillant à partir de droites graduées, et en allant au-delà de la seule récitation de la comptine numérique, les mots nombres acquièrent un sens supplémentaire : chaque graduation fait avancer, de gauche à droite (ordinalité) d'une même quantité (cardinalité) mais aussi d'une même distance (linéarité et espace des nombres). Elle donne ainsi du sens à l'arithmétique : additionner, c'est se déplacer d'un certain nombre d'unités vers la droite, tandis que soustraire est l'opération inverse. C'est également augmenter ou réduire la longueur représentée. C'est pourquoi la

compréhension de la ligne numérique est un bon indicateur de la réussite ultérieure en mathématiques. L'enseignement des fractions en début de CM1 s'appuiera sur ces acquis ([voir note n° 5 du CSEN de février 2022](#)). Les droites graduées proposent une difficulté croissante en jouant sur les variables didactiques suivantes (voir légende de la droite 1 située ci-dessous) :

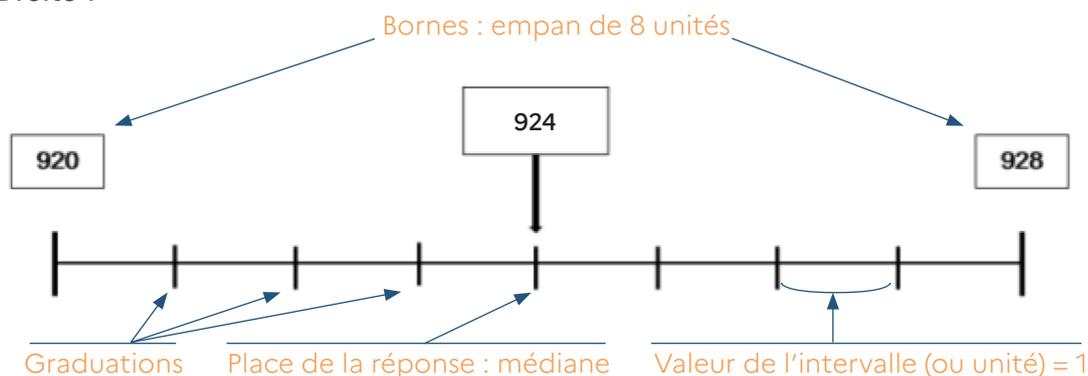
- Valeurs des bornes de début et de fin de la portion de droite graduée mais aussi de l'empan qui les sépare ;
- Valeur de l'intervalle situé entre chaque graduation (1, 10, 100 ou 1000) ;
- Place du nombre recherché sur la portion de droite graduée (proche ou éloignée d'une des bornes ou située de façon médiane) et nombre de graduations pour atteindre celle-ci par surcomptage ou décomptage.

Plus ces valeurs sont élevées plus l'item est complexe.

### Exercice 3

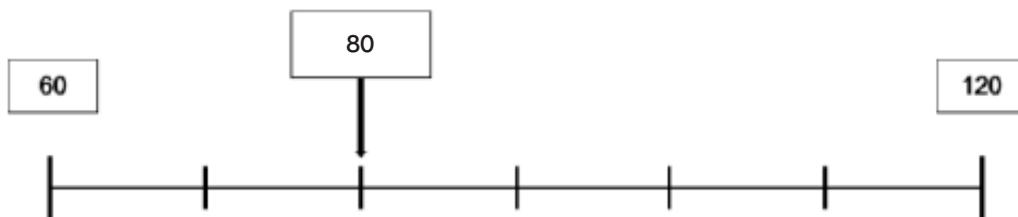
Consigne : écris dans le cadre le nombre indiqué par la flèche.

Droite 1



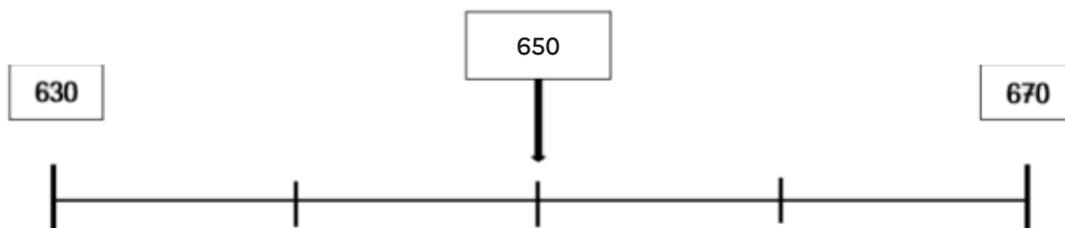
- Réponse attendue et taux de réussite : 924 (taux %)
- Valeur des bornes et de leur empan renseignant du nombre de graduations et de la valeur de l'intervalle : 920 → 928 (8 unités).  $\triangle$  Il n'y a que 7 graduations entre 920 et 928 ; mais il y a bien 8 intervalles de longueur 1.
- Place du nombre recherché sur la droite : médiane (surcomptage ou décomptage de 1 en 1, 4 fois)
- Remarque : dans ces exercices, le terme de « droite graduée » est employé. Il s'agit en réalité, au vu des contraintes spatiales, de morceaux de droites délimités par des bornes, correspondant à des segments.

## Droite 2



- Réponse attendue : 80
- Valeur des bornes et de leur empan renseignant du nombre de graduations et de la valeur de l'intervalle : 60 → 120 (6 dizaines)
- Place du nombre recherché sur la droite : proche de la première borne (surcomptage de 10 en 10, 2 fois)

## Droite 3



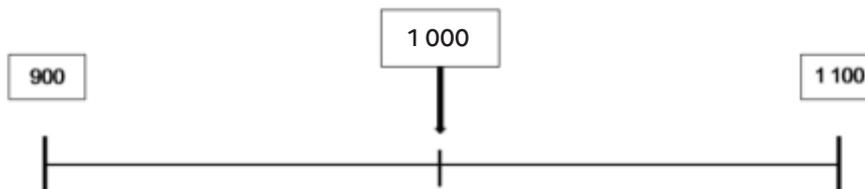
- Réponse attendue : 650
- Valeur des bornes et de leur empan renseignant du nombre de graduations et de la valeur de l'intervalle : 630 → 670 (4 dizaines)
- Place du nombre recherché sur la droite : médiane (surcomptage ou décomptage de 10 en 10, 2 fois)

## Droite 4



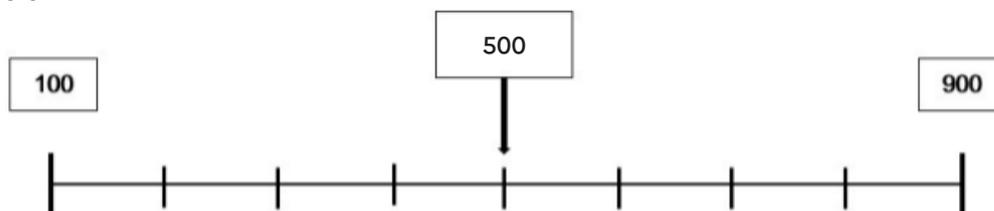
- Réponse attendue : 140
- Valeur des bornes et de leur empan renseignant du nombre de graduations et de la valeur de l'intervalle : 60 → 160 (10 dizaines)
- Place du nombre recherché sur la droite : éloignée de la première borne (décomptage de 10 en 10, 2 fois ou surcomptage de 10 en 10, 8 fois)

## Droite 5



- Réponse attendue : 1000
- Valeur des bornes et de leur empan renseignant du nombre de graduations et de la valeur de l'intervalle : 900 → 1100 (2 centaines)
- Place du nombre recherché sur la droite : médiane (surcomptage ou décomptage de 100 en 100, 1 fois)

## Droite 6



- Réponse attendue : 500
- Valeur des bornes et de leur empan renseignant du nombre de graduations et de la valeur de l'intervalle : 100 → 900 (8 centaines)
- Place du nombre recherché sur la droite : médiane (surcomptage ou décomptage de 100 en 100, 4 fois)

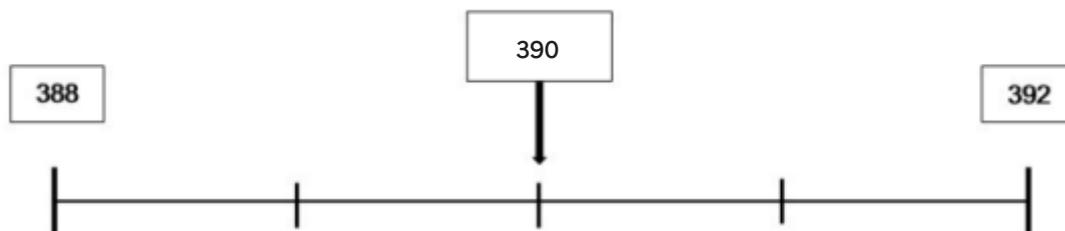
## Droite 7



- Réponse attendue : 6200
- Valeur des bornes et de leur empan renseignant du nombre de graduations et de la valeur de l'intervalle : 3200 → 7200 (4 milliers)
- Place du nombre recherché sur la droite : éloignée de la première borne (décomptage de 1000 en 1000, 1 fois ou surcomptage de 1000 en 1000, 3 fois)

## Exercice 15

### Droite 8



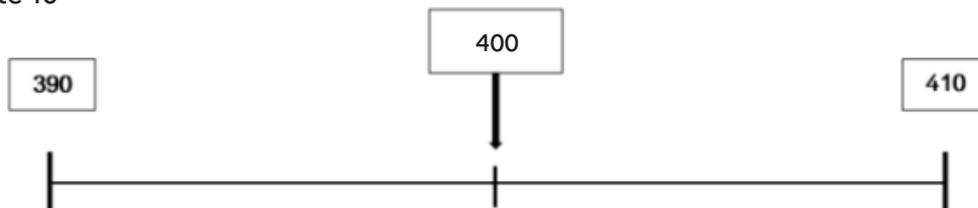
- Réponse attendue : 390
- Valeur des bornes et de leur empan renseignant du nombre de graduations et de la valeur de l'intervalle : 388 → 392 (4 unités)
- Place du nombre recherché sur la droite : médiane (surcomptage ou décomptage de 1 en 1, 2 fois)

### Droite 9



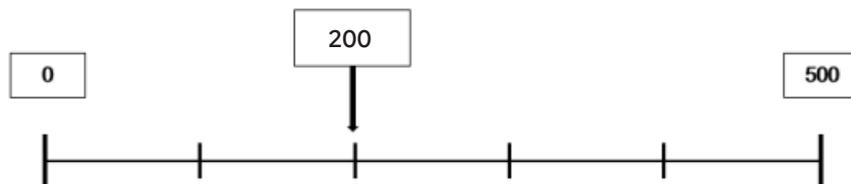
- Réponse attendue : 1380
- Valeur des bornes et de leur empan renseignant du nombre de graduations et de la valeur de l'intervalle : 1350 → 1390 (4 dizaines)
- Place du nombre recherché sur la droite : éloignée de la première borne (décomptage de 10 en 10, 1 fois ou surcomptage de 10 en 10, 3 fois)

### Droite 10



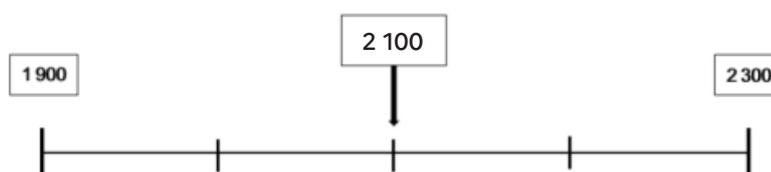
- Réponse attendue : 400
- Valeur des bornes et de leur empan renseignant du nombre de graduations et de la valeur de l'intervalle : 390 → 410 (2 dizaines)
- Place du nombre recherché sur la droite : médiane (surcomptage ou décomptage de 10 en 10, 1 fois)

## Droite 11



- Réponse attendue : 200
- Valeur des bornes et de leur empan renseignant du nombre de graduations et de la valeur de l'intervalle : 0 → 500 (5 centaines)
- Place du nombre recherché sur la droite : proche de la première borne (surcomptage de 100 en 100, 2 fois)

## Droite 12



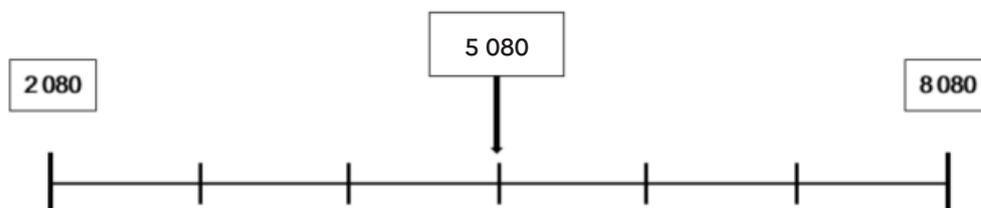
- Réponse attendue : 2100
- Valeur des bornes et de leur empan renseignant du nombre de graduations et de la valeur de l'intervalle : 1900 → 2300 (4 centaines)
- Place du nombre recherché sur la droite : médiane (surcomptage ou décomptage de 100 en 100, 2 fois)

## Droite 13



- Réponse attendue et taux de réussite : 8800
- Valeur des bornes et de leur empan renseignant du nombre de graduations et de la valeur de l'intervalle : 8700 → 9000 (3 centaines)
- Place du nombre recherché sur la droite : proche de la première borne (surcomptage de 100 en 100, 1 fois)

## Droite 14



- Réponse attendue : 5080
- Valeur des bornes et de leur empan renseignant du nombre de graduations et de la valeur de l'intervalle : 2080 → 8080 (6 milliers)
- Place du nombre recherché sur la droite : médiane (surcomptage ou décomptage de 1000 en 1000, 3 fois)

## Étape 1 - Cibler les types de difficultés rencontrées

Ces exercices sur les droites graduées permettent de dresser un état des lieux complet des éventuelles difficultés des élèves en la matière : capacité à se fier aux bornes et graduations pour définir la valeur de l'intervalle (obstacle le plus important), mobilisation de procédures de calcul pertinentes (comptage, surcomptage et décomptage à partir d'un nombre donné, division de l'empan par le nombre d'intervalles délimité par les graduations, ordre de grandeur, etc.). Trouver le nombre exact suggère que l'élève maîtrise finement l'organisation linéaire de la ligne numérique et sa segmentation en intervalles égaux. Pour faciliter ce travail, les différents items ont été caractérisés à partir des variables didactiques évoquées plus haut. Il est ainsi possible d'analyser finement les travaux des élèves et de prioriser des pistes de remédiation ciblées (groupes de besoins, APC réunissant des élèves de différentes classes, étayage individuel, enseignement ciblé pour l'ensemble de la classe, activités ritualisées...).

### Exemples de prise en main de ces variables didactiques pour envisager des pistes de remédiation ciblées

**D14** : la droite graduée n° 14 semble plus difficile pour les élèves. C'est en étudiant les variables didactiques inhérentes à cet item que l'on pourra mettre en œuvre une intervention ciblée. Celle-ci suppose de travailler conjointement la maîtrise :

- **de compétences méthodologiques** : l'élève peut ne pas savoir se repérer sur une droite graduée (linéarité, usage des graduations...) mais être capable d'entreprendre une méthode essais/erreurs par tâtonnements ;
- **de compétences numériques** : l'empan de 6000 entre les deux bornes est conséquent et nécessite de travailler sur les milliers ;
- **de procédures de calcul**<sup>1</sup> : le nombre recherché se situe de façon médiane sur la droite et suppose de surcompter de 1000 en 1000 à chaque graduation (définition de la valeur de l'intervalle) à partir de la 1<sup>re</sup> borne ou de décompter à partir de la dernière. Il s'agira aussi d'apprendre aux élèves à apprécier la vraisemblance de leur réponse en s'appuyant sur la notion d'ordre de grandeur.

**D2 et D4** : Les deux droites ont une valeur de l'intervalle identique (10) et des bornes quasi similaires [60 → 120 pour la n° 2 et 60 → 160 pour la n° 4]. Cela suppose de travailler spécifiquement la maîtrise :

- **De procédures de calcul** : la source de la difficulté relève certainement du nombre de graduations à franchir lors du surcomptage. Dans la droite graduée n° 4, le nombre recherché est effectivement « éloigné » de la borne de départ. Des exercices de calcul mental et l'enseignement de nouvelles procédures (possibilité de procéder à un comptage à rebours à partir de la dernière borne par exemple) seront à prévoir.

Des pistes d'interventions sont proposées dans la partie suivante pour permettre au professeur de choisir les modalités les plus efficaces (groupes de besoins, APC réunissant des élèves de différentes classes, étayage individuel, enseignement ciblé pour l'ensemble de la classe, activités ritualisées...).

## Étape 2 - Mettre en œuvre une action pédagogique adaptée et efficace

L'analyse des résultats des évaluations nationales de début de CM1 permettent de mettre en place des interventions qui doivent permettre aux élèves de suivre les apprentissages spécifiques du début du cycle 3 répertoriés dans le document « [Attendus de fin d'année de CM1, mathématiques](#) ». Des extraits associés à chacune des pistes de remédiations figurent ci-dessous.

### Compétences d'ordre méthodologique

Faire travailler les élèves à partir de droites graduées contribue à construire le sens des nombres pratiqué depuis la maternelle. Pour inscrire cette pratique dans le quotidien de la classe, il faut d'abord expliciter les attendus de ce type d'exercice ce qui suppose d'enseigner son vocabulaire spécifique (graduations, bornes...) et ses caractéristiques (linéarité, intervalles réguliers...). La mise en œuvre d'activités ritualisées, caractérisées par leur régularité et le « retour » de l'enseignant (informations transmises à l'élève lorsqu'il est à la tâche : clarification des critères de réussite, analyse concertée des difficultés et des outils à mobiliser pour réussir) doit permettre de consolider les compétences d'ordre méthodologique décrites ci-après et de remobiliser ces compétences dans un nouveau contexte.

- a. Développer la capacité de l'élève à se repérer sur une droite graduée :
- Les propriétés d'une droite graduée :
    - définir le vocabulaire spécifique en observant les droites issues de l'évaluation : bornes, graduations, valeur de l'intervalle ;
    - donner des repères spatiaux : lecture de gauche à droite en ne partant pas toujours de zéro, identification des bornes et de leur empan, ajouts successifs identiques à chaque graduation, place de la réponse recherchée sur la droite (début, milieu, fin) ;
    - travail sur les longueurs : règle graduée, repérage des graduations à distinguer des intervalles, repérage du milieu à main levée... ;
    - des propriétés à institutionnaliser sous la forme d'un affichage pour la classe.
  - Mobiliser ces propriétés lors d'activités ritualisées :
    - réinvestir le vocabulaire pour compléter des droites graduées dans diverses situations :
      - les graduations sont connues mais les élèves doivent définir la valeur des bornes ;
      - la valeur des bornes et de l'intervalle est donnée mais les élèves doivent placer les graduations ;
      - produire des droites graduées avec contraintes : « Vous allez devoir tracer une droite graduée de 120 à 130 sur votre cahier. Celle-ci doit avoir exactement 5 intervalles (puis 10, 2 ou 5) »
      - les activités de compositions de transformations additives (suite de nombres à compléter) sont des pistes de travail : Complète la suite de nombres suivante : 6 ; 16 ; \_\_\_ ; 36 ; \_\_\_ ; 56 ; 66.

### b. Développer les stratégies chez l'élève :

Certains élèves doivent être encouragés pour s'engager dans une tâche pouvant paraître trop complexe. Le professeur veille à accompagner l'élève dans ses déductions (méthode essai-erreur) pour favoriser son engagement dans la tâche et en proposant des temps de « retours » (individuels et collectifs) pendant la séance. Définir la valeur de l'intervalle : « Vous disposez d'une droite graduée définie par les bornes [40 → 60] ; à vous d'associer un nombre à chacune de ses graduations. » ; Expliciter la **méthode essai-erreur** : « Je vois qu'entre 40 et 50 il y a 4 graduations qui correspondent à une valeur totale de dix. Si je choisis 1 comme intervalle, j'arrive à 45 au lieu de 50 [...] Si je prends 2, j'arrive à 50. La droite est donc graduée de 2 en 2. » ; Reprendre cette même droite mais en faisant varier le nombre de graduations et donc la valeur de l'intervalle : 1, 2, 5, 10... ;

#### Attendus de fin d'année de CM1, mathématiques

- Il compare, range, encadre des grands nombres entiers, les repère et les place sur une demi-droite graduée adaptée ;
- Il connaît diverses désignations des fractions et les positionne sur une droite graduée ;
- Il repère et place un nombre décimal sur une demi-droite graduée adaptée.

## Compétences numériques

- Les élèves peuvent être mis en difficulté par le champ numérique mobilisé. Certains, repérés grâce aux résultats de l'exercice 13 (dictée de nombres), peuvent aussi être empêchés du fait d'une mauvaise maîtrise de l'écriture chiffrée des nombres. Travailler à partir de droites graduées doit permettre de consolider leurs connaissances. Le professeur doit circonscrire un champ numérique (nombres inférieurs à 10, 100, 1000, 10000...) et proposer les activités suivantes :
- Revoir la « petite » et la « grande » comptine : la droite graduée n° 8, qui pose des problèmes aux élèves, nécessite une bonne maîtrise de la « grande comptine » pour surcompter de 388 à 392. Il faut rappeler la régularité après les mots « vingt », « trente », « quarante », « cinquante » avec reprise de la petite comptine de un à neuf mais aussi la reprise de la grande comptine de un à dix-neuf après le mot « soixante » pour atteindre tout d'abord « quatre-vingts » puis pour atteindre « cent ». Un furet de 10 en 10 peut régulièrement ainsi être proposé à partir d'un autre nombre qu'une dizaine entière : « douze, vingt-deux, trente-deux, [...], soixante-deux, soixante-douze, quatre-vingt-douze, etc. » puis « dix-sept, vingt-sept, trente-sept, [...], soixante-dix-sept, quatre-vingt-dix-sept, etc. » ;
- Proposer régulièrement des temps d'entraînement différenciés en ciblant les champs numériques posant difficultés pour un groupe d'élèves :
  - citer à l'oral puis à l'écrit des nombres qui se trouvent situés entre deux bornes en resserrant progressivement leur écart ;
  - proposer une droite graduée complète et en cacher une partie. Les élèves doivent entourer parmi une liste de nombres ceux qui se trouvent cachés ;
  - trouver les bornes entre lesquelles se situent des nombres donnés ;
  - proposer des exercices de systématisation consistant à encadrer un nombre à la dizaine puis centaine près et des devinettes du type « je suis un nombre compris entre  $n$  et  $n+$ , je suis plus proche de  $n$  que de  $n+$  et mon chiffre des unités est... ».
- Suggestion d'activité ritualisée : sur une corde à linge rectiligne, bornée de 8 à 800 par exemple, demander aux élèves de placer les étiquettes des nombres 15 ; 80 ; 400 ; 500 ; 755 ; 1000 en justifiant leurs choix. Ces mêmes étiquettes peuvent être réutilisées en changeant les bornes selon le champ numérique ciblé (8 à 1000 par exemple) en explicitant les modifications : 500 remplace 400 à la position médiane de la corde à linge.

### Exemples de réussite (issus des attendus de fin d'année de CE2) :

- Il écrit en chiffres les nombres de 0 à 10000.
- Il connaît et associe entre elles diverses représentations d'un nombre de 0 à 10000 :
  - écritures en chiffres (7 438);
  - écritures en lettres (sept mille quatre cent trente-huit);
  - à l'oral;
  - décomposition en milliers, centaines, dizaines et unités ( $7000 + 400 + 30 + 8$ );
  - écritures en unités de numération (7 milliers 4 centaines 3 dizaines et 8 unités);
  - produit :  $7 \times 1000 + 4 \times 100 + 3 \times 10 + 8 \times 1$ ;
  - position sur une demi-droite graduée.
- Pour un nombre entre 1 et 9985, il est capable à l'oral et sans étayage, de donner dans l'ordre les 15 nombres qui suivent.
- Pour un nombre entre 15 et 10000, il est capable à l'écrit et sans étayage, de donner dans l'ordre les 15 nombres qui précèdent.
- Il donne à l'oral comme à l'écrit le nombre qui suit et le nombre qui précède un nombre donné entre 1 et 9999.
- Sur une frise numérique ou sur une demi-droite graduée incomplète, il intercale et positionne des nombres.

#### Attendus de fin d'année de CM1, mathématiques :

- Il connaît les unités de la numération décimale pour les nombres entiers (unités simples, dizaines, centaines, milliers, millions, milliards) et les relations qui les lient;
- Il comprend et applique les règles de la numération décimale de position aux grands nombres entiers (jusqu'à 12 chiffres);
- Il connaît les unités de la numération décimale (unités simples, dixièmes, centièmes) et les relations qui les lient;
- Il compare, range des nombres décimaux;
- Il encadre un nombre décimal par deux nombres entiers.

### Procédures de calcul

Les déplacements sur la droite graduée correspondent à des additions ou à des soustractions. Les élèves doivent donc automatiser certaines procédures de calcul mental mais aussi développer leur capacité réflexive pour être capable d'apprécier la vraisemblance de leur réponse. Les activités suivantes peuvent être proposées en ce sens :

- Automatiser les procédures de calcul mental :
  - compter de 1 en 1, de 10 en 10, de 100 en 100, de 1000 en 1000 en avançant (surcomptage) puis en reculant (décomptage);
  - revoir les compléments à 10, à 100 et à 1000 et les tables d'addition/soustraction;
- S'appuyer sur les notions d'espace et d'ordre de grandeur :
  - situer un nombre sur une droite non graduée en s'appuyant sur l'appréhension de l'espace entre les nombres : « Placez sur la droite les nombres 490, 55, 920, 800 et 370 sur la droite bornée de 0 à 1000 »;
  - apprendre à se repérer sur la droite graduée grâce aux rapports des nombres entre eux : amener les élèves à chercher le repère se trouvant à la moitié, au quart, voire au tiers de la droite graduée;
  - proposer des exercices de ce type pour travailler sur la notion d'ordre de grandeur avant de la réinvestir dans le contexte des droites graduées : « Entourez la bonne réponse sans effectuer précisément le calcul : »

789 - 578	1 382 + 411	1 382 - 411
1367	5 413	1 793
711	4 403	971
211	1 793	323
51	971	171

### Exemples de réussite (issus des [attendus de fin d'année de CE2](#))

- Il sait répondre à des questions comme : combien faut-il ajouter à 600 pour avoir 1000 ? (complément à 1000 pour des centaines entières).
- Il calcule mentalement :
  - toute somme de deux termes dont le résultat est inférieur à 100, comme :  $9 + 32$  ;  $20 + 50$  ;  $21 + 45$  ;  $25 + 36$  ;
  - des sommes de deux nombres inférieurs à 100, sans retenue entre les unités et les dizaines :  $83 + 46$  ;  $64 + 62$  ;
  - des sommes d'un nombre ayant au plus quatre chiffres et d'un nombre ayant un seul chiffre non nul :  $347 + 8$  ;  $3\,204 + 70$  ;  $613 + 20$  ;  $2\,657 + 500$  ;  $3\,452 + 3\,000$  ;
  - des sommes d'un nombre ayant au plus quatre chiffres et de 9 ou 19 :  $347 + 9$  ;  $3\,204 + 19$ .
- Il soustrait un nombre à un, deux ou trois chiffres à un nombre à quatre chiffres, lorsqu'il n'y a pas de retenue :  $3\,750 - 550$ ,  $4\,370 - 30$
- Il soustrait des dizaines entières, des centaines entières ou des milliers entiers à un nombre  $468 - 30$  ;  $438 - 300$  ;  $8\,756 - 5\,000$  ;  $2\,354 - 400$

#### Attendus de fin d'année de CM1, mathématiques :

Avec des nombres entiers et des nombres décimaux :

- L'élève mémorise les premiers multiples de 25 et de 50.
- Il multiplie et divise par 10 des nombres décimaux.
- Il recherche le complément au nombre entier supérieur. Il stabilise sa connaissance des propriétés des opérations  
(ex :  $12 + 199 = 199 + 12$  ;  $45 \times 21 = 45 \times 20 + 45$  ;  $6 \times 18 = 6 \times 20 - 6 \times 2$ )
- Il connaît les critères de divisibilité par 2, 5 et 10.
- Il vérifie la vraisemblance d'un résultat, notamment en estimant un ordre de grandeur.

### En résumé :

Le professeur veille à :

- expliciter les attendus de ce type d'exercices en ayant une attention particulière sur l'importance du feedback et de la régularité des séances proposées (activités ritualisées) ;
- enseigner la linéarité des nombres entiers : les additions et les soustractions correspondent à des déplacements ;
- mettre en relation le comptage et la mesure de l'espace ;
- obliger à visualiser mentalement l'espace des nombres ;
- rendre intuitive la grandeur des nombres ;
- faire comprendre la notation en base dix et de visualiser l'effet d'une addition sur les unités, dizaines, centaines et milliers.

## Les ressources pour aller plus loin

- [Séquence de remédiation sur la droite numérique proposée par l'académie de Toulouse](#)
- [Note du CSEN de février 2022, « Évaluer la compréhension des nombres décimaux et des fractions : le test de la ligne numérique »](#)
- [Attendus de fin d'année de CE2, mathématiques](#)
- [Attendus de fin d'année de CM1, mathématiques](#)
- Le site [Mathigon](#) (Polypad, Nombres, Droite numérique) permet à l'enseignant de construire des droites graduées selon différentes variables dans la perspective de les proposer aux élèves.